

Simulation massivement parallèle de la convection thermique dans la grotte de Lascaux

Fabien SALMON^{1*}, Habiba LHARTI¹, Antoine LEMOINE¹, Stéphane GLOCKNER¹, Colette SIRIEIX¹, Delphine LACANETTE¹

¹Université de Bordeaux, CNRS, Bordeaux INP, I2M, Bât A11, 351 cours de la Libération, 33400 Talence, France

*(auteur correspondant : fabien.salmon@u-bordeaux.fr)

Résumé - La conservation de la grotte de Lascaux est un enjeu important pour l'humanité. Afin de maintenir l'état actuel de l'art pariétal, les phénomènes physiques à l'origine de l'apparition d'altérations doivent être maîtrisés. En ce sens, nous présentons un modèle numérique pour la simulation de la convection thermique dans la grotte. Celui-ci permet la réalisation de simulations reposant sur des maillages composés de l'ordre d'un milliard de cellules. Une simulation CFD, réalisée avec 11 000 processeurs, montre que l'air, piloté par les gradients thermiques, circule préférentiellement dans certaines parties de la grotte. Ce modèle permettra des prédictions précises des zones pariétales susceptibles d'être le siège de condensation.

Introduction

La grotte de Lascaux est la plus célèbre grotte ornée en France et sa préservation s'inscrit dans une démarche de conservation du patrimoine. Les altérations pariétales résultent principalement des phénomènes de condensation. La caractérisation fine des processus physiques à l'échelle de la paroi requiert dans un premier temps la compréhension de la circulation de l'air dans la cavité. Celle-ci résulte des différences de température entre les parois opposées induites par la propagation de l'énergie extérieure dans le massif rocheux autour de la grotte. Les variations saisonnières de température conduisent ainsi à une convection thermique associée à un nombre de Rayleigh de l'ordre de 10^8 [1].

Les premières simulations de l'écoulement convectif dans la grotte ont été réalisées sur des maillages de l'ordre de 30 cm [1], [2]. Étant intéressés par les processus proches des parois, il est nécessaire d'effectuer des simulations numériques plus précises de la convection, basée sur un maillage plus fin. Aujourd'hui, les progrès informatiques rendent possible l'utilisation de maillages beaucoup plus fins. De plus, la méthode des frontières immergées [3-5], qui consiste à conserver un maillage cartésien et à immerger la géométrie sans ajuster le maillage aux frontières physiques, permet l'utilisation de maillages conséquents. Conservant un maillage cartésien, la discrétisation des équations de conservation conduit à la résolution de systèmes linéaires avec des matrices à bandes, rendant possible l'utilisation de bibliothèques de résolution massivement parallèles telles que Hypr [6].

Nous présentons la simulation de la convection thermique dans la grotte de Lascaux pour une configuration extrême, c'est-à-dire lorsque les différences de températures entre les parois sont les plus importantes. Celle-ci a été effectuée de la manière la plus précise possible compte tenu des capacités de calcul actuelles. Cette simulation a été réalisée avec le logiciel *opensource* de mécanique des fluides Notus (développé à I2M) [7].

Nous présentons tout d'abord les modèles et les méthodes numériques employées pour la simulation numérique. La configuration thermique choisie est ensuite précisée ainsi que la méthode pour appliquer les conditions limites en température sur les parois de la grotte. Les résultats de la simulation sont finalement discutés dans la dernière partie.

1. Modélisation numérique

1.1. Equations

La convection thermique est gouvernée par les équations de Navier-Stokes et de conservation de l'énergie. Compte tenu des faibles vitesses, nous considérons l'air comme un fluide incompressible. Les forces de flottabilité seront modélisées par l'approximation de Boussinesq étant donnés les faibles gradients de température dans la grotte. Le système d'équations résolues est donc

$$\begin{cases} \nabla \cdot \mathbf{u} = 0 \\ \rho_0 \left(\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla \mathbf{u} \right) = -\nabla p + \rho_0 (1 - \beta(T - T_0)) \mathbf{g} + \nabla \cdot ((\mu + \mu_t)(\nabla \mathbf{u} + {}^t \nabla \mathbf{u})) + \frac{\mu}{K} \mathbf{u} \\ \rho_0 c_p \left(\frac{\partial T}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla T \right) = \nabla \cdot (\lambda + \lambda_t) \nabla T \end{cases} \quad (1)$$

avec \mathbf{u} la vitesse, p la pression, T la température, ρ_0 la masse volumique de l'air à la température de référence T_0 , β le coefficient de dilatation thermique, μ la viscosité dynamique, μ_t la viscosité dynamique turbulente, λ la conductivité thermique, λ_t la conductivité thermique turbulente, c_p la capacité thermique massique, \mathbf{g} l'accélération de la pesanteur et K la perméabilité du milieu.

La viscosité dynamique de turbulence est calculée par le modèle LES (Large Eddy Simulation) WALE (Wall Adapting Local Eddy-viscosity) [8] car celui-ci est performant pour la simulation de la convection naturelle [9]. La conductivité thermique turbulente est calculée à partir de la viscosité dynamique turbulente en supposant une valeur constante de 0,85 pour le nombre de Prandtl turbulent.

1.2. Méthodes numériques

La géométrie de la grotte de Lascaux est immergée dans un maillage cartésien englobant toute la géométrie. La méthode de pénalisation volumique est appliquée aux cellules dont le centre se trouve à l'extérieur du domaine fluide. La perméabilité dans ces cellules est fixée à 10^{-20} contre 10^{20} dans le milieu fluide. La température des premières cellules hors du domaine jouxtant une cellule fluide sera fixée par une condition de Dirichlet. La valeur de la température des parois dépendra de la position et sera explicitée dans la section 2. L'immersion dans un maillage cartésien permet de conserver des matrices à bandes dans les systèmes linéaires résolus par la librairie Hypre [6] (uniquement la pression dans le cadre de ce travail). Plus précisément, une résolution basée sur la méthode GMRES (Generalized minimal residual) [10] couplée au préconditionneur BoomerAMG [11] a été choisie car elle présente les meilleures performances en termes de temps de calcul. Le couplage vitesse-pression est résolu par la méthode de Goda [12]. Les termes d'advection sont discrétisés par le schéma explicite de Lax-Wendroff avec un limiteur Superbee et l'utilisation d'un splitting directionnel (Lie-Trotter). Les termes de diffusion sont discrétisés explicitement par un schéma centré (ordre 2).

2. Configuration numérique

La température des parois résulte principalement des transferts thermiques entre l'extérieur de la grotte et l'intérieur. L'énergie extérieure se propage dans le massif rocheux essentiellement par conduction thermique jusqu'à atteindre les parois de la grotte. L'inertie thermique du massif rocheux est importante et conduit à des déphasages de l'ordre de plusieurs mois voire d'une année à 20 mètres de profondeur. La température des parois varie donc, de manière déphasée, avec les variations saisonnières de la température extérieure. L'onde thermique annuelle est donc déphasée et amortie par le massif rocheux, de sorte que des

températures plus chaudes dans les parties basses que dans les parties hautes, peuvent être observées selon la période de l'année. Cette différence de température entre les parois peut engendrer une convection thermique dans la grotte.

Pour connaître les températures des parois, il faut donc effectuer une simulation préliminaire de la conduction thermique dans le massif hétérogène de la grotte de Lascaux. Ce calcul fournit la température des parois pour la journée du 15 mai 2021. Compte tenu de la grande inertie thermique du massif rocheux, la simulation de la conduction thermique a débuté en janvier 2014 afin de modéliser plus de 7 ans. La figure 1 représente le champ de température simulé sur les parois de la grotte résultant de la simulation de la conduction thermique dans le massif à cette date. Cette configuration thermique est propice à la convection thermique car les températures les plus faibles se situent dans les parties les moins profondes de la grotte. Les températures les plus élevées dans la grotte se situent au centre de celle-ci, vers le Passage et la Nef. Dans les parties plus profondes, vers le Conduit Terminal, la Galerie du Mondmilch et le Diverticule des Félins, la température décroît avec la profondeur et reste inférieure à celle dans la Nef et le Passage. Ce champ de température est également la température initiale de l'air dans la grotte.

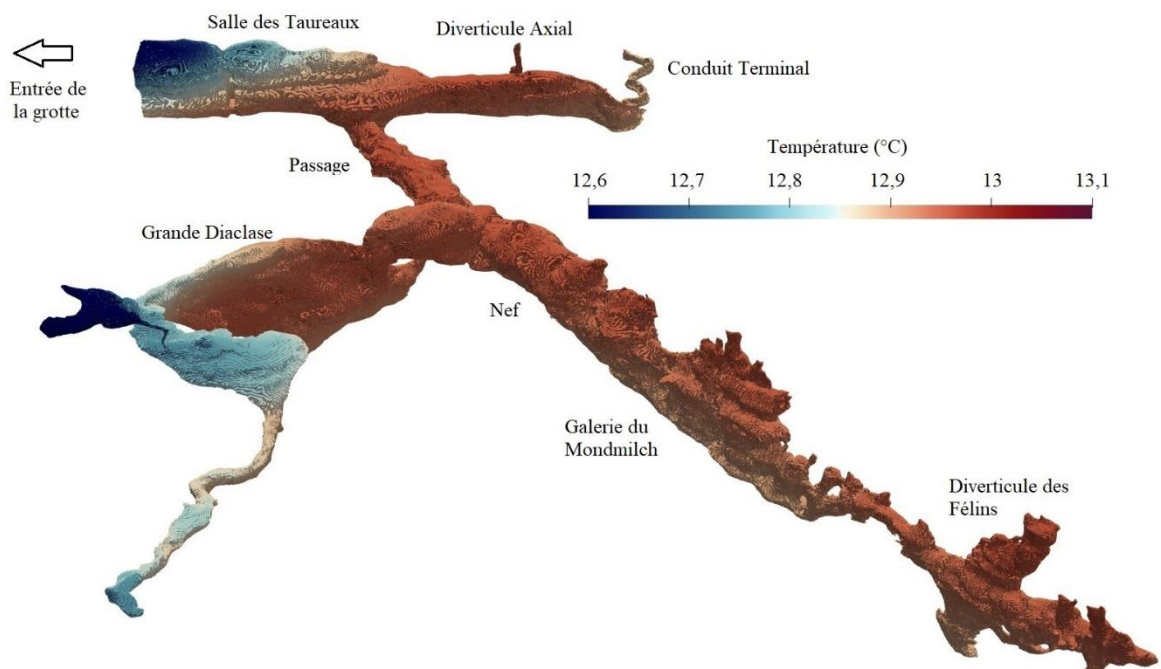


Figure 1 : *Champ de température initiale de la simulation de la convection thermique.*

Pour le calcul de la convection, il est nécessaire d'imposer la valeur des températures des parois. Puisque la durée physique simulée n'est que de 3 heures, nous supposons que les températures pariétales restent constantes. Une interpolation entre le maillage du calcul de la conduction et celui du calcul de la convection, beaucoup plus fin que celui de la conduction, est donc effectuée pour imposer les températures dans la simulation de la convection.

La simulation de la convection repose sur un maillage composé d'environ 1 milliard de cellules de 1,5 cm de côté. Trois heures de convection ont pu être simulées sur 11 000 cœurs constituant des processeurs AMD Rome (Epyc) à 2,6 GHz du supercalculateur Irene-Rome pendant deux semaines. Pour le calcul de l'écoulement fluide dans la grotte, les partitions du domaine contenant entièrement des cellules solides sont retirées du domaine [13] afin de réduire le nombre de processeurs nécessaires à la réalisation de la simulation.

3. Résultats & Discussion

La figure 2 montre le champ de température au centre des différentes galeries de la grotte, après une heure de convection. Comme le champ de température initial le laissait présager, une convection se met en place dans la partie la moins profonde de la grotte. L'air plus chaud se situant dans la Nef, celui-ci remonte par le passage jusqu'à la Salle des Taureaux. De même, les températures plus élevées dans le Diverticule Axial induisent une circulation d'air avec la Salle des Taureaux. A l'inverse, le champ de température dans la Nef reste stratifié, indiquant l'absence de vitesse significative dans cette zone. Les parois étant plus froides dans la Galerie du Mondmilch que dans la Nef, le sens du gradient thermique ne peut enclencher une convection. Une convection se met cependant en place au sein de la Grande Diaclase puisque les parois basses étaient plus chaudes que la voûte. Ces salles étant connectées avec le reste de la grotte uniquement grâce à un passage étroit, la convection dans cette zone est peu influencée par la convection dans le passage et la Salle des Taureaux. Une heure de convection a permis à l'air dans la partie haute de la Grande Diaclase de devenir plus chaud que dans la partie basse. Notons que ce n'est pas le cas dans la Salle des Taureaux et dans le Passage puisque la température reste plus élevée dans ce dernier.

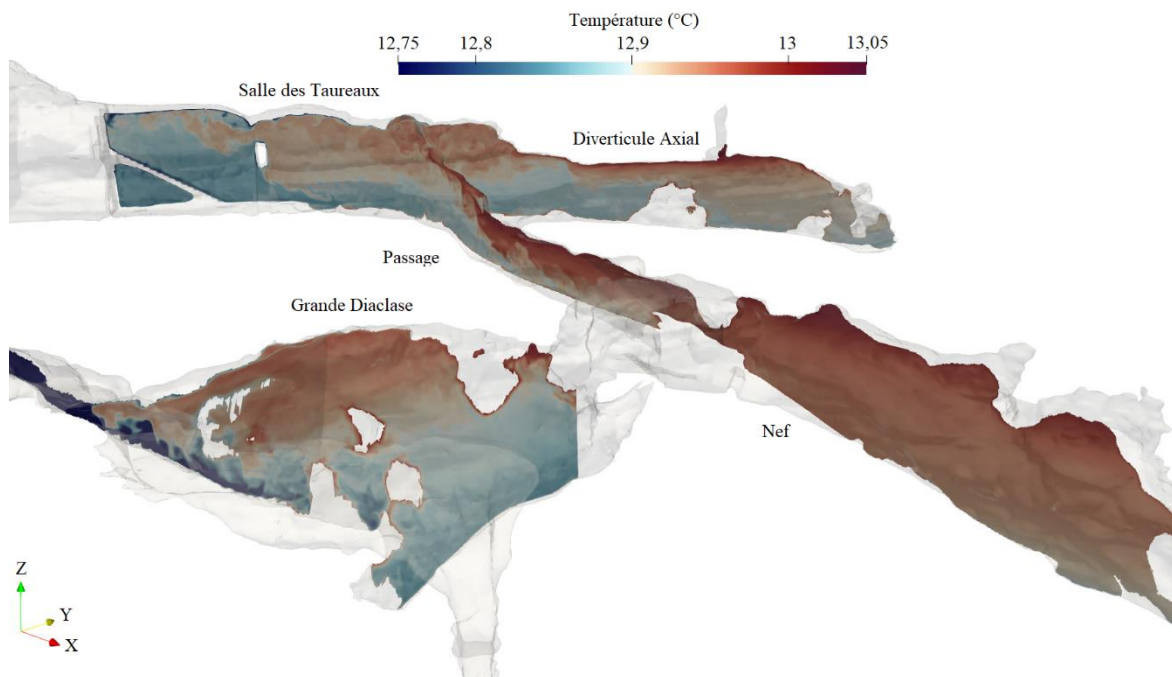


Figure 2 : *Champ de température simulé après une heure de convection thermique.*

La figure 3 se concentre sur la Salle des Taureaux qui est la partie la moins profonde de la grotte ornée. La figure 3a représente les lignes de courant dont la coloration est associée à la vitesse selon l'axe Y tandis que la figure 3b correspond au champ de température dans la Salle des Taureaux. La figure 3a montre que l'air chaud, qui remonte dans cette salle par la voûte, chasse l'air froid qui s'écoule en partie basse vers les zones plus profondes de la cavité. Les vitesses sont de l'ordre de quelques centimètres par seconde, ce qui reste faible mais suffisant pour modifier le champ de température (Fig. 3b). Comme précédemment mentionné, nous observons que l'air chaud se stocke principalement dans la Salle des Taureaux. Nous remarquons néanmoins que la zone à gauche de la Salle des Taureaux sur la figure 3b reste plus froide, bien que moins profonde, à cause de certains murs qui, même s'ils ne bloquent pas totalement l'air, empêchent une remontée efficace de cet air. Or, la voûte de la Salle des Taureaux est à une température plus faible que celle de l'air à son contact (Fig. 1). Ce gradient

thermique est propice à l'apparition de condensation dans cette zone qui est ornée, et qui doit donc être protégé.

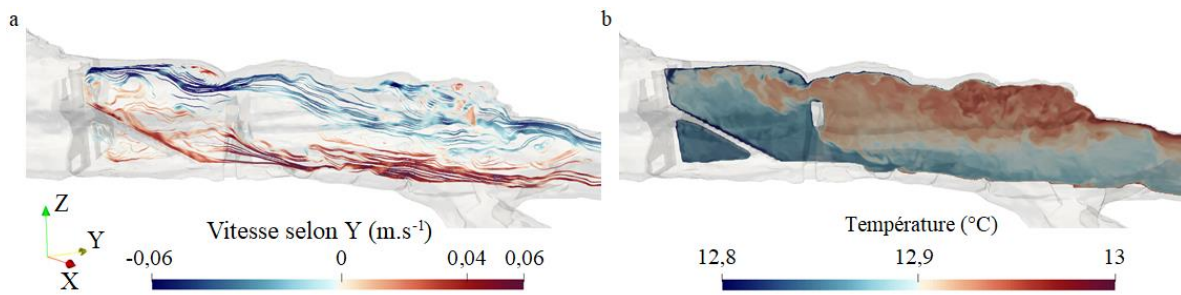


Figure 3 : a) Lignes de courant dans la Salle des Taureaux après une heure de convection. Les couleurs sont associées à la vitesse selon l'axe Y. b) Champ de température dans la Salle des Taureaux après une heure de convection.

4. Conclusion

La conservation de la grotte de Lascaux relève de notre responsabilité afin de léguer ce patrimoine aux générations futures. Dans ce cadre, une compréhension fine des phénomènes physiques s'y produisant est nécessaire. Plus particulièrement, la modélisation de la convection dans la cavité est une étape indispensable en vue de prédire les zones sujettes à l'apparition d'altérations pariétales. En ce sens, nous avons mis en place un modèle numérique capable d'effectuer des simulations précises, basées sur un maillage extrêmement fin.

La simulation de la convection thermique par le logiciel Notus a pu être effectuée avec un maillage d'un milliard de cellules décomposé sur 11 000 processeurs. La simulation montre effectivement un démarrage de la convection thermique impliquant la Nef, le Passage, le Diverticule Axial et la Salle des Taureaux. Une convection isolée de la précédente s'opère plus localement dans la Grand Diaclase. Dans les parties plus profondes, les différences de température sont plus ténues et les gradients thermiques verticaux sont orientés dans le mauvais sens pour engendrer une convection. Ainsi, la stratification générée par la simple conduction thermique dans l'air est maintenue dans les zones plus profondes telles que le Conduit Terminal, la Galerie du Mondmilch et le Diverticule des Félines.

La différence de température entre les parois dans la partie haute de la Salle des Taureaux et l'air chaud s'y trouvant pourrait conduire à de la condensation et ainsi à des altérations. La finesse du maillage nous permet d'obtenir des résultats précis proche des parois, ce qui sera indispensable pour les futurs travaux sur la condensation.

Références

- [1] D. Lacanette, S. Vincent, A. Sarthou et P. Malaurent, An Eulerian/Lagrangian method for the numerical simulation of incompressible convection flows interacting with complex obstacles: Application to the natural convection in the Lascaux cave, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 52, 2528-2542 (2009).
- [2] D. Lacanette, P. Malaurent, Prédiction climatique 3D dans la grotte de Lascaux. *Karstologia*, 63, 49-57 (2014).
- [3] C. S. Peskin, Flow patterns around heart valves: a numerical method, *Journal of Computational Physics*, 10 (2), 252-271 (1972).

- [4] K. Khadra, P. Angot, S. Parneix, J.-P. Caltagirone, Fictitious domain approach for numerical modelling of Navier-Stokes equations, *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, 34, 8, 651–684 (2000).
- [5] E. Arquis, J.-P. Caltagirone, Sur les conditions hydrodynamiques au voisinage d'une interface milieu fluide milieu poreux : application à la convection naturelle, *Comptes rendus de l'Académie des Sciences* 299, 1–4 (1984).
- [6] R. D. Falgout, U. M. Yang, HYPRE: A library of high-performance preconditioners, *International Conference on Computational Science*, 632–641 (2002).
- [7] Notus CFD, <https://notus-cfd.org>.
- [8] F. Nicoud, F. Ducros, Subgrid-Scale Stress Modelling Based on the Square of the Velocity Gradient Tensor, *Flow Turbulence and Combustion*, 62, 3, 183–200 (1999).
- [9] F. Dabbagh, F.X. Trias, A. Gorobets, A. Oliva, A priori study of subgrid-scale features in turbulent Rayleigh-Bénard convection, *Physics of Fluids*, 29, 10, 105103 (2017).
- [10] Y. Saad, M. H. Schultz, GMRES: A generalized minimal residual algorithm for solving nonsymmetric linear systems, *SIAM Journal on Scientific Computing*, 7, 3, 856-869 (1986).
- [11] J. W. Ruge, K. Stüben, Algebraic multigrid (AMG), *Frontiers in Applied Mathematics*, 3, 73–130 (1987).
- [12] K. Goda, A multistep technique with implicit difference schemes for calculating two-or three-dimensional cavity flows, *Journal of Computational Physics*, 30, 76–95 (1979).
- [13] K. Anupindi, Y. Delorme, D. A. Shetty, S. H. Frankel, A novel multiblock immersed boundary method for large eddy simulation of complex arterial hemodynamics, *Journal of Computational Physics*, 254, 200–218 (2013).

Remerciements

Nous remercions le ministère de la Culture et la DRAC Nouvelle-Aquitaine pour le financement du projet. Ces travaux ont bénéficié, par ailleurs, d'un accès aux ressources en HPC/IA du TGCC au travers de l'allocation de ressources 2022-A0112A12927 attribuée par GENCI.