

PROBLÈMES CORRIGÉS

Il n'est pas de problème qu'une absence de solution ne finisse par résoudre.

Aphorisme attribué à Henri QUEUILLE

PROBLÈME N° 1 : Coefficient d'échange

Énoncé

Le transfert de chaleur entre deux fluides s'effectue à travers un tube d'acier de diamètres intérieur/extérieur 18 / 21 mm.

On donne :

- côté intérieur : $h_1 = 1000 \text{ W / m}^2 \text{ K}$; température moyenne de mélange $T_1 = 10^\circ\text{C}$
- côté extérieur : $h_2 = 2000 \text{ W / m}^2 \text{ K}$; température $T_2 = 25^\circ\text{C}$
- acier : $\lambda = 46 \text{ W / m.K}$

1. Calculer le coefficient global d'échange k .
2. Après un an de fonctionnement, on estime avoir une résistance d'encrassement $R_e = 4.10^{-4} \text{ W}^{-1} \text{ m}^2 \text{ K}$. Déterminer le nouveau coefficient d'échange global.
3. En attribuant une efficacité de 1 au tube neuf, que devient cette efficacité au bout d'un an ?
4. Quel est alors le flux échangé dans un tube de longueur $L = 1 \text{ m}$?

Solution

1.

La paroi du tube a pour épaisseur :

$$e = \frac{D - d}{2} = \frac{21 - 18}{2} = 1,5 \text{ mm} = 1,5.10^{-3} \text{ m}$$

Comme elle est mince par rapport aux diamètres, en négligeant sa courbure on peut calculer k à partir de la formule (6.2a) relative à une paroi plane, avec $R_e = 0$:

$$\frac{1}{k} = \frac{1}{h_1} + \frac{e}{\lambda} + \frac{1}{h_2} = \frac{1}{1000} + \frac{1,5.10^{-3}}{46} + \frac{1}{2000}$$

$$\frac{l}{k} = 10^{-3} + 0,03 \cdot 10^{-3} + 0,5 \cdot 10^{-3} = 1,53 \cdot 10^{-3}$$

On constate que la résistance thermique e/λ de la paroi ne représente ici que 2% de la résistance totale. Enfin :

$$k = 653 \text{ W / m}^2 \text{ K}$$

2.

En présence d'une résistance d'encrassement, on applique maintenant la formule (6.2a) complète :

$$\begin{aligned} \frac{l}{k} &= \frac{l}{h_1} + R_e + \frac{e}{\lambda} + \frac{l}{h_2} \\ &= (1 + 0,4 + 0,03 + 0,5) 10^{-3} = 1,93 \cdot 10^{-3} \end{aligned}$$

$$k = 518 \text{ W / m}^2 \text{ K}$$

3.

L'efficacité dont il est question dans l'énoncé doit être comprise comme un rapport $\Phi_{\text{réel}} / \Phi_{\text{max}}$ (définitions 3.5 et 4.37), soit ici :

$$E = \frac{\Phi_{1 \text{ an}}}{\Phi_{\text{neuf}}} = \frac{k_{1 \text{ an}}}{k_{\text{neuf}}} = \frac{518}{653}$$

$$E = 0,793$$

4.

La surface d'échange Σ n'est pas la même des deux côtés. Suite à la question 1, on calcule une valeur approchée de Σ par (6.10) (§ 6.2.3 ♦) :

$$\Sigma = \pi \frac{D + d}{2} L = \pi \frac{21 + 18}{2} 10^{-3} \times 1$$

$$\Sigma = 61 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2$$

Le flux échangé est donné par (6.2c) qui s'écrit avec les notations de l'énoncé :

$$\Phi = k \Sigma (T_2 - T_1) = 518 \times 61 \cdot 10^{-3} \times 15$$

$$\Phi = 475 \text{ W}$$

Commentaires

Cet exercice très élémentaire a surtout pour objet de matérialiser des ordres de grandeur.

Pour les étudiants, sa principale difficulté réside dans le calcul de l'épaisseur de la paroi, qui n'est pas $D - d$ comme on le lit souvent !!

PROBLÈME N° 2 : Méthode NUT

Énoncé

Un échangeur à contre-courant fonctionne dans les conditions suivantes :

$$\begin{aligned}T_{ce} &= 350^\circ\text{C} & T_{fe} &= 120^\circ\text{C} \\T_{cs} &= 200^\circ\text{C} & T_{fs} &= 290^\circ\text{C} \\q_{t\min} &= q_{tf} & \text{Puissance } \Phi &= 415 \text{ kW}\end{aligned}$$

1. Quelle est la puissance échangée si on fait travailler l'échangeur en mode co-courant, avec les mêmes températures d'entrée et les mêmes débits ? (Utiliser la méthode NUT).

2. Quelles sont les nouvelles températures de sortie ?

Solution

1.

En contre-courant, avec $q_{t\min} = q_{tf}$, on a pour efficacité (cf. 3.11) :

$$\begin{aligned}E &= \frac{T_{fs} - T_{fe}}{T_{ce} - T_{fe}} = \frac{290 - 120}{350 - 120} = 0,74 \\R &= \frac{T_{ce} - T_{cs}}{T_{fs} - T_{fe}} = \frac{350 - 200}{290 - 120} = 0,882\end{aligned}$$

et, à partir du tableau 3.1 :

$$NUT = \frac{1}{1 - R} \operatorname{Ln} \frac{1 - RE}{1 - E} = 2,45$$

En circulation co-courant, les débits n'étant pas modifiés, les coefficients d'échange ne le sont pas non plus. On garde donc le même NUT (vu que $NUT = k \Sigma / q_{t\min}$). Par contre, la nouvelle efficacité E' s'écrit (tableau 3.1) :

$$E' = \frac{1}{1 + R} \{1 - \exp [1 - (1 + R) NUT]\}$$

Il vient, après remplacement de R et NUT par leur valeur :

$$E' = 0,526$$

Puisque les conditions d'entrée sont identiques dans les deux cas, la nouvelle puissance Φ' est telle que :

$$\frac{\Phi'}{\Phi} = \frac{E'}{E}$$

ceci d'après la relation (3.12). Alors :

$$\Phi' = 415 \frac{0,526}{0,74}$$

$$\boxed{\Phi' = 295 \text{ kW}}$$

c'est-à-dire 70% de la puissance en contre-courant.

2.

La nouvelle température de sortie froide T'_{fs} s'obtient à partir de la nouvelle efficacité :

$$E' = \frac{T'_{fs} - T_{fe}}{T_{ce} - T_{fe}}$$

$$\begin{aligned} T'_{fs} &= T_{fe} + E' (T_{ce} - T_{fe}) \\ &= 120 + 0,526 (350 - 120) \end{aligned}$$

$$\boxed{T'_{fs} = 241^\circ\text{C}}$$

et la nouvelle température de sortie chaude T'_{cs} à partir de R :

$$R = \frac{T_{ce} - T'_{cs}}{T'_{fs} - T_{fe}} = 0,882 \text{ inchangé}$$

$$\begin{aligned} T'_{cs} &= T_{ce} - R (T'_{fs} - T_{fe}) \\ &= 350 - 0,882 (241 - 120) \end{aligned}$$

$$\boxed{T'_{cs} = 243,3^\circ\text{C}}$$

Commentaires

Il y a d'autres façons de résoudre ce petit exercice, par exemple en utilisant les résultats du chapitre 2. Mais la démarche préconisée permet de se roder à la méthode *NUT* dans un cas simple.

Avec cette valeur de R , on est déjà dans la zone asymptotique d'un échangeur co-courant (fig. 3.1), et les températures de sortie sont donc très voisines.

PROBLÈME N° 3 : Échangeur bitube

Énoncé

Pour refroidir un débit de 9,4 kg/h d'air de 616 °C à 178 °C, on le fait passer dans le tube central d'un échangeur bitube à contre-courant de 1,5 m de long, de 2 cm de diamètre et de faible épaisseur.

1. Calculer la puissance calorifique à évacuer. On donne pour l'air : $C_{pc} = 1060 \text{ J / kg K}$.

2. Le fluide de refroidissement est de l'eau, qui pénètre dans la section annulaire à la température de 16 °C avec un débit de 0,6 l/mn. Calculer la température de cette eau à la sortie de l'échangeur. On prendra $C_{pf} = 4180 \text{ J / kg K}$.

3. Calculer le coefficient d'échange h_c côté fluide chaud (on ne tiendra pas compte d'une éventuelle correction en μ / μ_p).

4. Déterminer l'efficacité de cet échangeur, puis son NUT. En déduire le coefficient d'échange global, puis le coefficient d'échange h_f côté fluide froid.

5. La paroi extérieure de l'échangeur est isolée. Quelle est approximativement l'épaisseur b de l'espace annulaire qui permettrait d'obtenir cette valeur de h_f ? (On admettra d'abord l'écoulement laminaire, et on vérifiera ensuite cette propriété).

Solution

1.

Le flux total peut se calculer côté chaud :

$$\Phi = q_{tc} (T_{ce} - T_{cs})$$

D'après les données, le débit thermique unitaire chaud est :

$$q_{tc} = q_{mc} C_{pc} = \frac{9,4}{3600} \times 1060$$

$$q_{tc} = 2,77 \text{ W / K}$$

et alors :

$$\Phi = 2,77 (616 - 178)$$

$$\boxed{\Phi = 1213 \text{ W}}$$

2.

Le calcul du flux total côté froid va maintenant nous donner T_{fs} .

$$\Phi = q_{tf} (T_{fs} - T_{fe}) \text{ avec ici :}$$

$$q_{tf} = q_{mf} C_{pf} = \frac{0,6}{60} \times 4180 \quad (q_{mf} = 0,3 \text{ kg / mn})$$

$$q_{tf} = 41,8 \text{ W / K}$$

d'où :

$$T_{fs} = T_{fe} + \frac{\Phi}{q_{tf}} = 16 + \frac{1213}{41,8} \cong 16 + 29$$

$$T_{fs} \cong 45^{\circ}\text{C}$$

3.

Il faut d'abord connaître le régime d'écoulement de l'air, donc le Reynolds côté chaud. La température moyenne de l'air est approximativement (§ 6.2.1) :

$$\langle T_c \rangle = \frac{T_{ce} + T_{cs}}{2} = \frac{616 + 178}{2} = 397^{\circ}\text{C} = 670\text{ K}$$

A cette température, les tables donnent :

$$\rho_c = 0,525 \text{ kg} / \text{m}^3 ; \quad \nu_c = 6,20 \cdot 10^{-5} \text{ m}^2 / \text{s}$$

$$\text{La section du tube est : } S_c = \pi \frac{d^2}{4} = \frac{\pi \times (2 \cdot 10^{-2})^2}{4} = 3,14 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$$

On en déduit la vitesse débitante :

$$V_c = \frac{q_{mc}}{\rho_c S_c} = \frac{9,4}{3600} \frac{1}{0,525 \times 3,14 \cdot 10^{-4}}$$

$$V_c = 15,8 \text{ m} / \text{s}$$

d'où le nombre de Reynolds :

$$Re_c = \frac{V_c d}{\nu_c} = \frac{15,8 \times 2 \cdot 10^{-2}}{6,20 \cdot 10^{-5}} \cong 5100$$

Il s'agit d'un régime de transition. On peut donc utiliser la formule (4.26), en notant que le rapport $d/L = 2/150$ est négligeable (l'énoncé nous demande également d'ignorer la correction en μ/μ_p):

$$St_c = \frac{0,116}{Re_c} (Re_c^{2/3} - 125) Pr_c^{-2/3}$$

Pour calculer h_c , il est un peu plus rapide ici de passer par le nombre de Nusselt (4.10d, § 4.1.5) :

$$Nu_c = St_c Re_c Pr_c = 0,116 (Re_c^{2/3} - 125) Pr_c^{1/3}$$

A 670 K, le nombre de Prandtl de l'air est : $Pr_c = 0,68$. On trouve :

$$Nu_c = 17,25$$

Toujours à 670 K, la conductivité de l'air est : $\lambda_c = 0,0505 \text{ W} / \text{m K}$.

$$Nu_c = \frac{h_c d}{\lambda_c} \quad \text{d'où} \quad h_c = \frac{17,25 \times 0,0505}{0,02}$$

$$h_c = 43,5 \text{ W} / \text{m}^2 \text{ K}$$

4.

On constate que :

$q_{t \min} = q_{tc} = 2,77 \text{ W} / \text{K}$, d'où l'efficacité (formule 3.10) :

$$E = \frac{T_{ce} - T_{cs}}{T_{ce} - T_{fe}} = \frac{616 - 178}{616 - 16} = \frac{438}{600}$$

$$E = 0,73$$

D'après le tableau 3.1, pour un échangeur à contre-courant :

$$NUT = \frac{1}{1-R} \operatorname{Ln} \frac{1-RE}{1-E}$$

et dans le cas présent :

$$R = \frac{q_{t \min}}{q_{t \max}} = \frac{2,77}{41,8} = 0,066$$

donc :

$$NUT = \frac{1}{1-0,066} \operatorname{Ln} \frac{1-0,066 \times 0,73}{1-0,73} = 1,07 \operatorname{Ln} 3,52$$

$$\boxed{NUT = 1,35}$$

De la définition du NUT (3.14a) on tire alors :

$$k = \frac{NUT q_{t \min}}{\Sigma}$$

Puisque l'épaisseur du tube central est faible, on ne fait pas la distinction entre surface d'échange côté chaud et côté froid, et on néglige la résistance thermique de la paroi. Donc :

$$\Sigma = \text{surface latérale du tube} = \pi d L$$

$$\Sigma = \pi \times 2.10^{-2} \times 1,5 = 0,094 \text{ m}^2$$

$$k = \frac{1,35 \times 2,77}{0,094}$$

$$\boxed{k = 39,8 \text{ W} / \text{m}^2 \text{ K}}$$

Le coefficient d'échange global s'exprime aussi à partir de (6.2a) (e et R_e étant négligés) :

$$\frac{1}{k} = \frac{1}{h_c} + \frac{1}{h_f} = \frac{1}{43,5} + \frac{1}{h_f} = \frac{1}{39,8}$$

On en déduit :

$$\boxed{h_f \cong 500 \text{ W} / \text{m}^2 \text{ K}}$$

5.

Dans un échange eau-air, la température de paroi est proche de celle de l'eau. Dans le cas présent, celle-ci varie peu. On peut donc admettre la condition $T_p \cong \text{cte}$. La paroi extérieure (concave) étant isolée, et l'écoulement supposé laminaire, la formule (4.44) s'applique. Elle donne Nu en fonction de R_2 / R_1 .

D'autre part, $Nu = h_f D_h / \lambda_f$, avec ici $D_h = 2(R_2 - R_1) = 2b$ (formule 4.42). En partant d'une valeur arbitraire mais raisonnable de b , on peut par approximations successives ajuster Nu avec la valeur donnée par (4.44).

La température moyenne approchée de l'eau (fluide froid) est :

$$\langle T_f \rangle = \frac{T_{fe} + T_{fs}}{2} = \frac{16 + 45}{2} = 30,5^\circ\text{C}$$

La conductivité correspondante (voir tables) est $\lambda_f = 0,612 \text{ W / m.K}$.

Essayons avec $R_2 - R_1 = b = 3 \text{ mm}$ (ce qui fait $\frac{R_2}{R_1} = \frac{10 + 3}{10} = 1,3$).

$$Nu = \frac{500 \times 2 \times 3 \cdot 10^{-3}}{0,612} = 4,92$$

D'après (4.44), pour obtenir cette valeur de Nu , il faudrait un rapport $R_2 / R_1 = 1,05$ environ, soit $b = 0,5 \text{ mm}$, ce qui est trop faible. Essayons avec b un peu plus élevé, pour augmenter Nu .

Par exemple, avec $b = 3,2 \text{ mm}$ (soit $R_2 / R_1 = 1,32$), $Nu = 5,23$ ce qui correspond à peu près à un rapport $R_2 / R_1 = 1,35$ dans (4.44). On admettra donc comme valeur approchée :

$$\boxed{b = 3,2 \text{ mm}}$$

On vérifie enfin le Reynolds :

$$Re_f = \frac{V_f D_h}{\nu_f} = \frac{q_{mf}}{\rho_f S_f} \frac{2b}{\nu_f}$$

avec $\nu_f = 0,083 \cdot 10^{-5}$ à $\langle T_f \rangle = 30,5^\circ\text{C}$ et, en première approximation $S_f = b \times \pi (d + 2(b/2))$ surface d'un rectangle de hauteur b et de longueur égale à la circonférence moyenne de l'annulaire, soit $\pi(d + b)$ (N.B. le diamètre moyen est $d + b$, et le diamètre extérieur $d + 2b$, voir Problème 1).

D'autre part, $q_{mf} = 0,6 \text{ kg / mn} = \frac{0,6}{60} \text{ kg / s}$

$$Re_f = \frac{q_{mf}}{\rho_f} \frac{2b}{b \pi (d + b)} \frac{1}{\nu_f} = \frac{0,6}{60 \times 10^3} \frac{2}{\pi (20 + 3,2) 10^{-3}} \frac{1}{0,083 \cdot 10^{-5}}$$

$$Re_f = 331$$

L'écoulement est bien laminaire.

Commentaires

Dans cet exercice, on doit en particulier chercher une caractéristique géométrique de l'échangeur permettant de respecter les conditions thermiques imposées.

On a en plus l'occasion d'aborder régime de transition et écoulement annulaire.

PROBLÈME N° 4 : Cheminée

Énoncé

On veut estimer la chute de température des fumées dans une cheminée, en considérant le conduit comme un échangeur dont les fumées constituent le fluide chaud, et l'air ambiant le fluide froid. On admet que la température T_a de l'air est constante le long de la paroi extérieure de la cheminée. On désigne par k le coefficient global d'échange à travers la paroi.

1. En adaptant le calcul d'un échangeur co-courant au cas particulier ci-dessus ($T_f = T_a = cte$), montrer que la température des fumées dans la cheminée obéit à la loi :

$$\frac{T_c - T_a}{T_{ce} - T_a} = \exp\left(-\frac{k}{q_{tc}} S\right)$$

2. Le conduit est cylindrique, de diamètre D et de longueur L . Écrire la température T_{cs} de sortie des fumées.

3. Calculer T_{cs} avec les valeurs suivantes : $L = 20 \text{ m}$; $D = 30 \text{ cm}$; $T_{ce} = 320^\circ\text{C}$; $T_a = 10^\circ\text{C}$; $k = 20 \text{ W/m}^2\text{K}$. Pour les fumées : $q_{mc} = 0,5 \text{ kg/s}$; $C_{pc} = 1050 \text{ J/kg K}$.

Solution

1.

A travers un élément de paroi dS de la cheminée s'échappe un flux de chaleur :

$$d\Phi = k (T_c - T_f) dS = k (T_c - T_a) dS$$

$d\Phi$ est aussi la chaleur perdue par le fluide chaud :

$$d\Phi = -q_{tc} dT_c$$

On regroupe les deux équations :

$$\frac{dT_c}{T_c - T_a} = -\frac{k}{q_{tc}} dS$$

Nous avons ici $T_a = cte$, de sorte que :

$$dT_c \equiv d(T_c - T_a)$$

d'où en intégrant :

$$T_c - T_a = cte \times \exp\left(-\frac{k}{q_{tc}} S\right)$$

A l'entrée, $S = 0$ et $T_c = T_{ce}$, donc $cte = T_{ce} - T_a$, et

$$\frac{T_c - T_a}{T_{ce} - T_a} = \exp\left(-\frac{k}{q_{tc}} S\right) \quad \text{C.Q.F.D.}$$

2.

A la sortie, $T_c = T_{cs}$ et $S = \Sigma$ (surface latérale totale de la cheminée) :

$$\Sigma = \pi D L$$

La formule de la question 1 devient :

$$T_{cs} = T_a + (T_{ce} - T_a) \exp\left(-\frac{k}{q_{tc}} \pi D L\right)$$

3.

Les calculs numériques donnent :

$$q_{tc} = q_{mc} C_{pc} = 0,5 \times 1050 = 525 \text{ W / K}$$

$$T_{cs} = 10 + (320 - 10) \exp\left(-\frac{20}{525} \pi \times 0,3 \times 20\right)$$

$$\boxed{T_{cs} = 161 \text{ }^\circ\text{C}}$$

La chute de température est donc de $160 \text{ }^\circ\text{C}$ environ dans la cheminée.

Commentaires

1. La formule donnant T_{cs} (question 2) est recommandée par le Centre Scientifique et Technique du Bâtiment (CSTB) pour le calcul des cheminées.

2. Dans la question 1, on ne peut pas écrire le bilan local sur le fluide froid ($d\Phi = q_{tf} dT_f$) du fait que $dT_f = dT_a = 0$ ($T_a = cte$), ce qui est équivalent à $q_{tf} \rightarrow \infty$. On se retrouve dans la même situation qu'avec un évaporateur ou un condenseur (§ 2.4 et 3.5).

3. L'hypothèse $T_a = cte$ est acceptable (T_a n'est pas ici une température de mélange mais la température du fluide extérieur loin de la paroi) ; elle conduit à une formule simple qui donne des estimations numériques correctes.

4. Dans une revue technique, la formule de la question 2 était accompagnée du commentaire suivant : Σ est la section de la cheminée !! Ce qui donnerait ici une chute de température inférieure à $1 \text{ }^\circ\text{C}$. De l'importance de la rigueur dans le vocabulaire !!

PROBLÈME N° 5 : Échangeur à changement de phase

Énoncé

De l'eau froide circule dans un tube de chaudière à condensation. Sa température d'entrée est $T_{fe} = 18\text{ °C}$ et son débit $q_{mf} = 400\text{ kg/h}$. Le réchauffage est assuré par condensation de vapeur d'eau à l'extérieur du tube, à la température $T_c = 104\text{ °C}$.

On donne : diamètre intérieur $d = 12,5\text{ mm}$; diamètre extérieur $D = 16\text{ mm}$; longueur $L = 2,4\text{ m}$; conductivité de la paroi $\lambda_p = 46\text{ W/mK}$. Pour l'eau, on admettra dans la gamme de température considérée : $\nu_f = 0,7 \cdot 10^{-6}\text{ m}^2/\text{s}$; $Pr_f = 5,5$; $C_{pf} = 4180\text{ J/kgK}$.

1. Calculer le coefficient d'échange h_f à l'intérieur du tube.
2. On donne le coefficient h côté vapeur : $h_c = 8000\text{ W/m}^2\text{K}$. Calculer le coefficient global d'échange k .
3. Calculer le NUT et l'efficacité de l'appareil.
4. Déterminer la température de sortie d'eau T_{fs} , puis la quantité de chaleur Q récupérée annuellement grâce au dispositif à condensation, si l'on considère que la saison de chauffe dure 150 jours et que la chaudière fonctionne 5 heures par jour.

Solution

1.

Il faut déjà savoir quel est le régime d'écoulement. Pour cela, calculons Re :

$$Re = \frac{V d}{\nu} = \frac{q_v d}{S \nu} = \frac{4 q_v}{\pi d \nu}$$

$$\text{Ici, } q_v = 400\text{ l/h} = \frac{400 \cdot 10^{-3}}{3600}\text{ m}^3/\text{s}$$

$$Re = 4 \times \frac{0,4}{3600} \times \frac{1}{\pi \times 12,5 \times 10^{-3} \times 0,7 \times 10^{-6}}$$

$$Re = 16170$$

Avec cette valeur de Re , le régime est turbulent et hydrauliquement lisse. Donc, St est donné par (4.21). On a bien $Pr > 0,66$. D'autre part, $L/d = 2400/12,5 > 60$. Les conditions de validité de la formule sont donc satisfaites.

Pour le fluide froid :

$$St_f = 0,023 Re^{-0,2} Pr^{-0,6} = 0,023 \times 16170^{-0,2} \times 5,5^{-0,6}$$

$$St_f = 1,19 \cdot 10^{-3} \quad \text{et aussi} \quad St_f = \frac{h_f}{\rho C_p V} \quad \text{d'où :}$$

$$h_f = St_f \rho C_p V = St_f \rho C_p \frac{4 q_v}{\pi d^2}$$

On a $\rho = 10^3 \text{ kg/m}^3$ pour l'eau et $d = 12,5 \text{ mm}$, ce qui donne :

$$\boxed{h_f = 4500 \text{ W/m}^2\text{K}}$$

2.

L'épaisseur de la paroi est :

$$e = \frac{D - d}{2} = \frac{16 - 12,5}{2} = 1,75 \text{ mm}$$

La question ne précise pas de quel côté on demande k . Cela sous-entend que l'on raisonne comme avec une paroi plane (§ 6.2.1. et 6.2.3 ♦), et k s'écrit :

$$\frac{1}{k} = \frac{1}{h_c} + \frac{e}{\lambda} + \frac{1}{h_f} = \frac{1}{4500} + \frac{1,75 \cdot 10^{-3}}{46} + \frac{1}{8000} = 3,85 \cdot 10^{-4}$$

$$\boxed{k \cong 3000 \text{ W/m}^2\text{K}}$$

3.

L'échangeur est un appareil à fluide isotherme, pour lequel $R = 0$ (§ 3.5.2), avec ici $q_{t \min} = q_{tf}$. Ainsi :

$$NUT = k \Sigma / q_{tf}$$

où Σ est la surface moyenne d'échange (§ 6.2.2) :

$$\Sigma = \pi \frac{D + d}{2} L = \pi \times \frac{16 + 12,5}{2} \times 10^{-3} \times 2,4 = 0,107 \text{ m}^2$$

Le débit thermique unitaire de l'eau a pour valeur :

$$q_{tf} = q_{mf} C_{pf} = \frac{400}{3600} \times 4180 = 465 \text{ W/K}$$

et le NUT vaut :

$$\boxed{NUT = 0,69}$$

L'efficacité se trouve sur le tableau 3.1. Pour $R = 0$, quelque soit le modèle d'échangeur :

$$E = 1 - \exp(-NUT) = 1 - \exp(-0,69)$$

$$\boxed{E \cong 0,5}$$

4.

Toujours pour la raison que $q_{t \min} = q_{tf}$, E est l'efficacité côté froid (formule 3.11), avec $T_{ce} = T_c = cte$:

$$E = \frac{T_{fs} - T_{fe}}{T_c - T_{fe}}$$

On en tire T_{fs} :

$$T_{fs} = T_{fe} + E (T_c - T_{fe}) = 18 + 0,5 (104 - 18)$$

$$\boxed{T_{fs} = 61 \text{ } ^\circ\text{C}}$$

La puissance thermique du système s'exprime par le bilan sur le fluide froid :

$$\Phi = q_{tf} (T_{fs} - T_{fe}) = 465 (61 - 18) = 20000 \text{ W}$$

$$\Phi = 20 \text{ kW}$$

Sur une saison de chauffe qui compte 150×5 heures, on peut donc récupérer par condensation au maximum :

$$Q = 20 \times 150 \times 5 \text{ kWh}$$

$$\boxed{Q \cong 15000 \text{ kWh}}$$

Commentaires

Il s'agit encore d'un problème allégé où on ne fait mention ni des températures de référence, ni de la distinction entre coefficient d'échange global côté froid et côté chaud, et où le calcul de h côté vapeur n'est pas demandé.

La température de condensation de $104 \text{ } ^\circ\text{C}$ sous-entend que la vapeur est en légère surpression par rapport à la pression atmosphérique.

Les questions 3 et 4 peuvent aussi être traitées avec les résultats relatifs aux échangeurs à fluide isotherme (§ 2.4).

PROBLÈME N° 6 : Échangeur à faisceau de tubes et calandre

Énoncé

Dans la sous-station de chauffage collectif d'un immeuble on désire installer un échangeur à faisceau tubulaire et calandre, destiné à porter de 40 à 60 °C un débit d'eau de 20000 kg/h. Le fluide primaire qui circule dans les tubes est de l'eau surchauffée arrivant à 180 °C, à raison de 10000 kg/h. Les tubes ont un diamètre intérieur $d = 20 \text{ mm}$; la vitesse d'écoulement adoptée est telle que $Re = 10000$. Le coefficient d'échange global k est estimé à $450 \text{ W/m}^2\text{K}$. On admet pour l'eau surchauffée les caractéristiques thermophysiques suivantes : $C_{pc} = 4315 \text{ J/kg K}$; $\rho = 920 \text{ kg/m}^3$; $\mu = 19.10^{-5} \text{ kg/m.s}$.

1. Calculer la puissance Φ échangée et la température de sortie du fluide chaud.
2. L'échangeur est à contre-courant, avec une seule passe sur chaque fluide, les tubes étant montés en parallèle (modèle de la fig. 1.5 sans les chicanes). Déterminer :
 - la surface d'échange Σ nécessaire
 - la vitesse dans les tubes
 - la section totale des tubes
 - le nombre de tubes et la longueur du faisceau

Solution

1.

Calculons tout d'abord les débits thermiques unitaires.

- Sur le fluide froid :

$$q_{tf} = q_{mf} C_{pf}$$

On prend généralement pour l'eau $C_{pc} = 4180 \text{ J/kg K}$ (voir tables en fin de volume).

$$q_{tf} = \frac{20000}{3600} \times 4180$$

$$q_{tf} = 23200 \text{ W/K}$$

- Sur le fluide chaud :

$$q_{tc} = q_{mc} C_{pc} = \frac{10000}{3600} \times 4315$$

$$q_{tc} = 12000 \text{ W/K}$$

La puissance thermique s'obtient à partir des données relatives au fluide froid :

$$\Phi = q_{tf} (T_{fs} - T_{fe}) = 23200 \times (60 - 40) = 46400 \text{ W}$$

$$\boxed{\Phi = 464 \text{ kW}}$$

On tire maintenant T_{cs} du bilan sur le fluide chaud :

$$\Phi = q_{tc} (T_{ce} - T_{cs})$$

$$464000 = 12000 \times (180 - T_{cs})$$

$$T_{cs} = 180 - 38,7$$

$$\boxed{T_{cs} = 141,3 \text{ °C}}$$

2.

♣ Les calculs précédents montrent que nous avons ici :

$$q_{t \min} = q_{tc}$$

et l'efficacité s'écrit :

$$E = \frac{T_{ce} - T_{cs}}{T_{ce} - T_{fe}} = \frac{38,7}{140}$$

$$E = 0,276$$

Quant au facteur de déséquilibre :

$$R = \frac{q_{tc}}{q_{tf}} = \frac{12000}{23200}$$

$$R = 0,517$$

Du tableau 3.1 on tire le NUT :

$$NUT = \frac{1}{1-R} \operatorname{Ln} \frac{1-RE}{1-E} = \frac{1}{1-0,517} \operatorname{Ln} \frac{1-0,517 \times 0,276}{1-0,276}$$

$$NUT = 0,35$$

et aussi :

$$NUT = k \Sigma / q_{tc}$$

ce qui nous donne la surface d'échange :

$$\Sigma = \frac{0,35 \times 12000}{450}$$

$$\Sigma = 9,33 \text{ m}^2$$

◆ Le nombre de Reynolds est imposé :

$$Re = 10000 = \frac{\rho V d}{\mu}$$

d'où la vitesse V :

$$V = \frac{19.10^{-5} \times 10^4}{920 \times 20.10^{-3}}$$

$$V = 0,103 \text{ m/s}$$

♥ La vitesse V est la même dans tous les tubes. Si q_v désigne le débit-volume total, la section totale des tubes est donc :

$$S = \frac{q_v}{V} = \frac{q_{mc}}{\rho} \frac{1}{V} = \frac{10000}{3600} \frac{1}{920} \frac{1}{0,103}$$

$$S = 2,9.10^{-2} \text{ m}^2$$

♠ Le nombre de tubes nécessaires pour assurer le débit demandé est égal à :

$$N = \frac{S}{\pi d^2 / 4} = \frac{2,9 \cdot 10^{-2} \times 4}{\pi \times (2 \cdot 10^{-2})^2} = 92,3$$

Comme il faut bien avoir un nombre entier de tubes, on prendra l'entier immédiatement supérieur :

$$\boxed{N = 93 \text{ tubes}}$$

Si la longueur du faisceau est L (c'est donc aussi la longueur de chaque tube), la surface totale d'échange a pour valeur :

$$\Sigma = N \pi d L$$

On en déduit :

$$L = \frac{\Sigma}{N \pi d} = \frac{9,33}{93 \times \pi \times 0,02}$$

$$\boxed{L = 1,60 \text{ m}}$$

soit une longueur totale de tubes de 149 m environ.

Commentaires

1. L'exercice aborde d'une manière encore élémentaire le dimensionnement d'un échangeur à faisceau de tubes.

2. Les étudiants qui n'ont jamais vu un échangeur tubulaire n'imaginent pas toujours très bien la structure de l'ensemble et les propriétés qui découlent du montage des tubes en parallèle (FEMM, § 7.6).

3. Le NUT de l'échangeur est faible. Le modèle de l'appareil n'a donc pas beaucoup d'importance (§ 3.4.3 et fig. 3.1).

4. Un calcul approché de Σ pourrait être effectué à partir du bilan global en linéarisant la distribution de température de l'eau (§ 6.2.1) :

$$\Phi = k \Sigma (T_c - \langle T_f \rangle) \text{ avec } \langle T_f \rangle = \frac{T_{fe} + T_{fs}}{2}$$

C'est plus rapide et on trouve ici pratiquement le même résultat (parce que NUT est petit). Mais ce n'est pas toujours comme ça. Alors prudence !!

5. Les paramètres k et Σ se réfèrent implicitement à la surface intérieure des tubes puisqu'on ne donne pas le diamètre extérieur dans l'énoncé.

PROBLÈME N° 7 : Échangeur à plaques

Énoncé

De l'air chaud à 80°C produit par une installation industrielle est évacué à l'extérieur à raison de 5000 kg/h . Il traverse préalablement un échangeur servant à préchauffer à 20°C l'air neuf admis dans le bâtiment à une température d'entrée de 5°C .

L'échangeur est un appareil à plaques planes et à courants croisés, sans brassage des fluides, dont la surface d'échange est $\Sigma = 50\text{ m}^2$. Dans la plage de fonctionnement prévue, son coefficient global d'échange k est estimé par le constructeur à :

$$k = 3,6 q_{mf} + 65$$

avec q_{mf} en kg/s et k en $\text{W} / \text{m}^2 \text{K}$.

1. Estimer a priori sur quel circuit le débit thermique unitaire est minimal.
 - 2 En procédant par approximations successives, déterminer quel débit d'air neuf cet échangeur peut porter à 20°C .
 3. Calculer la température de sortie du fluide chaud et la puissance de l'échangeur.
- P.J. Abaque $E = f(\text{NUT})$, fig. P.7.

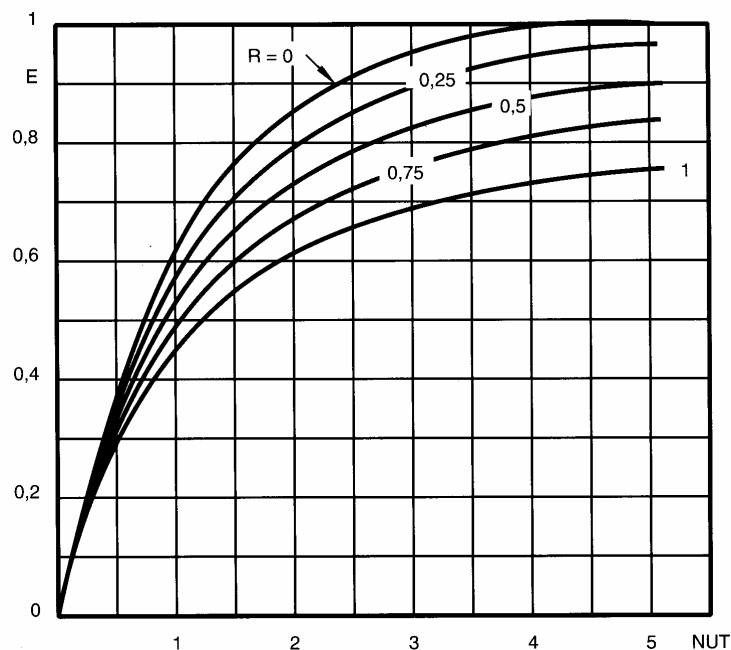


FIG. P.7. – Échangeur à courants croisés, fluides non brassés

Solution

1.

On a $\Delta T = (20 - 5) = 15^{\circ}\text{C}$ sur le fluide froid. Le fluide chaud entre à $T_{ce} = 80^{\circ}\text{C}$, ce qui doit permettre un ΔT nettement plus important. Les fluides étant les mêmes des deux côtés, q_{mf} est certainement supérieur à q_{mc} , d'où $q_{tf} > q_{tc}$ car la chaleur massique C_p dépend très peu de la température. Par conséquent, a priori :

$$q_{t \min} = q_{tc}$$

puisque le fluide qui accuse le plus grand ΔT est celui qui a le plus petit débit thermique unitaire (§ 3.1).

2.

Les données ne portent que sur trois températures aux bornes et un débit. Le débit inconnu q_{mf} ne peut pas être calculé directement ; l'efficacité non plus puisque ici $E = E_c$ et on ne connaît pas T_{cs} . On va donc procéder par approximations successives à partir d'une estimation empirique de q_{mf} , en calculant NUT , puis E au moyen de l'abaque (!! dernier rappel : *abaque* est un nom masculin, on dit **un** abaque, fermez la parenthèse) et enfin T_{fs} que l'on va comparer à la valeur imposée 20°C .

♣ Choisissons comme valeur de départ :

$$q_{mf} = 15000 \text{ kg/h} = 4,166 \text{ kg/s}$$

$$NUT = \frac{k \Sigma}{q_{t \min}} = \frac{k \Sigma}{q_{tc}} \quad \text{avec} \quad \Sigma = 50 \text{ m}^2$$

$$q_{mc} = 5000 / 3600 = 1,39 \text{ kg/s}$$

D'après les tables numériques, $C_{pc} \cong 1006 \text{ J/kg K}$ très peu dépendant de T . Soit :

$$q_{tc} = q_{mc} C_{pc} = 1400 \text{ W/K}$$

Dans ces conditions :

$$k = 3,6 q_{mf} + 65 = 3,6 \times 4,166 + 65 = 80 \text{ W/m}^2 \text{ K}$$

$$NUT = \frac{80 \times 50}{1400} = 2,86$$

$$R = \frac{q_{tc}}{q_{tf}} = \frac{q_{mc}}{q_{mf}} \quad \text{puisque} \quad C_{pc} \cong C_{pf}$$

$$R = 1,39 / 4,166 = 0,333$$

En reportant sur l'abaque, on trouve pour l'efficacité : $E \cong 0,85$

Puisque $q_{t \min} = q_{tc}$, nous avons (formules 3.10) :

$$E = E_c = \frac{1}{R} E_f = \frac{1}{R} \frac{T_{fs} - T_{fe}}{T_{ce} - T_{fe}}$$

d'où l'on tire :

$$\begin{aligned} T_{fs} &= T_{fe} + R E (T_{ce} - T_{fe}) \\ &= 5 + 0,333 \times 0,85 \times (80 - 5) \end{aligned}$$

soit :

$$T_{fs} = 26,25^\circ\text{C}$$

Cette valeur est supérieure à la température imposée (20°C) ; on a donc pris un débit q_{mf} trop faible.

◆ Reconnaissons l'opération avec :

$$q_{mf} = 25000 \text{ kg / h} = 6,945 \text{ kg / s}$$

La trame du raisonnement est identique ; q_{tc} est inchangée = 1400 W / K

$$k = 3,6 \times 6,945 + 65 = 90 \text{ W / m}^2 \text{ K} ; \quad NUT = \frac{90 \times 50}{1400} = 3,2$$

$$R = 1,39 / 6,945 = 0,2$$

et l'abaque donne : $E \cong 0,9$

$$T_{fs} = 5 + 0,9 \times 0,2 \times (80 - 5)$$

$$T_{fs} = 18,5 \text{ }^\circ\text{C}$$

Nous nous sommes nettement rapprochés de 20 °C, mais maintenant T_{fs} est un peu trop faible ; donc q_{mf} est un peu trop grand.

♥ Faisons une troisième tentative avec $q_{mf} = 22500 \text{ kg / h} = 6,25 \text{ kg / s}$

$$k = 3,6 \times 6,25 + 65 = 87,5 \text{ W / m}^2 \text{ K}$$

$$NUT = \frac{87,5 \times 50}{1400} = 3,125$$

$$R = 1,39 / 6,25 = 0,222$$

Sur l'abaque, on observe que E est pratiquement inchangée $\cong 0,9$

$$T_{fs} = 5 + 0,9 \times 0,222 \times (80 - 5)$$

$T_{fs} \cong 20 \text{ }^\circ\text{C}$: La convergence est atteinte. La valeur demandée est donc :

$$\boxed{q_{mf} = 22500 \text{ kg / h} = 6,25 \text{ kg / s}}$$

3.

Nous pouvons par exemple déduire T_{cs} du bilan global de l'échangeur (3.1) :

$$q_{tc} (T_{ce} - T_{cs}) = q_{tf} (T_{fs} - T_{fe}) \quad \text{d'où :}$$

$$T_{cs} = T_{ce} - \frac{q_{tf}}{q_{tc}} (T_{fs} - T_{fe}) = 80 - \frac{6,25}{1,39} (20 - 5)$$

puisque $q_{tf} / q_{tc} = q_{mf} / q_{mc}$. Finalement :

$$\boxed{T_{cs} = 12,5 \text{ }^\circ\text{C}}$$

Le bilan sur le fluide chaud (ou froid) donne enfin la puissance Φ de l'échangeur :

$$\Phi = q_{tc} (T_{ce} - T_{cs}) = 1400 \times (80 - 12,5)$$

$$\boxed{\Phi = 94500 \text{ W}}$$

Commentaires

Cet exercice illustre l'un des rares cas où l'on doit procéder par itération avec la méthode *NUT*.

Pour le calcul de T_{fs} (question 2), on peut aussi calculer préalablement T_{cs} à partir de E puis déduire T_{fs} du bilan enthalpique de l'échangeur.

PROBLÈME N° 8 : Échangeur tubulaire à courants croisés

Énoncé

Une chaudière à mazout produit des fumées à 360 °C qui sont utilisées pour préchauffer de 20 à 120 °C l'air nécessaire à la combustion.

L'installation consomme 1500 kg de mazout par heure. La combustion d'un kilog de mazout demande 17,95 kg d'air et produit 18,95 kg de fumées.

L'appareil utilisé est un échangeur tubulaire à courants croisés, à deux passes côté tubes ; l'air circule dans les tubes, verticalement, et les fumées autour des tubes, horizontalement (cette disposition limite les obligations de ramonage).

La température de paroi T_p des tubes doit être partout supérieure à 160 °C pour éviter la corrosion due à la condensation des composés soufrés.

Les tubes forment un faisceau en ligne, à pas carré, de pas relatif $e^+ = 1,4$. Ils ont pour diamètre extérieur $D = 55$ mm et pour diamètre intérieur $d = 50$ mm.

Pour chaque écoulement, le nombre de Reynolds est fixé : $Re_f = 25000$ dans les tubes (fluide froid) et $Re_c = 5000$ en calandre (fluide chaud, vitesse de référence = vitesse débitante en calandre vide).

Dans le domaine de température envisagé, on prendra comme caractéristiques moyennes des fumées :

$$\mu = 3.10^{-5} \text{ kg / m.s} \quad C_p = 1212 \text{ J / kg K}$$

$$\lambda = 0,033 \text{ W / m K} \quad \rho = 0,585 \text{ kg / m}^3$$

- 1. Calculer la température de sortie des fumées T_{cs} .*
- 2. L'échangeur peut fonctionner soit avec des entrées opposées, soit avec des entrées du même côté (voir figure P8). Quel sens de fonctionnement doit être choisi pour éviter le risque de condensation des composés soufrés ?*
- 3. Calculer à quelles vitesses de référence V_c^0 et V_f^0 correspondent les nombres de Reynolds imposés.*
- 4. Déterminer le coefficient global d'échange k_c côté fluide chaud (négliger la résistance thermique de la paroi).*
- 5. Calculer la puissance Φ de l'échangeur, son efficacité E et son *NUT*. Déterminer la surface d'échange Σ_c côté chaud, le nombre de tubes nécessaires et la longueur L de chaque tube.*

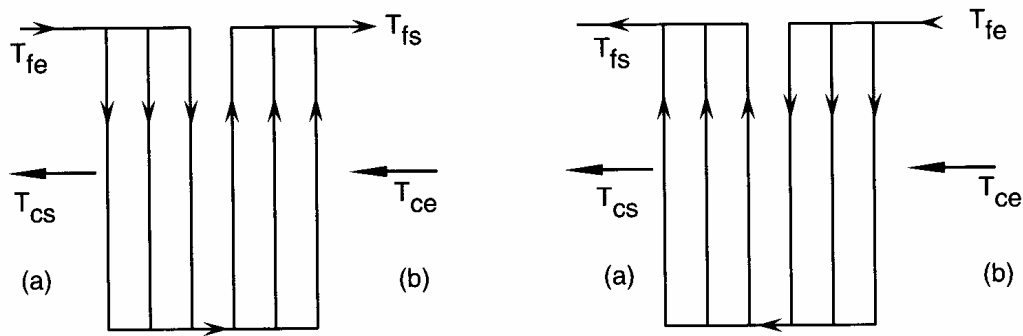


FIG. P8 – Échangeur tubulaire à courants croisés.
Fluide chaud : fumées ; fluide froid : air
 A gauche : entrées opposées. A droite : entrées du même côté

Solution

1.

La température inconnue T_{cs} sera obtenue à partir du bilan enthalpique de l'échangeur :

$$q_{tc}(T_{ce} - T_{cs}) = q_{tf}(T_{fs} - T_{fe})$$

Il faut d'abord calculer les débits thermiques unitaires.

- Pour le fluide froid (air), le débit-masse est :

$$q_{mf} = \frac{1500 \times 17,95}{3600} = 7,5 \text{ kg/s}$$

La chaleur massique de l'air dépend très peu de la température. On l'arrondit à $C_{pf} \cong 1010 \text{ J/kg K}$, soit :

$$q_{tf} = q_{mf} C_{pf} = 7,5 \times 1010 = 7,57 \cdot 10^3 \text{ W/K}$$

- Pour le fluide chaud (fumées) :

$$q_{mc} = \frac{1500 \times 18,95}{3600} = 7,9 \text{ kg/s}$$

$$q_{tc} = 7,9 \times 1212 = 9,57 \cdot 10^3 \text{ W/K}$$

On observe au passage que :

$$q_{t \min} = q_{tf} = 7,57 \cdot 10^3 \text{ W/K}$$

Du bilan enthalpique on tire :

$$T_{ce} - T_{cs} = \frac{q_{tf}}{q_{tc}} (T_{fs} - T_{fe}) = \frac{7,57}{9,57} \times (120 - 20) = 79^\circ\text{C}$$

$$\boxed{T_{cs} = 281^\circ\text{C}}$$

2.

Air et fumées ont des propriétés voisines, et les coefficients d'échange à l'extérieur et à l'intérieur des tubes doivent être du même ordre de grandeur. Comme température locale de paroi, on admettra donc en première approximation :

$$T_p \approx (T_{air} + T_{fumées}) / 2$$

Avec entrées opposées, on a :

* côté (a) : air à 20 °C ; fumées à 281 °C, soit :

$$T_{pa} \cong \frac{20 + 281}{2} = 150,5 \text{ °C} < 160 \text{ °C} \quad \text{d'où risque de condensation}$$

* côté (b) : air à 120 °C ; fumées à 360 °C, soit :

$$T_{pb} \cong \frac{360 + 120}{2} = 240 \text{ °C} \quad \text{pas de problème}$$

Cette solution est à proscrire : il y a un fort risque de condensation vers la sortie des fumées.

Avec entrées du même côté :

* côté (a) : air à 120 °C ; fumées à 281 °C. Donc :

$$T_{pa} \cong \frac{120 + 281}{2} \cong 200 \text{ °C} > 160 \text{ °C} \quad \text{c'est bon}$$

* côté (b) : air à 20 °C ; fumées à 360 °C :

$$T_{pb} \cong \frac{20 + 360}{2} = 190 \text{ °C} > 160 \text{ °C} \quad \text{c'est encore bon}$$

Conclusion : il vaut mieux placer les entrées du même côté

3.

Vitesse de référence V_f^0 côté fluide froid :

Il s'agit ici de l'écoulement de l'air dans les tubes.

$$Re_f = \frac{V_f^0 d}{\nu_f} = 25000 \quad \text{donné, avec } d = 50 \text{ mm}$$

ν_f doit être évaluée à la température moyenne de mélange de l'air (§ 4.1.5 ♥), soit :

$$T_{mf} = \frac{20 + 120}{2} = 70 \text{ °C}$$

$$\nu_f = 2,02 \cdot 10^{-5} \text{ m}^2 / \text{s}$$

On en déduit :

$$V_f^0 = \frac{25000 \times 2,02 \cdot 10^{-5}}{50 \cdot 10^{-3}}$$

$$\boxed{V_f^0 = 10,1 \text{ m/s}}$$

Vitesse de référence V_c^0 côté fluide chaud

Il s'agit maintenant des fumées, sachant que :

$$Re_c = \frac{V_c^0 D}{\nu_c} = 5000 \text{ avec } \nu_c = \frac{\mu_c}{\rho_c} = \frac{3 \cdot 10^{-5}}{0,585} = 5,13 \cdot 10^{-5} \text{ m}^2 / \text{s}$$

on en tire :

$$V_c^0 = \frac{Re_c \nu_c}{D} = \frac{5000 \times 5,13 \cdot 10^{-5}}{55 \cdot 10^{-3}}$$

$$\boxed{V_c^0 = 4,66 \text{ m/s}}$$

4.

Coefficient d'échange h_c côté chaud (en calandre)

Le nombre de Reynolds est donné : $Re_c = 5000$, avec une vitesse de référence en calandre vide, donc compatible avec les formules du parag. 4.3.1.

Le faisceau est en ligne ; de ce fait il résulte que : $e_T^+ = e_L^+ = e^+ = 1,4$. En admettant que le nombre de nappes est au moins égal à 10 (§ 4.3.1.3 ♥), le nombre de Stanton est donc à prendre dans la formule (4.28) avec $\alpha = -0,7$ pour le fluide chaud :

$$St_c = 0,023 \left(1 + 6,2 \left[\frac{1,4 + 0,90}{1,4 - 0,98} \right]^{0,6} \times 1,4^{-0,2} \right) \times 5000^{-0,32} Pr^{-0,7}$$

Le nombre de Prandtl est calculé à la température T_{mc} , ce qui donne d'après les valeurs de l'énoncé :

$$Pr_c = \frac{\nu}{a} = \frac{\mu C_p}{\lambda} = \frac{3 \cdot 10^{-5} \times 1212}{0,033} = 1,10$$

et l'on obtient :

$$St_c = 0,024$$

Le coefficient d'échange h_c se déduit de St :

$$h_c = St_c \rho_c C_{pc} V_c^0 = 0,024 \times 0,585 \times 1212 \times 4,66$$

(la vitesse de référence V^0 étant la même que pour Re , cf. § 4.3.1.2).

$$\boxed{h_c = 79,3 \text{ W/m}^2 \text{ K}}$$

Coefficient d'échange h_f côté fluide froid (dans les tubes)

On sait que $Re_f = 25000$; en l'absence d'information sur la rugosité de la paroi, il est raisonnable d'admettre que l'on est en régime « turbulent lisse ». On utilisera donc la formule de Dittus et Boelter (4.21) avec $\alpha = -0,6$ (fluide froid), sous réserve que l'on ait $L/d > 60$, ce qui devra être vérifié en fin de calcul :

$$St_f = 0,023 Re_f^{-0,2} Pr_f^{-0,6}$$

Pour l'air à $T_{mf} = 70^\circ\text{C}$, $Pr_f = 0,7$.

$$St_f = 0,023 \times 25000^{-0,2} \times 0,7^{-0,6}$$

$$St_f = 0,00376$$

De là nous déduisons h_f :

$$h_f = St_f \rho_f C_{pf} V_f^0$$

A la température $T_{mf} = 70^\circ\text{C}$, les tables donnent pour l'air : $\rho_f = 1,02 \text{ kg/m}^3$ et $C_{pf} \cong 1015 \text{ J/kg K}$. Ainsi :

$$h_f = 0,00376 \times 1,02 \times 1015 \times 10,1$$

$$\boxed{h_f = 39,3 \text{ W/m}^2 \text{ K}}$$

Coefficient global côté fluide chaud

Le coefficient global k_c côté fluide chaud est ensuite calculé avec (6.6) :

$$k_c = \frac{1}{\Sigma_c} \left(\frac{1}{\Sigma_c h_c} + \frac{1}{\Sigma_f h_f} \right)^{-1} = \frac{1}{\frac{1}{h_c} + \frac{\Sigma_c}{\Sigma_f} \frac{1}{h_f}}$$

Le rapport des surfaces d'échange est égal au rapport des diamètres $D/d = 55/50$.

$$k_c = \frac{1}{\frac{1}{79,3} + \frac{55}{50} \frac{1}{39,3}}$$

$$\boxed{k_c = 24,6 \text{ W/m}^2 \text{ K}}$$

5.

Puissance

On peut calculer la puissance par exemple côté froid :

$$\Phi = q_{tf} (T_{fs} - T_{fe}) = 7,57 \cdot 10^3 (120 - 20)$$

$$\boxed{\Phi = 757 \text{ kW}}$$

Efficacité

D'après (3.12) :

$$E = \frac{\Phi}{q_{t \min} (T_{ce} - T_{fe})} = \frac{757 \cdot 10^3}{7,57 \cdot 10^3 (360 - 20)}$$

$$\underline{E = 0,295}$$

NUT

L'échangeur est à courants croisés, à un fluide brassé (§ 1.2), avec une seule passe sur le fluide brassé. Le débit thermique maximum est celui des fumées, c'est-à-dire du fluide brassé. Le tableau 3.1 donne dans ce cas :

$$NUT = - \text{Ln} \left(1 + \frac{1}{R} \text{Ln}(1 - ER) \right)$$

$$R = \frac{q_{t \min}}{q_{t \max}} = \frac{7,57}{9,57} \quad \text{soit} \quad \underline{R = 0,79}$$

et finalement :

$$\underline{NUT \cong 0,41}$$

Surface d'échange

De NUT on déduit la valeur de la surface d'échange Σ_c côté fluide chaud :

$$NUT = \frac{k_c \Sigma_c}{q_{t \min}} = \frac{24,6 \Sigma_c}{7,57 \cdot 10^3} = 0,41$$

$$\boxed{\Sigma_c \cong 126 \text{ m}^2}$$

Faisceau de tubes

La surface d'échange Σ_c côté fluide chaud correspond au diamètre extérieur des tubes : $D = 55 \cdot 10^{-3} \text{ m}$. Si L_t est la *longueur totale des tubes*, on a donc :

$$\Sigma_c = \pi D L_t \quad \text{soit} \quad L_t = \frac{126}{\pi \times 55 \cdot 10^{-3}}$$

$$\underline{L_t \cong 729 \text{ m}}$$

Appelons n le nombre de tubes nécessaires dans chaque passe pour assurer le débit demandé, et S_t la section totale des tubes :

$$S_t = n \frac{\pi d^2}{4}$$

Pour avoir n , il faut calculer préalablement S_t à partir de l'expression du débit d'air :

$$q_{mf} = \rho_f S_t V_f$$

Dans un calcul de débit, la masse volumique ρ_f doit être évaluée à la température moyenne de mélange, ici T_{mf} (§ 4.1.4 et 4.1.5 ♥), ce qui donne $\rho_f = 1,02 \text{ kg/m}^3$. En outre, $V_f = V_f^0 = 10,1 \text{ m/s}$, et $q_{mf} = 7,5 \text{ kg/s}$. Alors :

$$S_t = \frac{7,5}{1,02 \times 10,1} = 0,728 \text{ m}^2$$

$$n = \frac{4 S_t}{\pi d^2} \quad \text{avec} \quad d = 50 \cdot 10^{-3} \text{ m}$$

$$\underline{n = 370 \text{ tubes par passe}}$$

soit au total :

$$\boxed{N = 740 \text{ tubes}}$$

La longueur de chaque tube (c'est-à-dire la longueur du faisceau) est donnée par :

$$L = \frac{L_t}{n} = \frac{729}{740} \text{ m}$$

$$\boxed{L \cong 1 \text{ m}}$$

Vérification

Il y a lieu maintenant de s'assurer que la longueur de chaque tube répond bien à la condition $L/d > 60$ (question 4, calcul de h_f). Or ce n'est pas le cas, puisque nous avons ici $L/d \approx 20$: d'après (4.24), St_f doit donc être multiplié par un facteur 1,12. Cela remontera de quelques pour cent le coefficient d'échange global, et il faudrait normalement procéder à une itération avec cette nouvelle valeur. Mais on est excusable si on renonce à recommencer les calculs.

En ce qui concerne h_f , vu le nombre total de tubes, la condition « nombre de nappes supérieur à 10 » est réaliste.

Commentaires

- La question 2 illustre le genre de raisonnement sur des données incertaines que l'ingénieur doit fréquemment pratiquer (ou devrait être apte à pratiquer ...). Bien qu'elles soient par essence nuancées, les conclusions auxquelles on aboutit sont appelées à étayer des choix.

- Dans le cas présent, la suite du calcul montre que $h_c > h_f$, ce qui a pour effet de relever la température de paroi estimée, et donc de faire reculer le risque de condensation côté (a) dans la formule « entrées opposées ». Malgré tout, cette solution apparaît moins sûre que la disposition « entrées du même côté ».

- Les caractéristiques thermophysiques des fumées sont fournies dans l'énoncé pour raccourcir les calculs. On doit normalement les estimer à partir de la composition des dites fumées, avec les tables relatives à O_2 , N_2 et CO_2 .

PROBLÈME N° 9 : Échangeur tubulaire, faisceau en quinconce

Énoncé

On étudie un échangeur air-eau à faisceau de tubes et calandre. L'eau circule dans les tubes et l'air autour des tubes, perpendiculairement à eux. Les tubes sont disposés verticalement, chaque nappe transversale constituant une passe pour la circulation de l'eau. La calandre est rectangulaire, de hauteur $H_c = 2,615 \text{ m}$ et de largeur l_c à déterminer.

Le faisceau est en quinconce, de pas triangulaire équilatéral. Le pas transversal entre tubes est fixé à $S_T = 95 \text{ mm}$. Dans chaque nappe transversale, les tubes sont montés en parallèle. Ils sont en acier. Leurs diamètres intérieur/extérieur sont $d = 31 \text{ mm}$ et $D = 35 \text{ mm}$. Une distance de $0,5 S_T$ est imposée entre l'axe des tubes d'extrémité et la paroi de la calandre. On se fixe une vitesse débitante maximale pour l'eau (fluide froid) $V_f = 1 \text{ m/s}$.

Les données du problème sont :

Fluide	Eau	Air
Température d'entrée	$T_{fe} = 20^\circ\text{C}$	$T_{ce} = 250^\circ\text{C}$
Température de sortie	$T_{fs} = 80^\circ\text{C}$	
Débit	$q_{mf} = 12 \text{ kg/s}$	$q_{mc} = 50 \text{ kg/s}$

1. Calculer la puissance thermique échangée et la température de sortie de l'air.
2. a) Déterminer le nombre N_L de tubes nécessaire dans chaque nappe transversale. (préciser quel est dans ce cas le nombre de nappes longitudinales du faisceau de tubes).
b) En déduire la largeur l_c de la calandre et la vitesse V_c^0 de l'air (fluide chaud) dans la calandre vide.
3. Calculer le coefficient global d'échange k_f côté fluide froid. Commenter le résultat.
4. a) Déterminer l'efficacité de l'échangeur, son NUT et la surface d'échange Σ_f nécessaire (côté fluide froid).
b) Calculer la longueur totale L des tubes, et le nombre N_T de nappes transversales.
5. La rugosité intérieure des tubes est $\varepsilon = 10^{-2} \text{ mm}$. Pour chaque demi-tour du fluide (passage d'une nappe à la suivante), le coefficient de perte de charge singulière est évalué à $\zeta = 0,4$. On comptera $\zeta_e = 0,5$ pour l'entrée et $\zeta_s = 1$ pour la sortie du circuit. Calculer la perte de charge totale et la puissance utile P_u de la pompe nécessaire pour alimenter l'échangeur en eau.

Solution

1.

La puissance de l'appareil se déduit du bilan thermique sur l'eau :

$$\Phi = q_{tf} (T_{fs} - T_{fe})$$

Avec $C_{pf} = 4180 \text{ J/kg K}$ environ pour l'eau, le débit thermique unitaire vaut :

$$q_{tf} = q_{mf} C_{pf} = 12 \times 4180$$

$$q_{tf} = 50160 \text{ W / K}$$

d'où la puissance :

$$\Phi = 50160 (80 - 20) \text{ W}$$

$$\boxed{\Phi = 3010 \text{ kW}}$$

Le bilan thermique sur l'air s'écrit :

$$\Phi = q_{tc} (T_{ce} - T_{cs}) = q_{mc} C_{pc} (T_{ce} - T_{cs})$$

En toute rigueur, pour connaître C_{pc} , il nous faut la température moyenne T_{mc} de l'air, qui est inconnue. Mais les chaleurs massiques varient assez peu avec la température. En se basant sur une estimation approximative de 210°C , on a $C_{pc} \cong 1025 \text{ J / kg K}$. D'où :

$$q_{tc} = 50 \times 1025$$

$$q_{tc} = 51100 \text{ W / K}$$

On en déduit la température de sortie de l'air :

$$T_{cs} = T_{ce} - \frac{\Phi}{q_{tc}} = 250 - \frac{3010 \cdot 10^3}{51100}$$

$$\boxed{T_{cs} = 191^\circ\text{C}}$$

La température moyenne T_{mc} est donc de 220°C , et l'incidence sur la valeur de C_{pc} est négligeable. On en reste là.

2.

2a). Nombre de tubes

Le débit d'eau est donné :

$$q_{mf} = \rho_f S_f V_f = 12 \text{ kg / s}$$

Les tubes étant en parallèle, leur section totale dans une nappe transversale est :

$$S_f = N_L \frac{\pi d^2}{4} = \frac{q_{mf}}{\rho_f V_f}$$

Avec $V_f = 1 \text{ m / s}$ et $\rho_f = 10^3 \text{ kg / m}^3$, il faut donc dans chaque nappe :

$$N_L = \frac{4 \times 12}{\pi \times (31 \cdot 10^{-3})^2 \times 10^3 \times 1} = 15,9 \text{ tubes}$$

La vitesse de 1 m/s étant un maximum, on doit arrondir à l'entier supérieur :

$$\boxed{N_L = 16 \text{ tubes}}$$

Le réajustement qui en résulte sur la vitesse est négligeable, et on peut conserver dans la suite des calculs $V_f = 1 \text{ m / s}$.

Le nombre de tubes d'une nappe transversale est égal au nombre de nappes longitudinales, soit ici 16 tubes (§ 4.3.1.1).

2b). Largeur de la calandre et vitesse de l'air

Une rangée de 16 tubes au pas transversal de 95 mm nécessite un espace de $15 \text{ entre-axes} = 15 S_T$, plus $0,5 S_T$ à gauche et à droite entre les tubes et la paroi de la calandre (condition posée par l'énoncé).

Mais le faisceau étant en quinconce, la seconde rangée est décalée de $0,5 S_T$ vers la droite ou vers la gauche, ce qui fait en tout :

$$l_c = (15 + 2 \times 0,5 + 0,5) S_T = 16,5 \times 95.10^{-3}$$

$$\boxed{l_c = 1,57 \text{ m}}$$

La calandre vide a une section $S_c = H_c l_c = 2,615 \times 1,57$

$$S_c = 4,10 \text{ m}^2$$

A la température moyenne $T_{mc} = 220 \text{ }^\circ\text{C}$ (question 1), les tables donnent pour la masse volumique $\rho_c = 0,715 \text{ kg/m}^3$, d'où la vitesse débitante dans la calandre vide :

$$V_c^0 = \frac{q_{mc}}{\rho_c S_c} = \frac{50}{0,715 \times 4,10}$$

$$\boxed{V_c^0 = 17 \text{ m/s}}$$

3.

Pour calculer le coefficient d'échange global, il faut d'abord connaître les coefficients d'échange de chaque côté des tubes.

3a). Coefficient h_f à l'intérieur des tubes

Le nombre de Reynolds dans les tubes est : $Re_f = \frac{V_f d}{\nu_f}$

A la température moyenne de mélange de l'eau :

$$T_{mf} = \frac{20 + 80}{2} = 50 \text{ }^\circ\text{C}$$

la viscosité cinématique vaut (cf. tables) : $\nu_f = 0,057.10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$, d'où :

$$Re_f = \frac{1 \times 31.10^{-3}}{0,057.10^{-5}}$$

$$Re_f = 54400$$

Avec ce nombre de Reynolds ($< 10^5$), on doit pouvoir utiliser la formule de Dittus-Boelter (4.21), à condition d'avoir un allongement des tubes $L/d > 60$. Ici la longueur des tubes est la hauteur de la calandre, c'est-à-dire H_c . On a effectivement :

$$\frac{H_c}{d} = \frac{2615}{31} = 84,3$$

Le compte est bon, et alors :

$$St_f = 0,023 Re_f^{-0,2} Pr_f^{-0,6}$$

A la température $T_{mf} = 50 \text{ }^\circ\text{C}$, les tables donnent $Pr_f = 3,67$.

$$St_f = 0,023 \times 54400^{-0,2} \times 3,67^{-0,6} = 0,023 \times 0,113 \times 0,456$$

$$St_f = 1,185.10^{-3}$$

D'après la définition du nombre de Stanton, avec les valeurs numériques déjà connues:

$$h_f = St_f \rho_f C_{pf} V_f = 1,185.10^{-3} \times 10^3 \times 4180 \times 1$$

$$h_f = 4950 \text{ W / m}^2 \text{ K}$$

3b). Coefficient h_f autour des tubes

Le faisceau est en quinconce, à pas triangulaire équilatéral. On a donc :

- pour le paramètre géométrique adimensionnel (§ 4.3.1.3 ♦) : $\Psi = 1/2$

- et pour le pas transversal relatif : $e_T^+ = \frac{S_T}{D} = \frac{95}{35}$

$$e_T^+ = 2,7$$

Le nombre de Stanton est donné par (4.29b) (dans le cas $\Psi < 1$ et avec $\alpha = -0,7$ pour le fluide chaud) :

$$St_c = 0,023 \left\{ 1 + \left(\frac{29 e_T^+}{e_T^+ - 1} - 1 \right)^{0,66} \right\} Re_c^{-0,346} Pr_c^{-0,7}$$

A la température moyenne de l'air $T_{mc} = 220 \text{ }^\circ\text{C}$ (question 1), $Pr_c = 0,68$ et $v_c = 3,74 \cdot 10^{-5} \text{ m}^2 / \text{s}$. La vitesse de référence pour le nombre de Reynolds est ici la vitesse dans la calandre vide $V_c^0 = 17 \text{ m/s}$ (question 2), et la longueur de référence est le diamètre extérieur D des tubes d'où :

$$Re_c = \frac{V_c^0 D}{v_c} = \frac{17 \times 35 \cdot 10^{-3}}{3,74 \cdot 10^{-5}}$$

$$Re_c = 15900$$

$$St_c = 0,023 \left\{ 1 + \left(\frac{29 \times 2,7}{2,7 - 1} - 1 \right)^{0,66} \right\} 15900^{-0,346} \times 0,68^{-0,7}$$

$$St_c = 0,0132$$

On en déduit le coefficient d'échange moyen :

$$h_c = St_c \rho_c C_{pc} V_c^0 = 0,0132 \times 0,715 \times 1025 \times 17$$

$$h_c = 164,5 \text{ W / m}^2 \text{ K}$$

3c). Coefficient global k_f

Le coefficient global d'échange côté froid est donné par (6.6d) :

$$\frac{1}{k_f} = \frac{\Sigma_f}{\Sigma_c} \frac{1}{h_c} + \frac{e}{\lambda} \frac{\Sigma_f}{\Sigma_m} + \frac{1}{h_f}$$

avec ici (§ 6.2.3 ♦) $\Sigma_f / \Sigma_c = d / D$ et $\Sigma_f / \Sigma_m = 2d / (d + D)$, et aussi $e = (D - d) / 2 = 2 \text{ mm}$. Pour la conductivité thermique de l'acier $\lambda = 46 \text{ W / m.K}$.

$$\frac{1}{k_f} = \frac{31}{35} \frac{1}{164,5} + \frac{2 \cdot 10^{-3}}{46} \frac{2 \times 31}{31 + 35} + \frac{1}{4950}$$

$$\frac{1}{k_f} = 5,38 \cdot 10^{-3} + 0,04 \cdot 10^{-3} + 0,21 \cdot 10^{-3}$$

$$k_f = 177,5 \text{ W / m}^2 \text{ K}$$

Dans ce total, le terme dominant est le coefficient d'échange côté air. Le coefficient d'échange côté eau compte pour moins de 4%. La résistance thermique de la paroi est négligeable.

4.

4a). *Efficacité, NUT, surface d'échange*

D'après la 1ère question, $q_{t \min} = q_{tf}$. L'efficacité de l'échangeur est donc exprimée par (3.11) :

$$E = \frac{T_{fs} - T_{fe}}{T_{ce} - T_{fe}} = \frac{80 - 20}{250 - 20}$$

$$E = 0,26$$

L'échangeur est de type *I-N*. Son *NUT* est donné dans le tableau 3.1 :

$$NUT = \frac{1}{\sqrt{1 + R^2}} \operatorname{Ln} \frac{2 - E(1 + R - \sqrt{1 + R^2})}{2 - E(1 + R + \sqrt{1 + R^2})}$$

Le facteur de déséquilibre vaut :

$$R = \frac{q_{t \min}}{q_{t \max}} = \frac{50160}{51100} = 0,98$$

Tous calculs faits :

$$NUT = 0,36$$

$$\text{Nous savons que } NUT = \frac{K}{q_{t \min}} = \frac{k_f \Sigma_f}{q_{t \min}}$$

La connaissance du *NUT* permet donc de déterminer la surface d'échange Σ_f :

$$\Sigma_f = NUT \frac{q_{t \min}}{k_f} = 0,36 \times \frac{50160}{177,5}$$

$$\Sigma_f = 101,7 \text{ m}^2$$

4b). *Nombre de nappes transversales*

Si *L* est la longueur totale des tubes, la surface d'échange Σ_f (côté fluide froid, c'est-à-dire à l'intérieur des tubes) s'écrit :

$$\Sigma_f = \pi d L$$

d'où :

$$L = \frac{101,7}{\pi \times 31.10^{-3}}$$

$$L = 1045 \text{ m}$$

Dans une nappe transversale, il y a N_L tubes, dont la longueur totale est $N_L \times H_c$. Le nombre de nappes transversales N_T est donc tel que :

$$N_T = \frac{L}{N_L \times H_c} = \frac{1045}{16 \times 2,615} = 24,97$$

La valeur trouvée est très proche de l'entier 25. On prendra donc, sans avoir besoin de faire une correction :

$$\boxed{N_T = 25 \text{ nappes}}$$

5.

5a). Perte de charge

Lorsqu'un circuit possède des branches en parallèle, la perte de charge ΔX est la même sur chacune des branches et sur l'ensemble (FEMM, § 7.6.1).

Dans une passe, où chaque tube a une longueur H_c , d'après FEMM (6.140b) la perte de charge en ligne vaut : $4 C_f \frac{H_c}{d} \rho \frac{V_f^2}{2}$, et la perte de charge sur chaque singularité s'élève

$$\text{à : } \zeta \frac{\rho V_f^2}{2}$$

De l'entrée à la sortie de l'eau, le circuit comporte N_T passes ; chaque particule fluide suit un itinéraire qui comporte donc N_T tubes, $N_T - 1$ coudes de demi-tour, une entrée et une sortie, avec une vitesse uniforme V_f , d'où une perte de charge totale (FEMM. 6.177 et 6.178) :

$$\Delta X = \left(4 C_f \frac{N_T \times H_c}{d} + (N_T - 1) \zeta + \zeta_e + \zeta_s \right) \rho \frac{V_f^2}{2}$$

On a vérifié à la question 3a) que l'allongement H_c / d des tubes est supérieur à 60. Vu le nombre de Reynolds $Re_f = 54400$, le coefficient de frottement C_f est donné par la formule de Colebrook (4.23 et aussi FEMM 7.10) :

$$\frac{1}{\sqrt{C_f / 2}} = -2,5 \operatorname{Ln} \left(0,285 \frac{\varepsilon}{D} + \frac{0,883}{Re \sqrt{C_f / 2}} \right)$$

Le calcul est itératif. Dans la pratique, les valeurs des coefficients de frottement vont à peu près de 10^{-1} à 10^{-4} . Comme point de départ, on peut prendre une valeur moyenne $C_f = 2.10^{-3}$ dans le membre de droite :

$$\frac{1}{\sqrt{C_f / 2}} = -2,5 \operatorname{Ln} \left(0,285 \times \frac{10^{-2}}{31} + \frac{0,883}{54400 \sqrt{2.10^{-3} / 2}} \right)$$

et on obtient comme première estimation :

$$C_f = 5,83.10^{-3}$$

On reprend le calcul précédent en remplaçant la valeur de départ 2.10^{-3} par cette nouvelle valeur, ce qui conduit à une seconde estimation :

$$C_f = 5,20.10^{-3}$$

Réinjectons cette nouvelle valeur dans le membre de droite. Le résultat est :

$$C_f = 5,26.10^{-3}$$

On est près de la convergence. Une ultime itération donne :

$$\boxed{C_f = 5,25.10^{-3}}$$

La perte de charge est alors :

$$\begin{aligned} \Delta X &= \left((4 \times 5,25.10^{-3} \times \frac{25 \times 2,615}{31.10^{-3}}) + (24 \times 0,4) + 0,5 + 1 \right) 10^3 \times \frac{1^2}{2} \\ &= (44,28 + 11,1) \frac{10^3}{2} \end{aligned}$$

$$\boxed{\Delta X = 27700 \text{ Pa} = 0,277 \text{ bar}}$$

5b). Pompe

La puissance utile de la pompe doit être égale à la puissance P_μ dissipée dans l'écoulement (FEMM, § 7.4.2 et 7.4.4) :

$$P_u = P_\mu = q_v \Delta X$$

Cette formule est encore valable pour un circuit avec branches en parallèle, q_v étant le débit total (FEMM, § 7.6.1) :

$$P_u = 12.10^{-3} \times 27700$$

$$\boxed{P_u = 332,4 \text{ W}}$$

Commentaires

Ce problème prend en compte de nouveaux éléments : échangeur multipasses, montage des tubes en parallèle, géométrie du faisceau, perte de charge

- Un calcul approché de la surface d'échange pourrait être conduit à partir du bilan d'énergie sur le fluide froid, en appliquant (6.5), soit : $\Phi = k_f \Sigma_f (<T_c> - <T_f>)$. On a $<T_c> = T_{mc} = 220^\circ\text{C}$, $<T_f> = T_{mf} = 50^\circ\text{C}$, soit $\Sigma_f = 3010.10^3 / [177,5 \times (220 - 50)]$, ce qui donne une surface d'échange de $99,75 \text{ m}^2$, au lieu de $101,7 \text{ m}^2$ par la méthode *NUT* (question 4a). L'écart n'est que de 2%. Doit-on en déduire que cette méthode est un raffinement inutile ? Certainement pas, d'abord parce que l'écart n'est pas toujours aussi modeste (ici, le *NUT* est petit, cf. Problème 6), ensuite parce que, en accumulant les approximations, on finit par élargir sensiblement la marge d'incertitude.

- Le calcul itératif du coefficient de frottement converge toujours rapidement, même si l'estimation de départ est un peu loin du résultat final.

- On peut être surpris par la faible puissance de la pompe, due en particulier au fait que la vitesse de circulation n'est pas très élevée (1 m/s). Mais il faut prendre aussi en compte son rendement (rarement supérieur à 0,7) et tout le circuit dans lequel l'échangeur est inséré. Au bout du compte, on arriverait facilement à une puissance réelle de 1 à 2 kW.

PROBLÈME N° 10 : Condenseur

Énoncé

On étudie un condenseur de butane, destiné à produire 15 kg/s de butane liquide à partir d'une vapeur saturante à la température $T_v = 50^\circ\text{C}$ et à la pression $p = 5,08$ bars.

L'appareil utilisé est un échangeur à faisceau de tubes horizontal, à quatre passes côté tubes. Ceux-ci ont un diamètre intérieur $d = 15,75$ mm et un diamètre extérieur $D = 19,05$ mm.

On dispose comme fluide froid d'une eau de rivière dont la température maximale est de 15°C en été, et qui ne doit pas subir un échauffement supérieur à 10°C . Elle circule à l'intérieur des tubes.

Les caractéristiques physiques du butane à $p = 5,08$ bars sont données ci-dessous :

Température ($^\circ\text{C}$)	20	50
Chaleur latente de vaporisation L_V (J/kg)		$335 \cdot 10^3$
Conductivité thermique phase liquide (W/m K)	0,131	0,125
Viscosité dynamique phase liquide (kg/m s)	$0,17 \cdot 10^{-3}$	$0,13 \cdot 10^{-3}$
Masse volumique phase liquide (kg / m^3)	579	542

1. Calculer le débit de fluide froid q_{mf} nécessaire dans l'échangeur.
2. Quel est le débit-masse d'eau q'_{mf} dans chaque tube, le nombre de tubes N nécessaire pour chaque passe et le nombre total N_t de tubes ? (On se fixe une vitesse débitante $V = 2$ m/s dans les tubes).
3. Déterminer le coefficient d'échange h_f côté fluide froid.
4. On se base a priori sur une température moyenne de paroi côté fluide chaud $T_{pc} \cong 30^\circ\text{C}$. Déterminer quel est alors le coefficient d'échange moyen h_c à l'extérieur des tubes (raisonner ici comme pour un tube seul).
5. En tenant compte de la disposition des tubes en nappes verticales (qui diminue h_c) et de la résistance thermique de la paroi, on admet finalement un coefficient global d'échange côté butane : $k_c = 730$ W / m² K .
Calculer la surface d'échange Σ nécessaire. En déduire la longueur du faisceau de tubes.
6. La rugosité moyenne à l'intérieur des tubes est $\varepsilon = 0,01$ mm. Les coefficients de pertes de charge singulières sont donnés : $\zeta_{entrée} = \zeta_{sortie} = 1,2$ pour chaque tube, compte tenu de la forme des têtes de calandre.
Calculer la perte de charge dans le circuit d'eau et la puissance de la pompe qui doit assurer la circulation (en admettant pour celle-ci un rendement global $\eta = 0,6$).

Solution

1. Débit d'eau

La puissance thermique de l'échangeur se calcule en écrivant le bilan sur le fluide chaud :

$$\Phi = q_{mc} L_V = 15 \times 335 \times 10^3$$

$$\Phi \cong 5000.10^3 \text{ W}$$

Sachant que l'on doit avoir $T_{fs} - T_{fe} \leq 10^\circ\text{C}$, le bilan sur le fluide froid donne, dans la condition la plus défavorable :

$$\Phi = q_{tf} (T_{fs} - T_{fe}) = 10 q_{tf}$$

$$q_{tf} = \Phi / 10 = 500.10^3 \text{ W / K} = q_{mf} C_{pf}$$

Dans la gamme de température considérée pour l'eau, $C_{pf} \cong 4180 \text{ J / kg K}$. D'où le débit *minimal* nécessaire :

$$q_{mf} = 500.10^3 / 4180$$

$$\boxed{q_{mf} \cong 120 \text{ kg / s}}$$

2. Nombre de tubes

Le débit-masse dans un tube est :

$$q'_{mf} = \rho_f S V = \rho_f \frac{\pi d^2}{4} V \quad \text{avec } V = 2 \text{ m/s}$$

$$q'_{mf} = 10^3 \times \frac{\pi}{4} \times (15,75.10^{-3})^2 \times 2$$

$$\boxed{q'_{mf} = 0,39 \text{ kg / s}}$$

Dans chaque passe, les N tubes sont évidemment montés en parallèle, et le débit total s'écrit :

$$q_{mf} = N q'_{mf}$$

d'où : $N = 120 / 0,39$

$$\boxed{N = 308 \text{ tubes par passe}}$$

et avec quatre passes il y a au total :

$$\boxed{N_t = 1232 \text{ tubes}}$$

3. Coefficient d'échange côté froid

Pour calculer h on passe par l'intermédiaire du nombre de Stanton, qui s'exprime en fonction de Re et Pr .

Conformément au § 4.1.5♥, le nombre de Reynolds dans les tubes sera évalué à la température moyenne de mélange de l'eau :

$$T_{mf} = \frac{1}{2} (T_{fs} + T_{fe}) \quad \text{avec } T_{fe} = 15^\circ\text{C} \quad \text{et } T_{fs} = (15 + 10)^\circ\text{C}$$

$$T_{mf} = 20^\circ\text{C}$$

$$\text{D'après (4.13) : } Re_f = \frac{V d}{\nu_f}$$

Les tables donnent la viscosité cinématique de l'eau à 20 °C :

$$\nu_f = 0,101 \cdot 10^{-5} \text{ m}^2 / \text{s}$$

$$Re_f = \frac{2 \times 15,75 \times 10^{-3}}{0,101 \times 10^{-5}} = 31200 : \text{ l'écoulement est « turbulent lisse » } (Re < 10^5) ;$$

on calculera donc St_f avec la formule de Dittus - Boelter (4.21) pour le fluide froid :

$$St_f = 0,023 Re^{-0,2} Pr^{-0,6}$$

Avant d'entamer le calcul, assurons-nous quand même que les conditions de validité de la formule sont respectées :

- nombre de Prandtl : pour l'eau à 20 °C, $Pr \cong 7$, donc $Pr > 0,7$. C'est correct.

- allongement des tubes $L/d > 60$? On ne sait pas. Admettons-le provisoirement. Nous verrons à la fin.

Donc :

$$St_f = 0,023 \times (31200)^{-0,2} \times 7^{-0,6}$$

$$St_f \cong 9 \cdot 10^{-4}$$

et aussi en revenant à la définition (4.6) : $St_f = \frac{h_f}{\rho C_p V}$

S'agissant de l'eau : $\rho = 10^3 \text{ kg/m}^3$ et $C_p = 4180 \text{ J/kgK}$

$$h_f = 9 \cdot 10^{-4} \times 10^3 \times 4180 \times 2$$

$$\boxed{h_f = 7525 \text{ W/m}^2}$$

4. Coefficient d'échange côté chaud (butane)

La condensation se produit à l'extérieur d'un tube horizontal ; le coefficient moyen nous est donné par (5.1) :

$$h_c = 0,725 \left(\frac{g \rho_l \lambda_l^3 L_V}{\nu_l D (T_v - T_p)} \right)^{0,25}$$

Nous avons comme température moyenne de film :

$$T_F = \frac{T_v + T_p}{2} = \frac{50 + 30}{2} = 40 \text{ °C}$$

A cette température, les caractéristiques thermophysiques du butane sont obtenues en interpolant les valeurs données dans l'énoncé ; on trouve :

$$\rho_l = 554 \text{ kg/m}^3$$

$$\lambda_l = 0,127 \text{ W/mK}$$

$$\nu_l = \frac{\mu_l}{\rho_l} = 0,26 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2 / \text{s}$$

En outre :

$$L_V = 345 \cdot 10^3 \text{ J/kg}$$

$$T_v = 50 \text{ °C} ; T_p = 30 \text{ °C (valeur admise)}$$

$$D = 19,05 \cdot 10^{-3} \text{ m}$$

et le calcul donne :

$$h_c \cong 1800 \text{ W / m}^2 \text{ K}$$

5. Dimensions de l'échangeur

La surface d'échange correspondant à la valeur donnée de k est la surface côté fluide chaud, c'est-à-dire à l'extérieur des tubes. On a donc, d'après (6.5) et avec le résultat de la question 1 :

$$\Phi = k_c \Sigma_c (T_v - T_{mf}) = 730 \Sigma_c \times 30 = 5000 \cdot 10^3$$

$$\Sigma_c = 228,3 \text{ m}^2$$

Σ_c est la surface extérieure des 1232 tubes, soit en appelant L la longueur d'un tube (qui est aussi la longueur du faisceau) :

$$\Sigma_c = N_t \pi D L \quad \text{et de ce fait} \quad L = \frac{228,3}{1232 \times \pi \times 19,05 \cdot 10^{-3}}$$

$$L = 3,10 \text{ m}$$

Nous pouvons maintenant vérifier que la formule donnant St a été correctement employée dans la question 3 : nous avons ici $L/d \cong 200$, donc très supérieur à 60.

6. Perte de charge

Dans une passe, les tubes sont montés en parallèle : la perte de charge ΔX_p est donc la même pour un tube et pour la passe (FEMM, § 7.6.1 et formule 6.178) soit :

$$\Delta X_p = \left(4 C_f \frac{L}{d} + \Sigma \zeta \right) \rho \frac{V^2}{2}$$

où $\Sigma \zeta$ est la somme des coefficients de pertes de charge singulières. Dans ce problème, $\Sigma \zeta = 1,2 + 1,2 = 2,4$.

Compte tenu de la valeur de Re , le coefficient de frottement est donné par la formule de Blasius (FEMM . 7.8a) :

$$C_f = 2 \times 0,0395 Re^{-0,25} = 0,006$$

On peut donc se passer de la rugosité ε . C'est une donnée surabondante.

Pour les quatre passes, la perte de charge totale s'établit à :

$$\Delta X = 4 \left(4 \times 0,006 \times \frac{3,10}{15,75 \cdot 10^{-3}} + 2,4 \right) \times 10^3 \times \frac{2^2}{2}$$

$$\Delta X \cong 57000 \text{ Pa} = 0,57 \text{ bar}$$

D'après FEMM (6.167a) et (7.73b), la puissance dissipée dans le circuit est :

$$P_\mu = q_v \Delta X$$

En admettant que l'entrée et la sortie du circuit sont au même niveau, la puissance utile fournie par la pompe doit être égale à la puissance dissipée dans le circuit. On a donc à partir de FEMM (§ 7.4.2, § 7.5.2.1, et relation 7.55) :

$$P = \frac{P_u}{\eta} = \frac{q_v \Delta X}{\eta} \quad \text{avec} \quad q_v = \frac{q_{mf}}{\rho} = 0,12 \text{ m}^3 / \text{s} \quad \text{et} \quad \eta = 0,6$$

$$\boxed{P = 11400 \text{ W}}$$

Commentaires

1. L'énoncé contient certaines informations qui ont pour but de faciliter la résolution du problème, mais qui doivent normalement être estimées par l'ingénieur : il s'agit du coefficient moyen d'échange k_c et de la température moyenne de paroi T_p .

En fait, ces deux grandeurs sont interdépendantes puisque la formule qui donne k_c contient T_p . Là comme dans d'autres exemples cités, c'est une procédure itérative qui est à recommander :

- première estimation de T_p
- calcul de h_c , k_c et du nombre de tubes
- choix de la disposition du faisceau et en particulier du nombre de tubes dans une nappe verticale, et réévaluation de k_c par (5.2)
- nouvelle évaluation de T_p et réitération du calcul. Souvent, la convergence est obtenue dès cette seconde étape.

2. Pour le calcul de C_f , la formule de Colebrook (FEMM, 7.10) est plus sûre, mais Blasius est plus rapide et donne ici un résultat très voisin.

3. La valeur de h relative à la condensation du butane est nettement plus faible que ce que l'on obtiendrait avec de l'eau.

PROBLÈME N° 11 : Échangeur compact

Énoncé

On aborde l'étude d'avant-projet d'un échangeur compact à courants croisés, avec un fluide brassé.

L'échangeur est constitué d'une batterie de tubes parallèles, reliés par des ailettes perpendiculaires aux tubes et jouant le rôle d'entretoises (fig. 1: vue de face, et fig. 2: coupe longitudinale d'un tube). On admettra que les tubes sont de section rectangulaire (fig. 3 : coupe transversale d'un tube), disposés en quinconce (fig. 4 : vue de dessus).

Il s'agit d'un échangeur air-eau. L'eau circule dans les tubes, l'air autour des tubes, entre les ailettes. Les dimensions du caisson sont : 1 m (largeur) \times 1 m (hauteur) \times 0,5 m (profondeur). Les autres dimensions sont portées sur les figures, en mm. L'appareil comporte 1786 tubes et 500 ailettes. Les caractéristiques aux entrées sont les suivantes :

- pour l'eau : $T_{fe} = 12^\circ\text{C}$; $q_{mf} = 28 \text{ kg / s}$
- pour l'air : $T_{ce} = 125^\circ\text{C}$; $q_{mc} = 14 \text{ kg / s}$

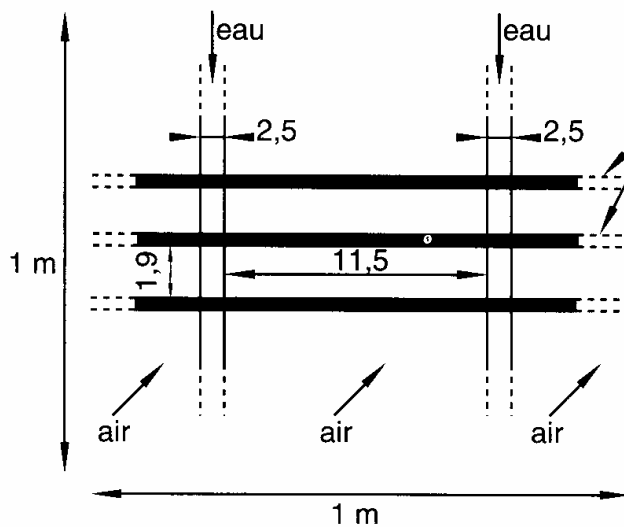


FIG. P11.1

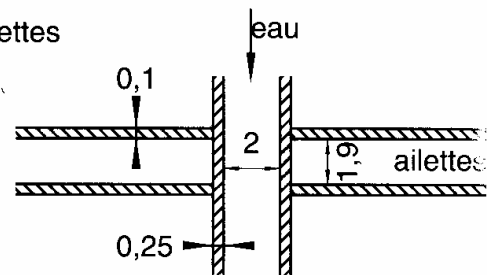


FIG. P11.2

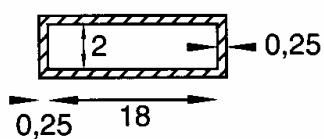


FIG. P11.3

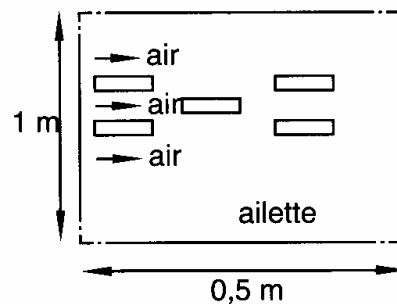


FIG. P11.4

1. Déterminer le coefficient d'échange h_f côté eau.
2.
 - 2.a) Calculer le diamètre hydraulique pour l'écoulement de l'air (la section à prendre en compte est la section frontale de passage de l'air, voir fig. 1).
 - 2.b) La section totale de passage de l'air est $S_c = 0,782 \text{ m}^2$. Evaluer le nombre de Reynolds Re_c côté air. Quelle est l'influence de la pression de l'air ?
 - 2.c) L'abaque de la figure 5 donne $St Pr^{2/3}$ en fonction de Re_c . La température de référence est la température moyenne de mélange T_{mc} . Calculer le coefficient d'échange h_c côté air. Comment est-il influencé par la pression de l'écoulement ?

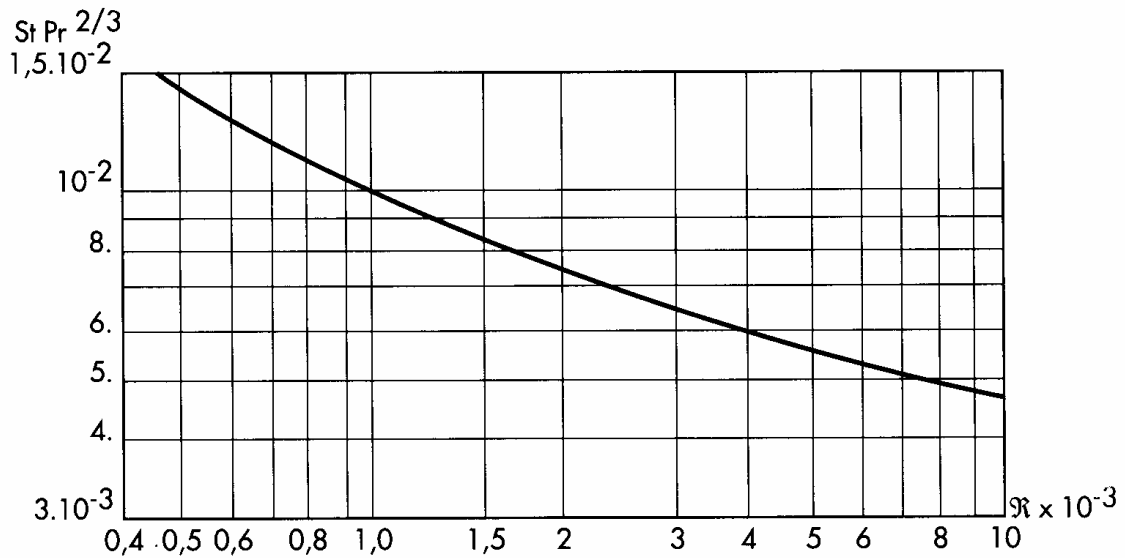


FIG. P11.5

3. La surface d'échange Σ_c côté fluide chaud est de 489 m^2 , dont 418 m^2 pour les ailettes. On admet pour ces dernières une efficacité $\varepsilon = 0,86$. Déterminer la conductance globale K de l'échangeur (on néglige la résistance thermique des parois).
4. Calculer l'efficacité de l'échangeur
5. Calculer les températures de sortie pour l'air et l'eau. Vérifier si les températures moyennes adoptées en cours de calcul sont suffisamment proches des températures calculées.

Solution

1. Coefficient d'échange côté eau

La première chose à faire est d'estimer approximativement les températures de référence pour évaluer ensuite les caractéristiques thermophysiques des fluides. S'il s'avère à la fin du problème que cette estimation est trop imparfaite, on recommencera en se basant cette fois sur les résultats du premier calcul.

Ecrivons déjà le bilan enthalpique global :

$$q_{mc} C_{pc} (T_{ce} - T_{cs}) = q_{mf} C_{pf} (T_{fs} - T_{fe})$$

Les chaleurs massiques varient peu avec T . Prenons $C_{pc} = 1007 \text{ J/kg K}$ pour l'air et $C_{pf} = 4180 \text{ J/kg K}$ pour l'eau, soit compte tenu des valeurs imposées aux débits :

$$14 \times 1007 \times \Delta T_c = 28 \times 4180 \times \Delta T_f$$

ce qui donne $\frac{\Delta T_c}{\Delta T_f} \cong 8$

Un ordre de grandeur plausible serait $\Delta T_c \cong 90^\circ\text{C}$ et $\Delta T_f \cong 11^\circ\text{C}$, ce qui respecte à peu près le rapport de 8. Cela correspondrait à des températures de sortie $T_{cs} \cong 35^\circ\text{C}$ et $T_{fs} \cong 23^\circ\text{C}$, d'où des températures moyennes de mélange (§ 4.1.5♥) :

$$T_{mc} \cong \frac{125 + 35}{2} = 80^\circ\text{C} ; \quad T_{mf} \cong \frac{12 + 23}{2} = 17,5^\circ\text{C}$$

Nous partirons sur ces bases-là.

La section du tube est rectangulaire (§ 4.2.1.3, $2b = 2 \text{ mm}$, $l = 18 \text{ mm}$) et Re_f est donné par (4.17) :

$$Re_f = \frac{V_f D_{hf}}{\nu_f} \quad \text{où} \quad D_{hf} = \frac{2 \times 2bl}{l + 2b} = \frac{2 \times 2 \times 18}{18 + 2} = 3,6 \text{ mm}$$

La section intérieure d'un tube est : $S = 18 \times 2 = 36 \text{ mm}^2$. Elle est parcourue par un débit :

$$q'_{vf} = \frac{q_{vf}}{\text{nb. de tubes}} = \frac{28.10^{-3}}{1786} = 15,68.10^{-6} \text{ m}^3 / \text{s}$$

d'où une vitesse :

$$V_f = \frac{15,68.10^{-6}}{36.10^{-6}} = 0,435 \text{ m/s}$$

Re_f est calculé à la température moyenne de mélange. A $T_{mf} = 17,5^\circ\text{C}$, les tables numériques donnent pour la viscosité de l'eau :

$$\nu_f = 1,06.10^{-6} \text{ m}^2 / \text{s}$$

$$\text{On en déduit : } Re_f = \frac{3,6.10^{-3} \times 0,435}{1,06.10^{-6}}$$

$$Re_f \cong 1480$$

L'écoulement est donc *laminaire*.

La formule à utiliser pour calculer St est en principe (4.18) ou (4.19). Pour trancher, il faut comparer L/D_{hf} et $0,014 Pe$. D'après (4.17) :

$$Pe_f = \frac{V_f D_{hf}}{a_f}$$

avec $a_f \cong 0,142.10^{-6} \text{ m}^2 / \text{s}$ pour l'eau à $T_{mf} = 17,5^\circ\text{C}$, ce qui donne :

$$Pe_f \cong 11.10^3$$

Ici, $L = 1 \text{ m}$, soit :

$$\frac{L}{D_{hf} Pe_f} = \frac{1000}{3,6 \times 11000} \cong 0,025 > 0,014$$

C'est donc la formule « tubes longs » (4.19) qui s'applique, sous réserve que les conditions sur Re , Pr et μ/μ_p soient bien vérifiées, ce qui est le cas :

$$St_f = \frac{8,23}{Pe_f} \left(\frac{\mu}{\mu_p} \right)^{0,14}$$

En ce qui concerne μ/μ_p , on doit s'attendre à une température moyenne de paroi T_p assez proche de T_{mf} puisque le coefficient d'échange côté eau sera en principe beaucoup plus élevé que côté air. En admettant $T_p = T_{mf} + 10^\circ C$, on trouve $\mu/\mu_p = 1,07/0,88$ d'où une correction $(\mu/\mu_p)^{0,14} \cong 1,03$ que l'on pourrait à la rigueur négliger.

On obtient finalement :

$$St_f = \frac{8,23}{11.10^3} \times 1,03$$

$$St_f \cong 0,77.10^{-3}, \text{ et alors :}$$

$$h_f = St \rho C_p V = 0,77.10^{-3} \times 10^3 \times 4180 \times 0,435$$

$$\boxed{h_f \cong 1400 \text{ W/m}^2 \text{ K}}$$

2.

2.a) Le nombre de Reynolds se calcule dans un canal élémentaire, dont la section est $11,5 \times 1,9 \text{ mm}$ (fig. 1). Le diamètre hydraulique est donné par (4.17) :

$$D_{hc} = \frac{2 \times 2bl}{l + 2b} = \frac{2 \times 1,9 \times 11,5.10^{-6}}{(11,5 + 1,9) 10^{-3}}$$

$$\boxed{D_{hc} = 3,26 \text{ mm}}$$

2.b) Nous avons ici : $Re_c = \frac{V_c D_{hc}}{\nu_c}$ et $\nu_c = \frac{\mu_c}{\rho_c}$

En admettant une bonne équirépartition des débits dans les canaux, la vitesse est la même partout ; elle peut être calculée directement à partir du débit et de la section totale :

$$V_c = \frac{q_{mc}}{\rho_c S_c}, \text{ soit :}$$

$$Re_c = \frac{q_{mc} D_{hc}}{\mu_c S_c}$$

On ne nous précise pas la pression moyenne de l'air, mais cela est sans importance car la viscosité dynamique dépend très peu de la pression (propriété indiquée dans les tables numériques). Comme c'est le débit-masse q_{mc} qui est fixé, Re_c est donc indépendant de la pression.

2.c) Le calcul doit être fait à la température moyenne de mélange, soit $T_{mc} \cong 80^\circ\text{C}$. Alors :

$$\mu_c = 2,08.10^{-5} \text{ kg/m.s}$$

$$Re_c = \frac{14 \times 3,26.10^{-3}}{2,08.10^{-5} \times 0,782}$$

$$\boxed{Re_c \cong 2800}$$

L'abaque donne approximativement :

$$St_c Pr^{2/3} = 6,5.10^{-3}$$

Pour l'air, le nombre de Prandtl est peu dépendant de T : $Pr \cong 0,7$

$$St_c = 6,5.10^{-3} \times 0,7^{-2/3}$$

$$St_c = 8,24.10^{-3}$$

On a aussi :

$$St_c = \frac{h_c}{\rho_c C_{pc} V_c} \quad \text{avec} \quad \rho_c V_c = \frac{q_{mc}}{S_c} = G_c \quad \text{vitesse massique (4.10)}$$

De ce fait nous n'avons pas besoin de ρ_c et le coefficient h_c ne dépend pas de la pression :

$$h_c = St_c C_{pc} \frac{q_{mc}}{S_c} \quad \text{avec} \quad C_{pc} = 1007 \text{ J/kg (question 1)}$$

Adoncque :

$$h_c = \frac{8,24.10^{-3} \times 1007 \times 14}{0,782}$$

$$\boxed{h_c = 149 \text{ W/m}^2 \text{ K}}$$

3.

Les ailettes sont situées côté fluide chaud. La conductance globale est donnée par (6.8) et (6.6a) :

$$K = \left(\frac{l}{h_c (\Sigma_L + \varepsilon \Sigma_a)} + \frac{l}{\Sigma_f h_f} \right)^{-1}$$

avec $\Sigma_a = 418 \text{ m}^2$; $\Sigma_L = \Sigma_c - \Sigma_a$ (surface latérale des tubes) = 71 m^2 ; $\varepsilon = 0,86$.

Côté eau, la surface d'échange est la surface intérieure des 1786 tubes :

$$\Sigma_f = \text{périmètre} \times 1 \text{ m} \times 1786 = 2(18 + 2) 10^{-3} \times 1786$$

$$\Sigma_f = 71,45 \text{ m}^2$$

Revenons à K :

$$K = \left(\frac{l}{149(71 + 0,86 \times 418)} + \frac{l}{71,45 \times 1400} \right)^{-1}$$

$$\boxed{K = 39370 \text{ W/K}}$$

4.

En revenant à la question 1, on trouve pour les débits thermiques unitaires :

$$q_{tc} = 14 \times 1007 = 14100 \text{ W / K}$$

$$q_{tf} = 28 \times 4180 = 117.10^3 \text{ W / K}$$

$$\text{Donc, } q_{t \min} = q_{tc} = 14100 \text{ W / K}$$

L'air chaud qui circule autour des tubes est brassé. Si l'on se reporte au tableau 3.1, on est à la rubrique « échangeur à courants croisés, un fluide brassé à $q_{t \min}$ » :

$$E = 1 - \exp(-\Gamma / R) \quad \text{avec} \quad \Gamma = 1 - \exp(-R \text{ NUT})$$

$$R = \frac{q_{t \min}}{q_{t \max}} = \frac{14100}{117000} = 0,12$$

NUT est alors calculable par (3.14b) :

$$\text{NUT} = \frac{K}{q_{t \min}} = \frac{39370}{14100}$$

$$\text{NUT} = 2,79$$

$$\Gamma = 1 - \exp(-0,12 \times 2,79) = 0,285$$

$$E = 1 - \exp\left(-\frac{0,285}{0,12}\right)$$

$$\boxed{E = 0,907}$$

5.

5.a) Température de sortie d'air

Puisque $q_{tc} = q_{t \min}$, l'efficacité s'exprime selon (3.10) :

$$E = \frac{T_{ce} - T_{cs}}{T_{ce} - T_{fe}}$$

On en tire :

$$T_{cs} = T_{ce} - E(T_{ce} - T_{fe}) = 125 - 0,907(125 - 12)$$

$$\boxed{T_{cs} = 22,5 \text{ }^\circ\text{C}}$$

5.b) Température de sortie d'eau :

Le bilan enthalpique nous dit que :

$$q_{tc}(T_{ce} - T_{cs}) = q_{tf}(T_{fs} - T_{fe})$$

$$T_{fs} = 12 + \frac{14700}{117000}(125 - 22,5)$$

$$\boxed{T_{fs} = 24,5 \text{ }^\circ\text{C}}$$

5.c) Vérifications

- Pour la température moyenne de l'eau, nous avons choisi $17,5 \text{ }^\circ\text{C}$. Avec les valeurs calculées elle est de $(12 + 24,5) / 2 = 18,2 \text{ }^\circ\text{C}$. La différence est insignifiante.

- Pour la température moyenne de l'air, l'estimation avait donné $80\text{ }^{\circ}\text{C}$. Nous sommes à $(125 + 22,5)/2 \cong 74\text{ }^{\circ}\text{C}$. L'écart n'a pas de répercussion significative sur les constantes thermophysiques.

- Quant à l'estimation de T_p (question 1), son ordre de grandeur est compatible avec les valeurs calculées de h_c et h_f . Sa révision ne changerait pas grand-chose à la correction en μ/μ_p qui reste faible de toute façon.

Commentaires

Le problème s'inspire d'une application présentée dans l'ouvrage de J.F. Sacadura [Initiation aux transferts thermiques].

L'appareil est assez performant. Son efficacité est élevée, et on observe que la température de sortie du fluide froid ($24,5\text{ }^{\circ}\text{C}$) est supérieure à la température de sortie du fluide chaud ($22,5\text{ }^{\circ}\text{C}$), situation très favorable (cette éventualité a été signalée dans le cas des échangeurs à contre-courant, § 2.3.5). En pratique, cet excellent résultat est probablement à nuancer un peu, du fait notamment que les débits ne sont jamais parfaitement équirépartis (solution question 2.b) dans les tubes ou dans les différents chemins de passage de l'air.

Concernant la section rectangulaire des tubes, on notera que malgré un aplatissement marqué ($2/18\text{ mm}$) l'approximation $2b \ll l$ est à éviter : elle donnerait un diamètre hydraulique de $4b = 4\text{ mm}$ alors que l'on trouve $D_{hf} = 3,6\text{ mm}$ avec la formule complète (question 1). Même remarque pour la section de passage de l'air (question 2a). On peut signaler également que, en réalité, les extrémités des tubes seront arrondies pour améliorer l'écoulement et diminuer les pertes de charge côté air.

PROBLÈME N° 12 : Assemblage de deux échangeurs

Énoncé

On dispose de deux échangeurs identiques et de deux sources d'eau (une source chaude et une source froide) dont les températures T_{ce} , T_{fe} et les débits q_{mc} , q_{mf} sont donnés.

L'objet du problème est de choisir, entre plusieurs dispositions des échangeurs, celle qui permet d'obtenir la valeur de T_{fs} la plus élevée.

1. Avec un échangeur seul, montrer que quelque soit son modèle, si $q_{t\min} = q_{tc}$, on a :

$$\frac{T_{cs} - T_{fe}}{T_{ce} - T_{fs}} = \frac{1 - E}{1 - RE}$$

2. Les deux échangeurs sont placés en série comme l'indique la figure P12.1.

2.1. En raisonnant sans faire de calculs, montrer que les deux appareils ont la même efficacité (désignée par E'). On admet que l'influence de la température sur les constantes thermophysiques est négligeable.

2.2. Soit E_t l'efficacité de l'échangeur équivalent à l'assemblage réalisé. En admettant $q_{t\min} = q_{tc}$, et en utilisant le résultat de la question 1, exprimer E_t en fonction de R et de E' .

Déterminer T_{fs} en fonction de T_{ce} , T_{fe} , E_t et R .

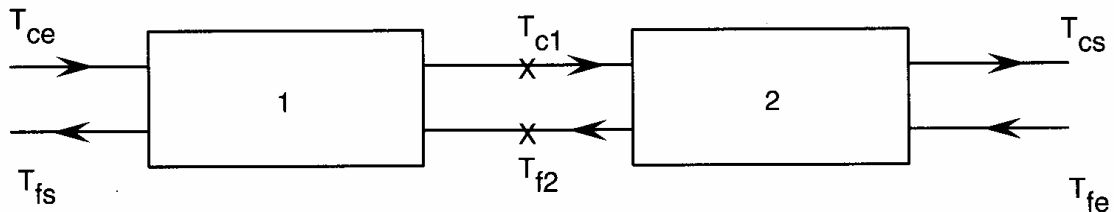


FIG. P12.1

3. Les échangeurs sont maintenant disposés en série sur le fluide chaud et en parallèle sur le fluide froid (fig. P12.2). On ne précise pas ici quel est le q_t minimum.

3.1. Montrer sans calculs que les deux appareils ont la même efficacité (E'_c côté chaud ou E'_f côté froid).

3.2. En raisonnant sur le circuit série, c'est-à-dire côté fluide chaud, exprimer T_{cs} puis T_{fs} en fonction de E'_c et des données.

4. Ceci n'est pas une question.

En permutant les circuits (fig. P12.3) on obtient :

$$T_{fs} = T_{ce} E'_f (2 - E'_f) + T_{fe} (1 - E'_f)^2$$

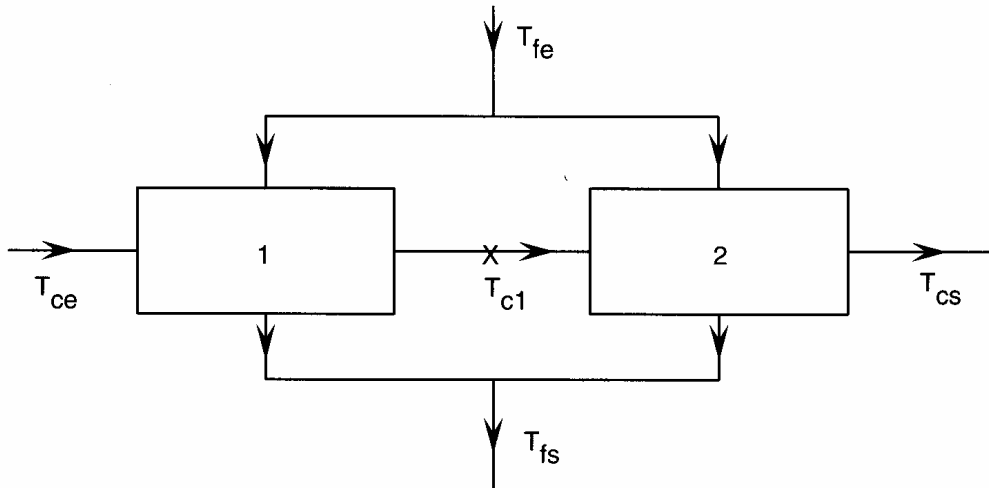


FIG. P12.2

5. Les deux appareils sont des échangeurs à courants croisés, avec fluide chaud brassé à une seule passe, de surface d'échange $\Sigma = 170 \text{ m}^2$. On a déterminé expérimentalement le coefficient global d'échange k . Pour $q_{mc} > 4 \text{ kg/s}$ et $q_{mf} < 10 \text{ kg/s}$:

$$k = 52 (q_{mf} + 0,8 q_{mc})^{0,5} + 65 \quad \text{en } \text{W/m}^2 \text{K}$$

On donne : $T_{ce} = 90^\circ\text{C}$; $T_{fe} = 10^\circ\text{C}$

Déterminer l'efficacité d'un échangeur seul dans les trois cas suivants :

- a) $q_{mf} = 9,6 \text{ kg/s}$; $q_{mc} = 8,2 \text{ kg/s}$
- b) $q_{mf} = 4,8 \text{ kg/s}$; $q_{mc} = 8,2 \text{ kg/s}$
- c) $q_{mf} = 9,6 \text{ kg/s}$; $q_{mc} = 4,1 \text{ kg/s}$

Calculer T_{fs} dans le cas a).

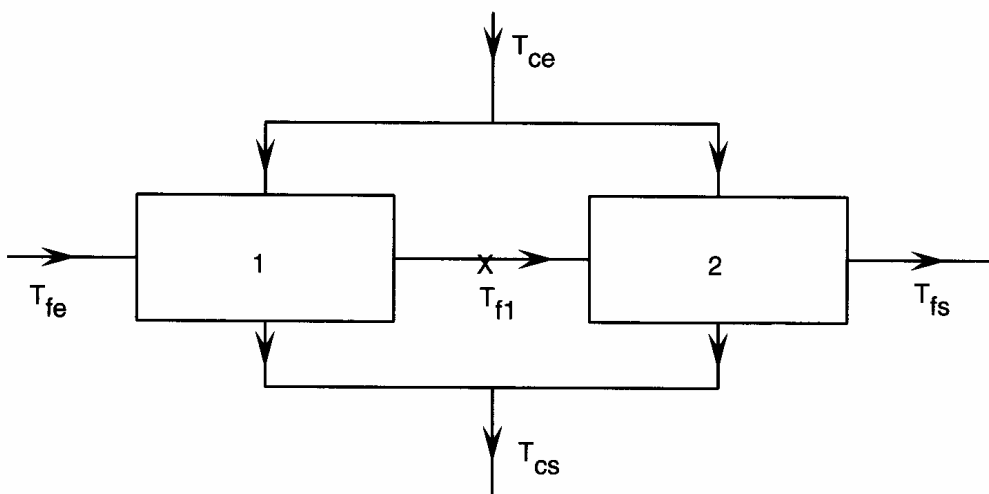


FIG. P12.3

6. On rappelle les deux sources d'eau dont on dispose :

- eau chaude : $T_{ce} = 90^\circ\text{C}$; $q_{mc} = 8,2 \text{ kg / s}$

- eau froide : $T_{fe} = 10^\circ\text{C}$; $q_{mf} = 9,6 \text{ kg / s}$

Calculer T_{fs} dans les trois dispositions suivantes (on désignera avec le symbole ' les caractéristiques relatives à un seul échangeur) :

I - en mettant les échangeurs en série

II - en les mettant en série sur l'eau chaude et en parallèle sur l'eau froide (le fluide brassé est le fluide chaud)

III - en les mettant en série sur l'eau froide et en parallèle sur l'eau chaude (le fluide brassé étant toujours le fluide chaud).

Conclure

Solution

1.

Sachant que $q_{t \min} = q_{tc}$, d'après (3.10) l'efficacité et le facteur de déséquilibre s'écrivent :

$$E = \frac{T_{ce} - T_{cs}}{T_{ce} - T_{fe}} \quad R = \frac{q_{tc}}{q_{tf}} = \frac{T_{fs} - T_{fe}}{T_{ce} - T_{cs}}$$

On vérifie alors aisément que :

$$\frac{1 - E}{1 - RE} = \frac{1 - \frac{T_{ce} - T_{cs}}{T_{ce} - T_{fe}}}{1 - \frac{T_{fs} - T_{fe}}{T_{ce} - T_{cs}} \frac{T_{ce} - T_{cs}}{T_{ce} - T_{fe}}} = \frac{T_{cs} - T_{fe}}{T_{ce} - T_{fs}} \quad \text{CQFD}$$

2.

2.1) Les deux appareils sont identiques : ils ont en particulier la même surface d'échange Σ . Etant traversés par les mêmes débits chauds et froids, ils ont aussi le même coefficient global d'échange k , et par conséquent le même R et le même NUT . Leurs efficacités sont donc égales.

2.2) D'après la question 1, avec les notations de la figure 1 :

$$\frac{T_{c1} - T_{f2}}{T_{ce} - T_{fs}} = \frac{1 - E'}{1 - RE'}$$

$$\frac{T_{cs} - T_{fe}}{T_{c1} - T_{f2}} = \frac{1 - E'}{1 - RE'}$$

Effectuons le produit de ces équations membre à membre :

$$\frac{T_{cs} - T_{fe}}{T_{ce} - T_{fs}} = \frac{(1 - E')^2}{(1 - RE')^2}$$

Si l'on considère l'échangeur équivalent à l'ensemble, pour lequel $q_{t \min}$ est toujours égal à q_{tc} , on a aussi :

$$\frac{T_{cs} - T_{fe}}{T_{ce} - T_{fs}} = \frac{1 - E_t}{1 - R E_t}$$

Des deux relations précédentes on tire :

$$E_t = \frac{(1 - R E_t)^2 - (1 - E_t)^2}{(1 - R E_t)^2 - R (1 - E_t)^2}$$

Puisque $q_{t \min} = q_{tc}$ dans le réseau, l'efficacité de l'échangeur équivalent s'écrit :

$$E_t = \frac{T_{ce} - T_{cs}}{T_{ce} - T_{fe}} \quad \text{d'où :}$$

$$T_{cs} = T_{ce} - E_t (T_{ce} - T_{fe})$$

Nous disposons également du bilan global du réseau :

$$q_{tf} (T_{fs} - T_{fe}) = q_{tc} (T_{ce} - T_{cs})$$

d'où l'on peut extraire T_{fs} :

$$T_{fs} = T_{fe} + \frac{q_{tc}}{q_{tf}} (T_{ce} - T_{cs})$$

En remplaçant T_{cs} par son expression ci-dessus, on obtient la température de sortie du fluide froid :

$$T_{fs} = T_{fe} + R E_t (T_{ce} - T_{fe})$$

3.

3.1) Le raisonnement est analogue à celui de la question 2 : les échangeurs sont identiques et travaillent dans les mêmes conditions (débits, coefficients d'échange etc). Par conséquent ils ont le même R et le même NUT , donc la même efficacité.

3.2) L'efficacité côté fluide chaud s'écrit, selon l'échangeur considéré :

$$E'_c = \frac{T_{ce} - T_{c1}}{T_{ce} - T_{fe}} = \frac{T_{c1} - T_{cs}}{T_{c1} - T_{fe}}$$

Ces deux équations constituent un système à deux inconnues T_{c1} et T_{cs} . Tirons T_{c1} de l'une d'elles :

$$T_{c1} = E'_c (T_{c1} - T_{fe}) + T_{cs} \quad \text{soit} \quad T_{c1} = \frac{T_{cs} - E'_c T_{fe}}{1 - E'_c}$$

et reportons dans l'autre :

$$E'_c (T_{ce} - T_{fe}) = T_{ce} - T_{c1} = T_{ce} - \frac{T_{cs} - E'_c T_{fe}}{1 - E'_c}$$

On obtient ainsi la température de sortie chaude :

$$T_{cs} = T_{ce} - E'_c (2 - E'_c) (T_{ce} - T_{fe})$$

Le bilan enthalpique global du réseau donne ensuite la température de sortie froide :

$$q_{tf} (T_{fs} - T_{fe}) = q_{tc} (T_{ce} - T_{cs})$$

En remplaçant T_{cs} il vient :

$$T_{fs} = T_{fe} + \frac{q_{tc}}{q_{tf}} E'_c (2 - E'_c) (T_{ce} - T_{fe})$$

4.

La question n'est pas posée mais le calcul serait analogue en raisonnant encore sur le circuit série, c'est-à-dire cette fois-ci sur le circuit froid.

5.

5.a) La chaleur massique de l'eau dépend très peu de la température ; de ce fait les C_p sont pratiquement identiques sur les deux circuits, et l'on voit que :

$$q_{t \min} = q_t \text{ du fluide brassé} = q_{tc}$$

Il y a une seule passe sur le fluide brassé. Du tableau 3.1 on tire alors :

$$E = 1 - \exp(-\Gamma / R) \quad \text{avec} \quad \Gamma = 1 - \exp(-R NUT)$$

et toujours :

$$NUT = k \Sigma / q_{t \min}$$

Les données permettent de calculer k :

$$k = 52 \times (9,6 + 0,8 \times 8,2)^{0,5} + 65$$

$$k = 274 \text{ W} / \text{m}^2 \text{ K}$$

Dans la plage de température indiquée on prendra pour l'eau :

$$C_p = 4190 \text{ J} / \text{kg K}$$

$$q_{t \min} = q_{mc} C_p = 8,2 \times 4190 = 34360 \text{ W} / \text{K}$$

On en déduit NUT et R :

$$NUT = \frac{274 \times 170}{34360} = 1,35$$

$$R = \frac{q_{tc}}{q_{tf}} = \frac{q_{mc}}{q_{mf}} = \frac{8,2}{9,6} = 0,854$$

De là on tire :

$$\Gamma = 1 - \exp(-0,854 \times 1,35) = 0,684$$

$$E = 1 - \exp(-0,684 / 0,854)$$

$$E \cong 0,55$$

En se référant à (3.10) on obtient enfin :

$$E = E_c = \frac{1}{R} E_f = \frac{1}{R} \frac{T_{fs} - T_{fe}}{T_{ce} - T_{fe}} \quad \text{d'où :}$$

$$T_{fs} = T_{fe} + R E (T_{ce} - T_{fe}) = 10 + 0,854 \times 0,55 \times 80$$

$$\boxed{T_{fs} = 47,6 \text{ } ^\circ\text{C}}$$

5.b) Maintenant, $q_{t \min} = q_t$ du fluide non brassé = q_{tf} . Le tableau 3.1 nous dit que :

$$E = \frac{1}{R} [1 - \exp(-R \Gamma)] \quad \text{avec} \quad \Gamma = 1 - \exp(-NUT)$$

Nous avons donc cette fois :

$$k = 52 (4,8 + 0,8 \times 8,2)^{0,5} + 65 = 240 \text{ W / m}^2 \text{ K}$$

$$q_{t \min} = q_{mf} C_p = 4,8 \times 4190 = 20110 \text{ W / K}$$

$$NUT = \frac{k \Sigma}{q_{t \min}} = \frac{240 \times 170}{20110} = 2,03$$

$$R = \frac{q_{mf}}{q_{mc}} = \frac{4,8}{8,2} = 0,585$$

ce qui donne :

$$\Gamma = 1 - \exp(-2,03) = 0,869$$

$$E = \frac{1}{0,585} [1 - \exp(-0,585 \times 0,869)]$$

$$\boxed{E \cong 0,68}$$

5.c) La situation est la même que dans 5.a) : $q_{t \min} = q_t$ du fluide brassé = q_{tc} .

La succession des calculs est analogue :

$$k = 52 (9,6 + 0,8 \times 4,1)^{0,5} + 65 = 251,5 \text{ W / m}^2 \text{ K}$$

$$NUT = \frac{251,5 \times 170}{4,1 \times 4190} = 2,5$$

$$R = \frac{4,1}{9,6} = 0,43$$

$$\Gamma = 1 - \exp(-0,43 \times 2,5) = 0,658$$

et enfin :

$$E = 1 - \exp(-0,658 / 0,43) \cong 0,78$$

$$\boxed{E = 0,78}$$

6.

6.I. Montage en série

Avec les valeurs numériques données, cette disposition correspond au cas 5.a). On a donc pour chaque échangeur :

$$E' = 0,55 ; \quad R' = 0,854$$

D'après la question 2, l'efficacité de l'échangeur équivalent a pour valeur :

$$E_t = \frac{(1 - 0,55 \times 0,854)^2 - (1 - 0,55)^2}{(1 - 0,55 \times 0,854)^2 - 0,854 (1 - 0,55)^2}$$

$$E_t = 0,73$$

et toujours d'après 2. :

$$T_{fs} = 10 + 0,854 \times 0,73 \times 80$$

$$\boxed{T_{fs} \cong 60^\circ\text{C}}$$

6.II. Série sur circuit chaud et parallèle sur circuit froid

Les données correspondent cette fois au cas 5.b).

$$q_{mc} = 8,2 \text{ kg / s}$$

Le débit froid dans chaque échangeur est égal à la moitié du débit total :

$$q'_{mf} = \frac{1}{2} q_{mf} = \frac{9,6}{2} = 4,8 \text{ kg / s}$$

et par conséquent :

$$q'_{t \min} = q'_{tf}$$

D'après 5.b) on a donc :

$$R' = 0,585$$

$$E' = 0,68$$

A partir de la question 3, on a :

$$T_{fs} = T_{fe} + \frac{q_{tc}}{q_{tf}} E'_c (2 - E'_c) (T_{ce} - T_{fe})$$

où q_{tc} et q_{tf} sont les débits globaux dans le réseau.

Pour calculer T_{fs} , nous avons besoin de E'_c (efficacité d'un échangeur côté circuit série, c'est-à-dire circuit chaud). Mais ici $E' = E'_f$ puisque $q_{t \min} = q'_{tf}$ et :

$$E'_c = R' E'_f = 0,585 \times 0,68 = 0,4$$

donc :

$$T_{fs} = 10 + \frac{8,2 C_p}{9,6 C_p} \times 0,4 \times (2 - 0,4) \times 80$$

$$\boxed{T_{fs} = 53,7^\circ\text{C}}$$

6.III. Série sur fluide froid et parallèle sur fluide chaud

La situation est celle du cas 5.c). Pour chaque échangeur :

$$q'_{mf} = 9,6 \text{ kg / s} \quad q'_{mc} = \frac{1}{2} q_{mc} = 4,1 \text{ kg / s}$$

$$E' = 0,78$$

La formule de la « question 4 » qui donne T_{fs} fait intervenir E'_f :

$$T_{fs} = T_{ce} E'_f (2 - E'_f) + T_{fe} (1 - E'_f)^2$$

Or, ici $E' = E'_c$ puisque $q_{t \min} = q'_{tc}$. Donc $E'_f = R' E'_c$:

$$R' = \frac{q'_{tc}}{q'_{tf}} = \frac{4,1 C_p}{9,6 C_p} = 0,427$$

$$E'_f = 0,427 \times 0,78 = 0,333$$

et finalement :

$$T_{fs} = 90 \times 0,333 \times (2 - 0,333) + 10 \times (1 - 0,333)^2$$

$$T_{fs} = 54,3 \text{ } ^\circ\text{C}$$

Conclusion :

- avec un échangeur seul : $T_{fs} = 47,6 \text{ } ^\circ\text{C}$
 - avec deux échangeurs en série : $T_{fs} = 60 \text{ } ^\circ\text{C}$
 - les deux montages en série-parallèle sont presque équivalents : $T_{fs} = 53,7$ ou $54,3 \text{ } ^\circ\text{C}$.
- Le montage en série est ici nettement meilleur.

Commentaires

Le problème reprend sous une forme plus simple, avec deux échangeurs seulement, les raisonnements du chapitre 7 (§ 7.2 et 7.3). Mais on ne doit pas, à partir des résultats obtenus, déduire une règle générale sur la supériorité de tel ou tel assemblage.

- Le fait de donner une loi phénoménologique $k = f(q)$ permet de calculer k rapidement et donc d'abrégier la solution.

- Les questions sans calcul (2.1. et 3.1.) déroutent souvent les étudiants, mais elles permettent de voir si les notions essentielles ont été comprises.

- Dans les questions 5.2. et 5.3., l'erreur à ne pas faire est de confondre le débit total et les débits partiels sur les branches en parallèle, ou de confondre E'_c et E'_f .

- On doit bien noter que sur le circuit en parallèle, les températures de sortie des deux échangeurs ne sont pas les mêmes ($T_{s1} \neq T_{s2}$, § 7.3). Pour calculer les efficacités en revenant à la définition Φ / Φ_{max} il faudrait connaître ces températures. C'est pour cela qu'en série-parallèle on raisonne sur le circuit série avec les efficacités relatives.

PROBLÈME N° 13 : Échangeur en épingle

Énoncé

On étudie un échangeur tubulaire en épingle, selon le schéma ci-dessous (un seul tube a été représenté en pointillés). Ses caractéristiques sont E , R et NUT . Le fluide chaud circule à l'intérieur des tubes.

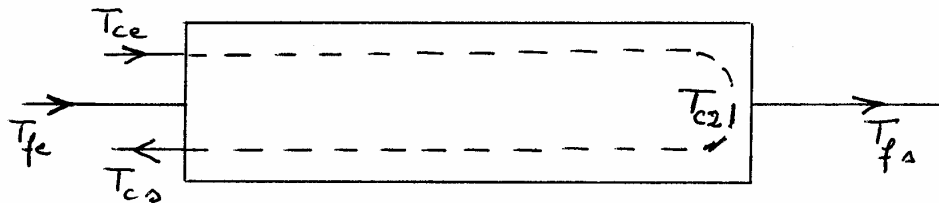


FIG. P13.1

Ce modèle d'échangeur peut être considéré comme équivalent à l'assemblage de deux demi-échangeurs de mêmes dimensions, l'un (N° 1) fonctionnant à co-courant, l'autre (N° 2) à contre-courant (fig. P13.2).

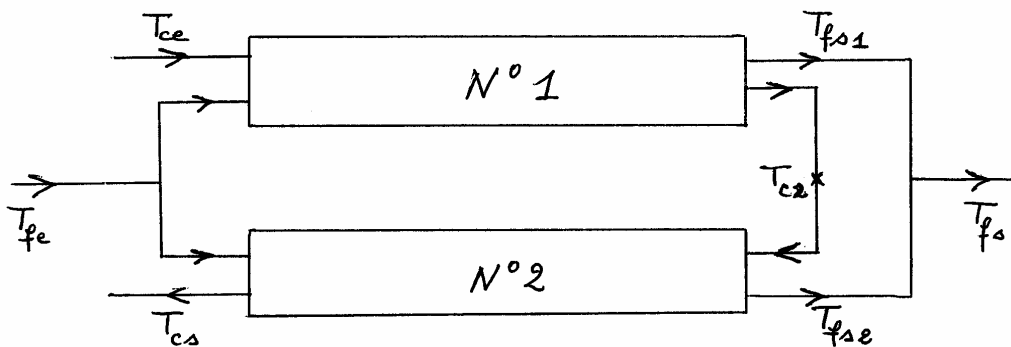


FIG. P13.2

Les données du problème sont :

- les débits thermiques unitaires (avec la condition $q_{tc} < \frac{1}{2} q_{tf}$)
- les températures d'entrée T_{ce} et T_{fe}
- les diamètres d , D , et la longueur totale L de chaque tube ($L_1 = L_2 = L/2$). On admettra que les tubes sont tous identiques, et on négligera les problèmes liés aux coudes qui assurent le demi-tour. La calandre est isolée à sa surface externe.

1. Justifier la relation suivante : $T_{fs} = (T_{fs1} + T_{fs2})/2$. Exprimer R_1 et R_2 en fonction de R , ainsi que NUT_1 et NUT_2 en fonction de NUT .

2. Calculer E_1 et E_2 en fonction de R et de NUT . Calculer ensuite T_{c2} (température de sortie chaude du demi-échangeur N°1) et T_{cs} , puis l'efficacité E de l'échangeur complet

en fonction de E_1 , E_2 et R (comparer avec le résultat de la théorie générale des réseaux, ch.7). En déduire T_{fs} .

3. L'appareil est un échangeur eau-eau. On donne :

$$T_{ce} = 90^\circ\text{C} ; T_{fe} = 20^\circ\text{C} ; q_{vf} = 82 \text{ m}^3 / \text{h} ; q_{vc} = 19,80 \text{ m}^3 / \text{h}$$

faisceau de 60 tubes en parallèle ; $L = 5 \text{ m}$; $d = 15 \text{ mm}$; $D = 18 \text{ mm}$
 pas carré $S_T = S_L = 28 \text{ mm}^2$; diamètre de la calandre $D_c = 0,40 \text{ m}$

Effectuer sans calculs une première évaluation des températures moyennes de mélange T_{mc} et T_{mf} .

Calculer le diamètre hydraulique D_h et le nombre de Reynolds Re_f de l'écoulement en calandre. Déterminer le coefficient d'échange h_f autour des tubes.

4. Calculer le coefficient d'échange h_c à l'intérieur des tubes. Déterminer le coefficient global d'échange k (on raisonnera comme si la paroi était plane, et on négligera sa résistance thermique).

5. Calculer le NUT et l'efficacité E , puis les températures de sortie T_{fs} et T_{cs} .

Solution

1.

1a). Le débit froid dans chaque demi-échangeur est la moitié du débit total :

$$q_{mf1} = q_{mf2} = \frac{1}{2} q_{mf}$$

Donc la température de sortie T_{fs} est la moyenne des deux températures de sortie T_{fs1} et T_{fs2} .

1b). Dans le demi-échangeur N°1, on a : $q_{t1} = \frac{1}{2} q_{tf}$ et $q_{tc1} = q_{tc}$.

Mais on sait aussi que $q_{tc} < \frac{1}{2} q_{tf}$. Donc $q_{tc1} < q_{t1}$. En conséquence :

$$\boxed{q_{t1 \min} = q_{tc1} = q_{tc}}$$

$$R_1 = \frac{q_{t1 \min}}{q_{t1 \max}} = \frac{q_{tc1}}{q_{t1}}$$

$$R_1 = \frac{2 q_{tc}}{q_{tf}}$$

Pour l'échangeur complet : $q_{t \min} = q_{tc}$ et $R = \frac{q_{tc}}{q_{tf}}$.

$$\boxed{R_1 = 2R}$$

Le NUT du demi-échangeur N°1 est :

$$NUT_1 = \frac{k_1 \Sigma_1}{q_{t1 \min}}$$

Le coefficient d'échange est indépendant du sens de circulation des fluides, donc $k_1 = k_2 = k$ coefficient d'échange global de l'échangeur complet.

La surface d'échange Σ_1 est la moitié de la surface totale Σ .

$$NUT_1 = \frac{k \Sigma}{2 q_{tc}}$$

$$\text{Le } NUT \text{ de l'échangeur complet vaut : } NUT = \frac{k \Sigma}{q_{t \min}} = \frac{k \Sigma}{q_{tc}}.$$

D'où :

$$NUT_1 = \frac{1}{2} NUT$$

Le raisonnement est identique pour le demi-échangeur N°2 : $q_{t2 \min} = q_{tc}$, et :

$$R_2 = 2R \quad ; \quad NUT_2 = \frac{1}{2} NUT$$

2.

2a). Efficacités

Le demi-échangeur N°1 fonctionne en co-courant. D'après le tableau 3.1 :

$$E_1 = \frac{1}{1 + R_1} \{1 - \exp[-(1 + R_1) NUT_1]\}$$

$$E_1 = \frac{1}{1 + 2R} \left\{ 1 - \exp \left[- \frac{1 + 2R}{2} NUT \right] \right\}$$

Le demi-échangeur N°2 est à contre-courant. Toujours d'après le tableau 3.1, son efficacité est :

$$E_2 = \frac{1 - \exp[-(1 - R_2) NUT_2]}{1 - R_2 \exp[-(1 - R_2) NUT_2]}$$

$$E_2 = \frac{1 - \exp \left[- \frac{1 - 2R}{2} NUT \right]}{1 - 2R \exp \left[- \frac{1 - 2R}{2} NUT \right]}$$

2b). Températures de sorties chaudes

Dans le demi-échangeur N°1, $q_{t1 \min} = q_{tc}$. Alors, d'après (3.10) :

$$E_1 = \frac{T_{ce} - T_{c2}}{T_{ce} - T_{fe}}$$

$$T_{c2} = T_{ce} - E_1 (T_{ce} - T_{fe})$$

Dans le numéro 2, c'est pareil : $q_{t2 \min} = q_{tc}$. Mais ici, la température d'entrée chaude est T_{c2} . De ce fait :

$$E_2 = \frac{T_{c2} - T_{cs}}{T_{c2} - T_{fe}}$$

$$T_{cs} = T_{c2} - E_2(T_{c2} - T_{fe}) \\ = T_{ce} - E_1(T_{ce} - T_{fe}) - E_2 \left([T_{ce} - E_1(T_{ce} - T_{fe})] - T_{fe} \right)$$

$$\boxed{T_{cs} = T_{ce} - (T_{ce} - T_{fe})(E_1 - E_1 E_2 + E_2)}$$

Dans l'échangeur complet, $q_{t \min} = q_{tc}$ et l'efficacité s'écrit :

$$E = E_c = \frac{T_{ce} - T_{cs}}{T_{ce} - T_{fe}}$$

$$\boxed{E = E_1 - E_1 E_2 + E_2}$$

Les deux demi-échangeurs sont assemblés en série-parallèle, le circuit série étant celui du fluide chaud. Le résultat est conforme aux expressions (7.29) § 7.3.1, ou (7.32a) § 7.3.3.

On a également, toujours d'après (3.10) :

$$E = \frac{1}{R} E_f = \frac{1}{R} \frac{T_{fs} - T_{fe}}{T_{ce} - T_{fe}}$$

d'où l'on tire :

$$\boxed{T_{fs} = T_{fe} + R E (T_{ce} - T_{fe})}$$

3.

3a). Températures moyennes

Vu le rapport des débits, qui est voisin de 4, le ΔT_f de l'eau froide (q_{max}) vaudra environ $1/4$ du ΔT_c de l'eau chaude. On peut admettre, pour commencer le calcul $\Delta T_f \cong 10^\circ C$ et $\Delta T_c \cong 40^\circ C$, ce qui donnerait pour les moyennes :

$$\underline{T_{mf} \cong 25^\circ C ; T_{mc} \cong 70^\circ C}$$

3b). Diamètre hydraulique de l'écoulement en calandre

Le faisceau est longitudinal (§ 4.3.2) ; D_h est donné par (4.31c) :

$$D_h = 4 \frac{S_T S_L}{\pi D} - D$$

$$D_h = 4 \frac{(28.10^{-3})^2}{\pi \times 18.10^{-3}} - 18.10^{-3} = 0,0554 - 0,018$$

$$\boxed{D_h = 0,0374 \text{ m}}$$

3c). Nombre de Reynolds

$$Re_f = \frac{V_f D_h}{\nu_f} \quad \text{avec } V_f = \text{vitesse débitante du fluide froid, qu'il faut calculer.}$$

La section de passage du fluide froid est :

$$S_f = \text{section calandre} - \text{section tubes}$$

Le faisceau comporte 60 tubes, mais comme ils sont en U il y a 120 tubes dans une section droite de la calandre :

$$S_f = \frac{\pi D_c^2}{4} - 120 \frac{\pi D^2}{4} = \frac{\pi}{4} (0,40^2 - 120 \times 0,018^2)$$

$$S_f = 0,095 \text{ m}^2$$

La vitesse débitante est définie par :

$$V_f = \frac{q_{vf}}{S_f} = \frac{82}{3600} \times \frac{1}{0,095}$$

$$V_f = 0,24 \text{ m/s}$$

La viscosité de l'eau à $T_{mf} = 25^\circ\text{C}$ est $\nu_f = 0,92 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$.

$$Re_f = \frac{0,24 \times 0,0374}{0,92 \cdot 10^{-6}}$$

$$\boxed{Re_f = 9760}$$

3d). Coefficient d'échange côté froid

Pour le nombre de Stanton externe des échangeurs tubulaires à courants parallèles, on dispose de la formule (4.32), valable si $5 \cdot 10^3 < Re < 10^5$, soit avec le fluide froid :

$$St_f = 0,026 Re_f^{-0,18} Pr_f^{-0,6}$$

A 25°C , le nombre de Prandtl de l'eau est : $Pr_f = 6,4$.

$$St_f = 0,026 \times 9760^{-0,18} \times 6,4^{-0,6}$$

$$St_f = 1,63 \cdot 10^{-3}$$

On calcule le coefficient d'échange h_f en revenant à la définition de St :

$$h_f = St_f \rho_f C_{pf} V_f$$

et en prenant $C_{pf} = 4180 \text{ J/kg K}$ pour l'eau :

$$h_f = 1,63 \cdot 10^{-3} \times 10^3 \times 4180 \times 0,24$$

$$\boxed{h_f = 1635 \text{ W/m}^2 \text{ K}}$$

4.

4a). Coefficient d'échange interne

Dans chacun des 60 tubes, le débit est :

$$q_{v0} = \frac{q_{vc}}{60} = \frac{19,80}{60 \times 3600}$$

$$q_{v0} = 0,0917 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3/\text{s}$$

d'où une vitesse de circulation :

$$V_c = \frac{q_{v0}}{\pi d^2 / 4} = \frac{4 \times 0,0917 \cdot 10^{-3}}{\pi \times (15 \cdot 10^{-3})^2}$$

$$\underline{V_c = 0,52 \text{ m/s}}$$

Le nombre de Reynolds vaut :

$$Re_c = \frac{V_c d}{\nu_c}$$

On a admis sur le circuit d'eau chaude une température moyenne $T_{mc} = 70^\circ\text{C}$, d'où la viscosité $\nu_c = 0,42 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2 / \text{s}$.

$$Re_c = \frac{0,52 \times 15 \cdot 10^{-3}}{0,42 \cdot 10^{-6}}$$

$$\underline{Re_c = 18600}$$

La formule de Dittus-Boelter (4.21) pour le fluide chaud s'applique si $L/d > 60$, ce qui est largement vérifié (5000/15) :

$$St_c = 0,023 Re_c^{-0,2} Pr_c^{-0,7}$$

A $T_{mc} = 70^\circ\text{C}$, $Pr_c = 2,62$

$$St_c = 0,023 \times 18600^{-0,2} \times 2,62^{-0,7}$$

$$\underline{St_c = 1,64 \cdot 10^{-3}}$$

Le coefficient d'échange est :

$$h_c = St_c \rho_c C_{pc} V_c$$

La chaleur massique varie peu avec T . On gardera celle du circuit froid.

$$h_c = 1,64 \cdot 10^{-3} \times 10^3 \times 4180 \times 0,52$$

$$\boxed{h_c = 3565 \text{ W/m}^2 \text{ K}}$$

4b). Coefficient d'échange global

La formule 6.2a (paroi plane) s'écrit en l'absence de résistance :

$$\frac{1}{k} = \frac{1}{h_c} + \frac{1}{h_f} = \frac{1}{3565} + \frac{1}{1635} = (0,28 + 0,612) \cdot 10^{-3}$$

$$\boxed{k = 1120 \text{ W/m}^2 \text{ K}}$$

5.

5a). NUT

Pour l'échangeur complet, puisqu'on raisonne comme avec une paroi plane, on a d'après (6.10 a et b) une conductance globale :

$$K = k \Sigma_m$$

avec

$$\Sigma_m = \pi \frac{D + d}{2} L_{totale}$$

Alors :

$$NUT = \frac{K}{q_{t \min}} = \frac{k \Sigma_m}{q_{tc}}$$

Pour les 60 tubes :

$$\Sigma_m = \pi \times \left(\frac{18 + 15}{2} \times 10^{-3} \right) \times 5 \times 60 = 15,56 \text{ m}^2$$

Il faut encore le débit thermique unitaire de l'eau chaude :

$$q_{tc} = \rho_c q_{vc} C_{pc} = 10^3 \times \frac{19,8}{3600} \times 4180$$

$$q_{tc} = 23.10^3 \text{ W / K}$$

d'où :

$$NUT = \frac{1120 \times 15,56}{23.10^3}$$

$$\boxed{NUT = 0,76}$$

5b). *Efficacité*

Pour calculer E , il nous faut aussi le facteur de déséquilibre :

$$R = \frac{q_{t \min}}{q_{t \max}} = \frac{q_{tc}}{q_{tf}}$$

Les deux fluides ont la même masse volumique et la même chaleur massique, donc :

$$R = \frac{q_{vc}}{q_{vf}} = \frac{19,8}{82}$$

$$\boxed{R = 0,24}$$

Les efficacités partielles E_1 et E_2 ont été déterminées dans la question 1 :

$$E_1 = \frac{1}{1 + 2 \times 0,24} \left\{ 1 - \exp \left(- \frac{1 + 2 \times 0,24}{2} \times 0,76 \right) \right\}$$

$$\underline{E_1 = 0,29}$$

$$E_2 = \frac{1 - \exp \left(- \frac{1 - 2 \times 0,24}{2} \times 0,76 \right)}{1 - 0,48 \exp \left(- \frac{1 - 2 \times 0,24}{2} \times 0,76 \right)}$$

$$\underline{E_2 = 0,297}$$

On a montré que :

$$E = E_1 - E_1 E_2 + E_2$$

$$E = 0,29 - 0,29 \times 0,297 + 0,297$$

$$\boxed{E = 0,50}$$

5c). *Températures de sortie*

Toujours d'après la première question :

$$T_{fs} = T_{fe} + R E (T_{ce} - T_{fe}) = 20 + 0,24 \times 0,50 \times 70$$

$$\boxed{T_{fs} = 28,4^{\circ}\text{C}}$$

$$T_{cs} = T_{ce} - (T_{ce} - T_{fe}) (E_1 - E_1 E_2 + E_2) = T_{ce} - E (T_{ce} - T_{fe})$$

$$T_{cs} = 90 - 0,50 \times 70$$

$$\boxed{T_{cs} = 55^{\circ}\text{C}}$$

On doit enfin revenir sur l'évaluation préalable des températures moyennes. Avec les résultats obtenus, on a :

$$T_{mf} = \frac{20 + 28,4}{2} = 24,2^{\circ}\text{C} \text{ pour une estimation de } 25^{\circ}\text{C} : \text{c'est très correct.}$$

$$T_{mc} = \frac{90 + 55}{2} = 72,5^{\circ}\text{C} \text{ pour une estimation de } 70^{\circ}\text{C} : \text{c'est assez près.}$$

Une itération n'est donc pas indispensable.

Commentaires

Le problème combine un écoulement longitudinal dans un faisceau de tubes et un montage en réseau.

Les deux demi-échangeurs ont des efficacités très voisines, malgré leur différence de catégorie (co-courant et contre-courant). Ceci est dû au fait que le *NUT* est petit, ainsi que *R* (voir l'influence de ces deux paramètres dans les exemples des figures 3.1 et 3.2). On observe aussi que l'efficacité totale est nettement supérieure à chacune d'entre elles.

PROBLÈME N° 14 : Réseau à 3 fluides

Énoncé

On considère un réseau ouvert mettant en œuvre deux échangeurs (fonctionnant à contre-courant) et trois fluides, avec un montage en série sur le fluide froid (fig. P14.1).

Les températures d'entrée T_{fe} , T_{ce1} , T_{ce2} et les débits thermiques unitaires des trois fluides (q_{tf} , q_{tc1} , q_{tc2}) sont donnés, ainsi que les efficacités E_1 et E_2 des échangeurs. On impose également $q_{tf} < q_{tc1}$ et $q_{tf} < q_{tc2}$.

1. Calculer les températures T_{f1} , T_{fs} , T_{cs1} , T_{cs2} en fonction des données, puis le flux total échangé Φ . A partir de l'expression de Φ , préciser quelles conditions doivent satisfaire les températures d'entrée pour que l'ensemble fonctionne de façon correcte.

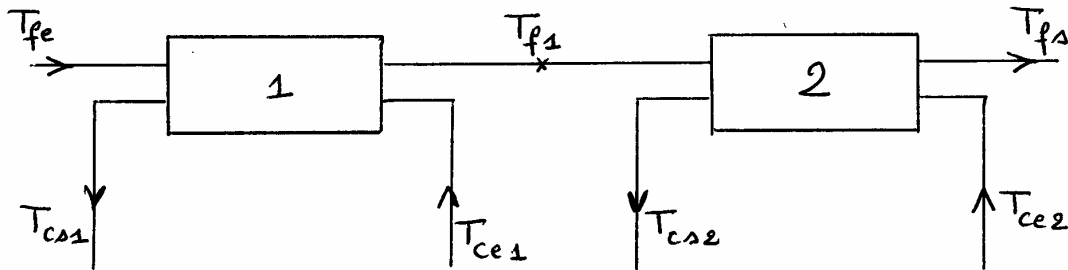


FIG. P13.1

2. On se place dans le cas où $q_{tc1} = q_{tc2}$. Les efficacités des deux échangeurs sont notées E_A et E_B .

Comparer les puissances globales échangées Φ_{AB} et Φ_{BA} selon que l'échangeur A est placé en position 1 et l'échangeur B en position 2, ou vice-versa (on étudiera le signe de la différence $\Phi_{AB} - \Phi_{BA}$). En déduire les règles d'une disposition optimale pour le réseau lorsque les températures d'entrée sont imposées.

3. Application pratique :

Le fluide froid est de l'air, avec un débit $q_{vf} = 800 \text{ m}^3 / \text{h}$. Les deux débits chauds sont égaux (cas de la question 2). On donne : $T_{fe} = 25^\circ\text{C}$; $T_{ce1} = 80^\circ\text{C}$; $T_{ce2} = 65^\circ\text{C}$.

Les efficacités sont : $E_A = 0,38$; $E_B = 0,25$.

Comparer les valeurs Φ_{AB} et Φ_{BA} selon la position relative des deux échangeurs. Calculer les températures de sortie froides $T_{fs}(AB)$ et $T_{fs}(BA)$. Vérifier que les résultats sont en accord avec les conclusions de la question 2, et que la condition de fonctionnement (question 1) est satisfaite.

Solution

1.

1a). Sorties de l'échangeur N° 1

Le débit thermique unitaire minimum dans l'échangeur est celui du fluide froid : $q_{tf} < q_{tc1}$, d'où l'efficacité :

$$E_1 = E_{f1} = \frac{T_{f1} - T_{fe}}{T_{ce1} - T_{fe}}$$

$$\boxed{T_{f1} = T_{fe} + E_1 (T_{ce1} - T_{fe})}$$

Dans ce cas, on a aussi d'après (3.11) : $E_f = \frac{1}{R} E_c$, donc ici :

$$E_{c1} = R_1 E_1 = \frac{T_{ce1} - T_{cs1}}{T_{ce1} - T_{fe}} \quad \text{avec} \quad R_1 = \frac{q_{t \min}}{q_{t \max}} = \frac{q_{tf}}{q_{tc1}}$$

$$\boxed{T_{cs1} = T_{ce1} - \frac{q_{tf}}{q_{tc1}} E_1 (T_{ce1} - T_{fe})}$$

1b). Sorties de l'échangeur N° 2

Les conditions sont les mêmes : $q_{tf} < q_{tc2}$. Le fluide froid entre à T_{f1} :

$$E_2 = E_{f2} = \frac{T_{fs} - T_{f1}}{T_{ce2} - T_{f1}}$$

$$T_{fs} = T_{f1} + E_2 (T_{ce2} - T_{f1})$$

En remplaçant T_{f1} par son expression obtenue en 1a) on obtient :

$$\boxed{T_{fs} = T_{fe} + E_2 (T_{ce2} - T_{fe}) + E_1 (1 - E_2) (T_{ce1} - T_{fe})}$$

On a également d'après (3.11) :

$$E_{c2} = R_2 E_2 = \frac{T_{ce2} - T_{cs2}}{T_{ce2} - T_{f1}} \quad \text{avec} \quad R_2 = \frac{q_{tf}}{q_{tc2}}$$

$$T_{cs2} = T_{ce2} - \frac{q_{tf}}{q_{tc2}} E_2 (T_{ce2} - T_{f1})$$

En remplaçant T_{f1} :

$$\boxed{T_{cs2} = T_{ce2} - \frac{q_{tf}}{q_{tc2}} E_2 [T_{ce2} - T_{fe} - E_1 (T_{ce1} - T_{fe})]}$$

1c). Puissance

Le plus simple est de calculer la puissance du système en faisant le bilan sur le fluide froid (circuit série) :

$$\Phi = q_{tf} (T_{fs} - T_{fe})$$

$$\boxed{\Phi = q_{tf} [E_2 (T_{ce2} - T_{fe}) + E_1 (1 - E_2) (T_{ce1} - T_{fe})]}$$

1d). Condition de fonctionnement

Pour un fonctionnement correct, dans chaque échangeur, la température d'entrée chaude doit être supérieure à la température d'entrée froide.

$$\begin{cases} T_{ce1} > T_{fe} \\ T_{ce2} > T_{f1} \end{cases}$$

Ceci est évident pour le premier. Pour le second, on devra donc vérifier que :

$$T_{ce2} > T_{fe} + E_1(T_{ce1} - T_{fe})$$

Les conditions de fonctionnement de l'échangeur N° 2 doivent être définies après celles de l'échangeur N° 1.

2.

Montage avec A en 1 et B en 2 :

D'après l'expression de Φ obtenue dans la question 1 :

$$\Phi_{AB} = q_{tf} [E_B(T_{ce2} - T_{fe}) + E_A(1 - E_B)(T_{ce1} - T_{fe})]$$

Montage avec B en 1 et A en 2 :

$$\Phi_{BA} = q_{tf} [E_A(T_{ce2} - T_{fe}) + E_B(1 - E_A)(T_{ce1} - T_{fe})]$$

Après simplification, on obtient pour la différence :

$$\boxed{\Phi_{AB} - \Phi_{BA} = q_{tf} (E_A - E_B) (T_{ce1} - T_{ce2})}$$

$$\Phi_{AB} > \Phi_{BA} \quad \text{si} \quad \begin{cases} E_A > E_B \text{ et } T_{ce1} > T_{ce2} \\ E_A < E_B \text{ et } T_{ce1} < T_{ce2} \end{cases} \quad \text{et vice-versa.}$$

On en déduit une règle d'optimisation :

- Si $T_{ce1} > T_{ce2}$: placer l'échangeur le plus performant en position 1

- Si $T_{ce1} < T_{ce2}$: placer l'échangeur le plus performant en position 2

- Si $T_{ce1} = T_{ce2}$ ou $E_A = E_B$: $\Phi_{AB} = \Phi_{BA}$. La disposition est indifférente.

3.

Il faut d'abord déterminer le débit thermique unitaire du fluide froid :

$$q_{tf} = q_{mf} C_{pf} = \rho_f q_{vf} C_{pf}$$

La température moyenne de l'air est inconnue. Une valeur de la masse volumique $\rho_f = 1,10 \text{ kg} / \text{m}^3$ (correspondant à $T_{mf} \cong 37^\circ\text{C}$) est plausible pour démarrer le calcul.

Pour la chaleur massique, peu dépendante de la température, on prendra $C_{pf} = 1006 \text{ J} / \text{kg K}$.

$$q_{tf} = 1,10 \times \frac{800}{3600} \times 1006$$

$$q_{tf} = 246 \text{ W / K}$$

Disposition A-B

D'après la question 2 :

$$\Phi_{AB} = q_{tf} [E_B (T_{ce2} - T_{fe}) + E_A (1 - E_B) (T_{ce1} - T_{fe})]$$

$$\Phi_{AB} = 246 [0,25 \times (65 - 25) + 0,38 \times (1 - 0,25) (80 - 25)]$$

$$\boxed{\Phi_{AB} = 6315 \text{ W}}$$

Du bilan sur le fluide froid :

$$\Phi = q_{tf} (T_{fs} - T_{fe})$$

on tire :

$$T_{fs}(AB) = T_{fe} + \frac{\Phi_{AB}}{q_{tf}} = 25 + \frac{6315}{246}$$

$$\boxed{T_{fs}(AB) = 50,7 \text{ }^\circ\text{C}}$$

Disposition B-A

$$\Phi_{BA} = q_{tf} [E_A (T_{ce2} - T_{fe}) + E_B (1 - E_A) (T_{ce1} - T_{fe})]$$

$$\Phi_{BA} = 246 \times [0,38 \times (65 - 25) + 0,25 \times (1 - 0,38) (80 - 25)]$$

$$\boxed{\Phi_{BA} = 5830 \text{ W}}$$

On calcule T_{fs} de la même façon :

$$T_{fs}(BA) = T_{fe} + \frac{\Phi_{BA}}{q_{tf}} = 25 + \frac{5830}{246}$$

$$\boxed{T_{fs}(BA) = 48,7 \text{ }^\circ\text{C}}$$

On a ici $T_{ce1} > T_{ce2}$: la meilleure disposition est bien celle où $E_1 > E_2$, donc A-B. Le manque à gagner avec B-A dans ce cas particulier est de 485 W, soit 7,7 %.

La condition de fonctionnement (question 1) est : $T_{ce2} > T_{f1}$

$$T_{f1} = T_{fe} + E_1 (T_{ce1} - T_{fe}) \text{ avec } E_1 = E_A$$

$$T_{f1} = 25 + 0,38 (80 - 25)$$

$$T_{f1} = 45,9 \text{ }^\circ\text{C}$$

La condition est vérifiée puisque $T_{ce2} = 65 \text{ }^\circ\text{C}$.

DONNÉES NUMÉRIQUES

Chaleur de vaporisation L_V de différents corps à la pression de 1 bar

Désignation	L_V (kJ/kg)
Air	197
Alcool éthylique	846
Alcool méthylique	1101
Ammoniac	1369
Butane	402
Eau	2256
Ethane	490
Ethanol	846
Fluides frigorigènes non chlorés	120 à 240
Fuel domestique (à 100 °C)	260
Méthane	511
Propane	448
Toluène	356

Tension superficielle de l'eau (à $T_{sat} = 373 K$) : $\sigma = 38.10^{-3} N/m$

Propriétés de la vapeur d'eau surchauffée

Pression : 1 atmosphère (température de saturation = 373 K)

T (K)	ρ kg/m ³	μ kg/m.s	ν m ² /s	C_p J/kg.K	λ W/m.K	a m ² /s	Pr
380	0,586	$1,27 \times 10^{-5}$	$0,216 \times 10^{-4}$	2060	$2,46 \times 10^{-2}$	$2,04 \times 10^{-5}$	1,06
400	0,554	1,34	0,242	2014	2,61	2,24	1,04
450	0,490	1,53	0,311	1980	2,99	3,07	1,01
500	0,441	1,70	0,386	1985	3,39	3,87	1,00
550	0,400	1,88	0,470	1997	3,79	4,75	0,99
600	0,365	2,07	0,566	2026	4,22	5,73	0,99
650	0,338	2,25	0,664	2056	4,64	6,66	0,99
700	0,314	2,43	0,772	2085	5,05	7,72	1,00
750	0,293	2,60	0,888	2119	5,49	8,83	1,00
800	0,274	2,79	1,020	2152	5,92	10,0	1,01

Propriétés thermophysiques de différents fluides (d'après J.Taine et J.P.Petit :
Transferts Thermiques, Mécanique des fluides anisothermes, Dunod, 1989).

$p = 1 \text{ bar}$

T K	ρ kg/m ³	μ kg/m.s	ν m ² /s	c_p J/kg.K	λ W/m.K	a m ² /s	Pr	β 1/Kelvin
AIR								
250	1,413	1,60.10 ⁻⁵	1,13.10 ⁻⁵	1005	0,0223	1,57.10 ⁻⁵	0,722	
300	1,177	1,85.10 ⁻⁵	1,57.10 ⁻⁵	1006	0,0262	2,22.10 ⁻⁵	0,708	
350	0,998	2,08.10 ⁻⁵	2,08.10 ⁻⁵	1009	0,0300	2,98.10 ⁻⁵	0,697	
400	0,883	2,29.10 ⁻⁵	2,59.10 ⁻⁵	1014	0,0337	3,76.10 ⁻⁵	0,689	
450	0,783	2,48.10 ⁻⁵	3,16.10 ⁻⁵	1021	0,0371	4,64.10 ⁻⁵	0,683	
500	0,705	2,67.10 ⁻⁵	3,79.10 ⁻⁵	1030	0,0404	5,57.10 ⁻⁵	0,680	
550	0,642	2,85.10 ⁻⁵	4,43.10 ⁻⁵	1039	0,0436	6,53.10 ⁻⁵	0,680	
600	0,588	3,02.10 ⁻⁵	5,13.10 ⁻⁵	1055	0,0466	7,51.10 ⁻⁵	0,680	
650	0,543	3,18.10 ⁻⁵	5,85.10 ⁻⁵	1063	0,0495	8,58.10 ⁻⁵	0,682	1/T
700	0,503	3,33.10 ⁻⁵	6,63.10 ⁻⁵	1075	0,0523	9,67.10 ⁻⁵	0,684	
750	0,471	3,48.10 ⁻⁵	7,39.10 ⁻⁵	1086	0,0551	10,8.10 ⁻⁵	0,686	
800	0,441	3,63.10 ⁻⁵	8,23.10 ⁻⁵	1098	0,0578	12,0.10 ⁻⁵	0,689	
850	0,415	3,77.10 ⁻⁵	9,07.10 ⁻⁵	1110	0,0603	13,1.10 ⁻⁵	0,692	
900	0,392	3,90.10 ⁻⁵	9,93.10 ⁻⁵	1121	0,0628	14,3.10 ⁻⁵	0,696	
950	0,372	4,02.10 ⁻⁵	10,8.10 ⁻⁵	1132	0,0653	15,5.10 ⁻⁵	0,699	
1000	0,352	4,15.10 ⁻⁵	11,8.10 ⁻⁵	1142	0,0675	16,8.10 ⁻⁵	0,702	
1100	0,320	4,40.10 ⁻⁵	13,7.10 ⁻⁵	1161	0,0723	19,5.10 ⁻⁵	0,706	
1200	0,295	4,63.10 ⁻⁵	15,7.10 ⁻⁵	1179	0,0763	22,0.10 ⁻⁵	0,714	
1300	0,271	4,85.10 ⁻⁵	17,9.10 ⁻⁵	1197	0,0803	24,8.10 ⁻⁵	0,722	
AZOTE								
200	1,711	12,9.10 ⁻⁶	0,757.10 ⁻⁵	1043	0,0182	1,02.10 ⁻⁵	0,747	
300	1,142	17,8.10 ⁻⁶	1,563.10 ⁻⁵	1041	0,0262	2,21.10 ⁻⁵	0,713	
400	0,854	22,0.10 ⁻⁶	2,574.10 ⁻⁵	1046	0,0333	3,74.10 ⁻⁵	0,691	
500	0,682	25,7.10 ⁻⁶	3,766.10 ⁻⁵	1056	0,0398	5,53.10 ⁻⁵	0,684	
600	0,569	29,1.10 ⁻⁶	5,119.10 ⁻⁵	1076	0,0458	7,49.10 ⁻⁵	0,686	
700	0,493	32,1.10 ⁻⁶	6,512.10 ⁻⁵	1097	0,0512	9,47.10 ⁻⁵	0,691	
800	0,428	34,8.10 ⁻⁶	8,145.10 ⁻⁵	1123	0,0561	11,7.10 ⁻⁵	0,700	1/T
900	0,380	37,5.10 ⁻⁶	9,106.10 ⁻⁵	1146	0,0607	13,9.10 ⁻⁵	0,711	
1000	0,341	40,0.10 ⁻⁶	11,72.10 ⁻⁵	1168	0,0648	16,3.10 ⁻⁵	0,724	
1100	0,311	42,3.10 ⁻⁶	13,60.10 ⁻⁵	1186	0,0685	18,6.10 ⁻⁵	0,737	
1200	0,285	44,5.10 ⁻⁶	15,61.10 ⁻⁵	1204	0,0719	20,9.10 ⁻⁵	0,748	
GAZ CARBONIQUE								
250	2,166	12,6.10 ⁻⁶	0,581.10 ⁻⁵	803,9	0,0129	0,740.10 ⁻⁵	0,793	
300	1,797	15,0.10 ⁻⁶	0,832.10 ⁻⁵	870,9	0,0166	1,06.10 ⁻⁵	0,770	
350	1,536	17,2.10 ⁻⁶	1,119.10 ⁻⁵	900,2	0,0205	1,48.10 ⁻⁵	0,755	
400	1,342	19,3.10 ⁻⁶	1,439.10 ⁻⁵	942,0	0,0246	1,95.10 ⁻⁵	0,738	1/T
450	1,192	21,3.10 ⁻⁶	1,790.10 ⁻⁵	979,7	0,0290	2,48.10 ⁻⁵	0,721	
500	1,073	23,3.10 ⁻⁶	2,167.10 ⁻⁵	1013	0,0335	3,08.10 ⁻⁵	0,702	
550	0,974	25,1.10 ⁻⁶	2,574.10 ⁻⁵	1047	0,0382	3,75.10 ⁻⁵	0,685	
600	0,894	26,8.10 ⁻⁶	3,002.10 ⁻⁵	1076	0,0431	4,48.10 ⁻⁵	0,668	

T K	ρ kg/m ³	μ kg/m.s	ν m ² /s	c_p J/kg.K	λ W/m.K	a m ² /s	Pr	β 1/Kelvin
HYDROGENE								
250	0,0981	7,92.10 ⁻⁶	8,06.10 ⁻⁵	14060	0,156	11,3.10 ⁻⁵	0,713	1/T
300	0,0819	8,96.10 ⁻⁶	10,9.10 ⁻⁵	14320	0,182	15,5.10 ⁻⁵	0,706	
350	0,0702	9,95.10 ⁻⁶	14,2.10 ⁻⁵	14440	0,206	20,3.10 ⁻⁵	0,697	
400	0,0614	10,9.10 ⁻⁶	17,7.10 ⁻⁵	14490	0,229	25,7.10 ⁻⁵	0,690	
450	0,0546	11,8.10 ⁻⁶	21,6.10 ⁻⁵	14500	0,251	31,6.10 ⁻⁵	0,682	
500	0,0492	12,6.10 ⁻⁶	25,7.10 ⁻⁵	14510	0,272	38,2.10 ⁻⁵	0,675	
550	0,0447	13,5.10 ⁻⁶	30,2.10 ⁻⁵	14330	0,293	45,2.10 ⁻⁵	0,668	
600	0,0408	14,3.10 ⁻⁶	35,0.10 ⁻⁵	14540	0,315	53,1.10 ⁻⁵	0,664	
650	0,0349	15,9.10 ⁻⁶	45,5.10 ⁻⁵	14570	0,351	69,0.10 ⁻⁵	0,659	
700	0,0306	17,4.10 ⁻⁶	56,9.10 ⁻⁵	14680	0,384	85,6.10 ⁻⁵	0,664	
750	0,0272	18,8.10 ⁻⁶	69,0.10 ⁻⁵	14820	0,412	102.10 ⁻⁵	0,676	
800	0,0245	20,2.10 ⁻⁶	82,2.10 ⁻⁵	14970	0,440	120.10 ⁻⁵	0,686	
850	0,0223	21,5.10 ⁻⁶	96,5.10 ⁻⁵	15170	0,464	137.10 ⁻⁵	0,703	
OXYGENE								
200	1,956	14,9.10 ⁻⁶	0,795.10 ⁻⁵	913,1	0,0182	1,02.10 ⁻⁵	0,745	1/T
250	1,562	17,9.10 ⁻⁶	1,144.10 ⁻⁵	915,6	0,0226	1,58.10 ⁻⁵	0,725	
300	1,301	20,6.10 ⁻⁶	1,586.10 ⁻⁵	920,3	0,0267	2,24.10 ⁻⁵	0,709	
350	1,113	23,2.10 ⁻⁶	2,080.10 ⁻⁵	929,3	0,0307	2,97.10 ⁻⁵	0,702	
400	0,976	25,5.10 ⁻⁶	2,618.10 ⁻⁵	942,0	0,0346	3,77.10 ⁻⁵	0,695	
450	0,868	27,8.10 ⁻⁶	3,199.10 ⁻⁵	956,7	0,0383	4,61.10 ⁻⁵	0,694	
500	0,780	29,9.10 ⁻⁶	3,834.10 ⁻⁵	972,2	0,0417	5,50.10 ⁻⁵	0,697	
550	0,710	32,0.10 ⁻⁶	4,505.10 ⁻⁵	988,1	0,0452	6,44.10 ⁻⁵	0,700	
600	0,650	33,9.10 ⁻⁶	5,214.10 ⁻⁵	1004	0,0483	7,40.10 ⁻⁵	0,704	

T °C	ρ kg/m ³	μ kg/m.s	ν m ² /s	c_p J/kg.K	λ W/m.K	a m ² /s	Pr	β 1/Kelvin
ETHYLENE GLYCOL								
0	1130	65.10 ⁻³	5,75.10 ⁻⁵	2294	0,242	9,34.10 ⁻⁸	615	0,648.10 ⁻³
20	1117	21,4.10 ⁻³	1,92.10 ⁻⁵	2382	0,249	9,39.10 ⁻⁸	204	
40	1101	9,6.10 ⁻³	0,869.10 ⁻⁵	2474	0,256	9,39.10 ⁻⁸	93	
60	1088	5,2.10 ⁻³	0,475.10 ⁻⁵	2562	0,260	9,31.10 ⁻⁸	51	
80	1078	3,2.10 ⁻³	0,298.10 ⁻⁵	2650	0,261	9,21.10 ⁻⁸	32,4	
100	1059	2,15.10 ⁻³	0,203.10 ⁻⁵	2742	0,263	9,08.10 ⁻⁸	22,4	
HUILE MINERALE DE GRAISSAGE (SAE 50) NEUVE								
0	899	3,850	4,28.10 ⁻³	1796	0,147	9,11.10 ⁻⁸	47100	0,702.10 ⁻³
20	888	0,80	0,90	1880	0,145	8,72.10 ⁻⁸	10400	
40	876	0,21	0,24	1964	0,144	8,33.10 ⁻⁸	2870	
60	864	0,072	0,0839	2047	0,140	8,00.10 ⁻⁸	1050	
80	852	0,032	0,0375	2131	0,138	7,69.10 ⁻⁸	490	
100	840	0,0170	0,0202	2219	0,137	7,38.10 ⁻⁸	276	
120	829	0,0102	0,0123	2307	0,135	7,10.10 ⁻⁸	175	
140	817	0,0065	0,0080	2395	0,133	6,86.10 ⁻⁸	116	
160	806	0,0045	0,0056	2483	0,132	6,63.10 ⁻⁸	84	

T $^{\circ}C$	ρ kg/m^3	μ $kg/m.s$	ν m^2/s	c_p $J/kg.K$	λ $W/m.K$	a m^2/s	Pr	β $1/Kelvin$
EAU								
0	1002	$1,78 \cdot 10^{-3}$	$0,179 \cdot 10^{-5}$	4218	0,552	$13,1 \cdot 10^{-8}$	13,6	$0,66 \cdot 10^{-4}$
10	1001	$1,30 \cdot 10^{-3}$	$0,130 \cdot 10^{-5}$	4192	0,586	$13,7 \cdot 10^{-8}$	9,30	$0,88 \cdot 10^{-4}$
20	1001	$1,00 \cdot 10^{-3}$	$0,101 \cdot 10^{-5}$	4182	0,597	$14,3 \cdot 10^{-8}$	7,02	$2,06 \cdot 10^{-4}$
40	994,6	$0,651 \cdot 10^{-3}$	$0,0658 \cdot 10^{-5}$	4178	0,628	$15,1 \cdot 10^{-8}$	4,34	$3,72 \cdot 10^{-4}$
60	985,4	$0,469 \cdot 10^{-3}$	$0,0477 \cdot 10^{-5}$	4184	0,651	$15,5 \cdot 10^{-8}$	3,02	$5,15 \cdot 10^{-4}$
80	974,1	$0,354 \cdot 10^{-3}$	$0,0364 \cdot 10^{-5}$	4196	0,668	$16,4 \cdot 10^{-8}$	2,22	$6,55 \cdot 10^{-4}$
100	960,6	$0,281 \cdot 10^{-3}$	$0,0294 \cdot 10^{-5}$	4216	0,680	$16,8 \cdot 10^{-8}$	1,74	$7,49 \cdot 10^{-4}$
120	945,3	$0,234 \cdot 10^{-3}$	$0,0247 \cdot 10^{-5}$	4250	0,685	$17,1 \cdot 10^{-8}$	1,446	$8,92 \cdot 10^{-4}$
140	928,3	$0,198 \cdot 10^{-3}$	$0,0214 \cdot 10^{-5}$	4283	0,684	$17,2 \cdot 10^{-8}$	1,241	$10,0 \cdot 10^{-4}$
160	909,7	$0,172 \cdot 10^{-3}$	$0,0189 \cdot 10^{-5}$	4342	0,680	$17,3 \cdot 10^{-8}$	1,099	$10,7 \cdot 10^{-4}$
180	889,0	$0,154 \cdot 10^{-3}$	$0,0173 \cdot 10^{-5}$	4417	0,675	$17,2 \cdot 10^{-8}$	1,004	$11,4 \cdot 10^{-4}$
200	866,7	$0,138 \cdot 10^{-3}$	$0,0160 \cdot 10^{-5}$	4505	0,665	$17,1 \cdot 10^{-8}$	0,937	$14,1 \cdot 10^{-4}$
220	842,4	$0,125 \cdot 10^{-3}$	$0,0149 \cdot 10^{-5}$	4610	0,653	$16,8 \cdot 10^{-8}$	0,891	$15,0 \cdot 10^{-4}$
240	815,7	$0,117 \cdot 10^{-3}$	$0,0143 \cdot 10^{-5}$	4756	0,635	$16,4 \cdot 10^{-8}$	0,871	$18,0 \cdot 10^{-4}$
260	785,9	$0,108 \cdot 10^{-3}$	$0,0137 \cdot 10^{-5}$	4949	0,611	$15,6 \cdot 10^{-8}$	0,874	$21,3 \cdot 10^{-4}$
280	752,5	$0,102 \cdot 10^{-3}$	$0,0135 \cdot 10^{-5}$	5208	0,580	$14,8 \cdot 10^{-8}$	0,910	$26,8 \cdot 10^{-4}$
300	714,3	$0,096 \cdot 10^{-3}$	$0,0135 \cdot 10^{-5}$	5728	0,540	$13,2 \cdot 10^{-8}$	1,019	

REPÈRES BIBLIOGRAPHIQUES

Traité généraux

- CRABOL J. – *Transfert de chaleur* (3 vol.), Masson, 1990.
- FRAAS A.P. – *Heat exchanger design*. John Wiley, 1989.
- INCROPERA F.P., DE WITT D.P. – *Fundamentals of heat and mass transfer*. John Wiley, 1985.
- KAKAÇ S., LIU H., PRAMUANJAROENKIJ A. – *Heat exchangers. Selection, rating and thermal design*. 3rd edition, CRC Press, 2012.
- PADET J. – *Fluides en écoulement ; méthodes et modèles*. 2° édition, Société Française de Thermique, www.sft.asso.fr, 2011.
- PADET J. – *Principes des transferts convectifs*. 2° édition, Société Française de Thermique, www.sft.asso.fr, 2010.
- SACADURA J.F., Coord. – *Initiation aux transferts thermiques*. 6° édition, Tec. et Doc., Lavoisier, 2000.
- TAINÉ J., PETIT J.P. – *Transferts thermiques ; mécanique des fluides anisothermes*. 2ème édition, Dunod, 2003.
- ZUKAUSKAS A. – *High-performance single-phase heat exchangers*. Hemisphere, 1989.

Ouvrages et publications portant sur des thèmes plus précis

Efficacité, méthode NUT, optimisation (chapitre 3)

- FEIDT M. – *Thermodynamique et optimisation énergétique des systèmes et procédés*. Tec. et Doc., Lavoisier, 1987.
- HEGGS P.J. – Minimum temperature difference approach concept in heat exchangers network. *Congrès TEC 88 : Progrès récents dans les échangeurs thermiques*, Grenoble, 1988.
- PIERRE B. – Dimensionnement des échangeurs de chaleur. *Revue Générale de Thermique*, 260, p.587, 1983.

Calcul des coefficients d'échange et des pertes de charge (chapitres 4 à 6)

- BOISSIER A. et al. – Les pertes de charge et le transfert thermique, côté gaz, dans les échangeurs de chaleur à tubes lisses, à circulations orthogonales. *Bull. Direction Etudes et Recherches, EDF, Série A, N° 2/3*, 1971.
- CHAI H.C. – A simple pressure drop correlation equation for low finned tube crossflow heat exchangers. *Int. Comm. Heat Mass Transfer*, 15, p. 95-101, 1988.
- DE VRIENDT A.B. – *La transmission de la chaleur*. Gaëtan Morin, 1982 (calcul des ailettes).
- GRETh, Coord. – *Fouling mechanisms*. Ed. Eur. Thermique et Industrie, 1992.
- GOSSE J. – *Guide technique de thermique*. Dunod, 1981.
- GOTH Y., FEIDT M., LAURO F., BAILLY A. – Transferts de chaleur et pertes de charge en écoulement monophasique eau-eau dans les tubes corrugués. *Revue Générale de Thermique*, N° 294-295, 1986 (un mastic a permuté les formules de Nu entre côtés intérieur et extérieur).

KAKAÇ S., BERGLES A.E., FERNANDES E.O., Coord. – *Two-phase flow heat exchangers*. NATO ASI Series, Kluwer Acad. Pub., Dordrecht, 1988.

MAHFOUD M., ABDELAZIZ F., LÉBOUCHE M. – Evolution du coefficient d'échange et des pertes de charge dans un faisceau de tubes, en fonction de l'angle d'attaque. *Int. J. Heat and Mass Transfer*, 30, N°12, p.2671, 1987.

MARNER W.J., BERGLES A.E., CHENOWETH J.M. – On the presentation of performance data for enhanced tubes used in shell-and-tubes heat exchangers. *J. of Heat Transfer*, 105, p.358, 1983.

MARTINET J. – *Eléments de thermocinétique*. Tec. et Doc., Lavoisier, 1989 (calcul des ailettes).

Réseaux (chapitre 7)

BARRERE M. – La thermoéconomie. *Revue Générale de Thermique*, N° 255, p.243, 1983.

BELKEBIR M., et al. – Synthèse d'un réseau d'échangeurs de chaleur. *Chem. Eng. J.*, 42, p.119, 1989.

PIERRE B., déjà cité pour le chapitre 3.

Régimes variables (chapitre 8)

AZILINON D., PIERSON P., PADET J. – Constante de temps des échangeurs thermiques. *Revue Générale de Thermique*, 338, p.731, 1991.

BAGUI F., ABDELGHANI-IDRISSI M.A. – *Régimes transitoires des échangeurs thermiques tubulaires*. Congrès Français de Thermique SFT 05, Actes vol. 2, p.189, Reims, 2005.

CHITOU N., MAI T.H., PADET J. – Étude de l'efficacité d'un échangeur en régime variable. *Entropie*, N° 220-221, p.87-91, 1999.

EL WAKIL N., REBAY M., PADET J. – Numerical study of transient forced convection in parallel-plate heat exchangers. *ICHMT Int. Symposium on Transient Convective Heat Transfer, Cesme, Turquie*, Begell House, 1996.

HADIDI M., GUELLAL M., LACHI M., PADET J. – Loi de réponse d'un échangeur thermique soumis à des échelons de température aux deux entrées. *Int. Comm. in Heat Mass Transfer*, 22, N°1, p.145-153, 1995.

HENRION M., FEIDT M. – Comportement en régime transitoire de divers types d'échangeurs de chaleur; modélisation et conséquences. *Int. Comm. in Heat Mass Transfer*, 18, p.731, 1991.

LACHI M., EL WAKIL N., PADET J. – The time constant of double pipe and one pass shell-and-tube heat exchangers in the case of varying flow rates. *Int. J. Heat Mass Transfer*, 40, N°9, p.2067-2079, 1997.

MAI T.H., CHITOU N., PADET J. – Heat exchanger effectiveness in unsteady state. *Eur. Phys. J. Applied Physics*, 8, p.71-75, 1999.

PIERSON P., AZILINON D., PADET J. – Simulation du fonctionnement des échangeurs thermiques soumis à des conditions aux limites variables. *Revue Phys. Appl.* 24, p.93-107, 1989.

PIERSON P., PADET J. – Time constant of solar collectors. *Solar Energy*, 44, N°2, p.109-114, 1989.

INDEX ALPHABÉTIQUE DES MATIÈRES

A

Ailettes, 4.3.4. ; 6.2.3 ; problème 11.

C

Cheminée, problème 4.

Chicanes (géométrie), 4.3.3.1.

Coefficient d'échange, 4.1.4 ; 4.3.1.3 ; 4.3.4.3 ; 5.2 ; 5.3 ; 6.2 ; 8.1.

Coefficient de frottement, 4.2.2.3 ; problèmes 9, 12.

Condenseurs, 2,4 ; 5.2 ; problèmes 5, 10.

Conductance globale, 3.3. ; 6.2.

Constante de temps, ch. 8

Croisements de température, 3.7.2 ; 7.6 ; 8.8.3.

D

Diamètre hydraulique, 4.2.2.6 ; 4.3.1.5 ; 4.3.2 ; 4.4.1 ; 5.2.2 ; problème 11.

DTLM, 2.5.1.

E

Ébullition, 5.3.

Échangeurs

- à chicanes, 1.1 ; 1.3 ; 3.7.2♠ ; 4.3.3 ; 7.2.4.2 ; 7.4.2.
- à contre-courant, 2.3 ; 3.4.2 ; 3.7.1♦ ; 7.2.5 ; problèmes 2, 3, 6, 13.
- à courants croisés, 1.2 ; 3.4.3 ; 3.5.3 ; 4.3.1 ; problèmes 7, 8, 11.
- à courants parallèles, 1.2 ; 4.3.2 ; problème 13.
- à fluide isotherme, 2.4 ; 3.5.2 ; 4.2.1.2 ; 4.2.1.3 ; problèmes 4, 5, 10.
- à modules, 1.3.1 ; 7.2.4.2.
- à passes, 1.3.2 ; 3.7.1♠ ; 7.4.2 ; problèmes 8, 9, 10.
- à plaques, 1.1.2 ; 1.3.2 ; 6.1 ; 7.4.3 ; problème 7.
- à tubes ailetés, 4.3.4 ; problème 11.
- bitubes, 4.4 ; 8.2 ; problème 3.
- co-courant, 2.2 ; 3.4.1 ; problème 13.
- compacts, 4.3.4.4 ; problème 11.
- en épingle (à faisceau en U), 1.1 ; problème 13.
- en série, 7.2 ; 7.4.1 ; problème 12.
- en série-parallèle, 7.3 ; problème 12.
- équivalents, 7.2.3 ; 7.2.5 ; 7.3.4 ; 8.6.1.
- P-N, 1.3.2 ; 3.4.3 ; 3.7.2 ; 3.7.3 ; 7.2.4.1.
- tubulaires, 1.1.1 ; 4.3.1 ; 4.3.3 ; 7.4.2 ; problèmes 6, 8, 9, 10, 13.

Écoulement

- autour de faisceaux de tubes, 4.1.4♥ ; 4.3.1.
- de transition, 4.2.3.

- laminaire, 4.2.1 ; 4.4.2 ; 5.2.2 ; 8.5 .
- turbulent, 4.2.2 ; 4.4.3 ; 8.4.2 ; 8.5.

Efficacité

- d'un échangeur, 3.2 ; 3.4.3 ; 7.2.3 ; 7.3.4.
- d'une ailette, 4.3.4
- moyenne en régime variable, 8.8.
- relative, 3.2 ; 7.2.2 ; 8.8.

Encrassement, 6.1 ; 6.2.3 ; 8.8.

Évaporateurs, 2.4 ; 5.3.

F

Facteur de déséquilibre, 3.2 ; 7.2.1 ; 8.8.2♥.

Facteur de forme, 4.4.1.

Fluide brassé, 1.2 ; 3.4.3 ; 3.5.3 ; problème 8.

Formule de Colebrook, 4.2.2.3 ; problème 9.

L

Longueur caractéristique, 4.3.1.5 ; 4.3.2 ; 4.5.

Longueur de référence, 4.1.5 ; 4.2.2.6 ; 4.3.1.5 ; 4.5.

M

Méthode NUT, 3.6 ; 3.7 ; 7.2 ; problèmes.

N

Nombres de Nusselt, Péclet, Prandtl, Reynolds, Stanton, 4.1.5.

NUT, 3.3 ; 3.4.3 ; 6.2 ; 7.2.5 ; 7.3.4.

P

Pas d'un faisceau, 4.3.1.1 ; problèmes 9, 13.

Perte de charge, 4.2.2.3 ; 4.3.2 ; problèmes 9, 10.

Pincement, 3.7.1 ; 3.7.3 ; 7.6.

Puissance d'un échangeur, 3.1 ; 6.2.

R

Réseau, problèmes 12, 13, 14.

- à fluide intermédiaire, 7.5.1.

- maillé, 7.4.

- ouvert, 7.5.2.

Rugosité, 4.2.2.3.

T

Température

- de film, 4.1.3 ; 4.1.4 ; 5.1 ; problème 10.

- de mélange, 2.1 ; 2.2.♥ ; 4.1.2 ; 4.1.4.

- de référence, 4.1 ; problèmes 8, 9.

Temps de retard, 8.3.1 ; 8.6.3.

Thermodépendance, 4.2.1.1 ; 4.2.2.1.

Tubes

- corrugués, 4.2.2.5 ; 4.4.4.
- faisceaux, 4.3.1.1 ; 4.3.1.6 ; 4.3.3 ; 4.3.4.3 ; problèmes 9, 13.
- nappes, 4.3.1.1 ; problème 9.
- section annulaire, 4.4 ; problème 3.
- section circulaire, 4.2.1.2 ; 4.2.2.2.
- section rectangulaire, 4.2.1.3 ; problème 9.

V

Viscosité, 4.2.1.1.

Vitesse massique, 4.1.5 ; 4.3.1.2.

Vitesse de référence, 4.3.1.2 ; 4.3.4.3.