

# Caractérisation des échangeurs de chaleur par un capteur virtuel basé sur la fonction de transfert.

Waseem Al Hadad\*, Yves Jannot, Denis Maillet

Université de Lorraine et CNRS, LEMTA, 2 avenue de la Forêt de Haye - TSA 60604

54518 Vandoeuvre-lès-Nancy cedex

\* (auteur correspondant : waseem.al-hadad@univ-lorraine.fr)

**Résumé** – Quelle que soit la forme de l'échangeur dont les débits et les propriétés thermo-physiques de chaque fluide restent inchangées dans le temps, l'échauffement en tout point du système (fluide ou parois) est un produit de convolution entre la source et la fonction de transfert correspondante. Dans le cadre de cette étude, on s'intéresse à un échangeur contre-courant plan où la température d'entrée du fluide chaud varie tandis que celle du fluide froid reste égale à la température initiale. Le travail présent correspond à un problème inverse d'identification, où les fonctions de transferts du système sont estimées à partir des observations des évolutions transitoires des températures correspondantes. Des résultats d'identifications (avec régularisation) des fonctions de transfert sur signaux synthétiques sont présentés. Ceci montre que l'on peut concevoir un capteur placé en surface externe non seulement capable de détecter l'encrassement mais aussi de donner des informations sur les températures moyennes de mélange à la sortie de deux fluides à la fois en régime thermique transitoire et permanent.

**Mots clés** : échangeur de chaleur, problème inverse, conduction-advection, capteur virtuel, produit de convolution.

## Nomenclature

diffusivité thermique, $m^2 \cdot s^{-1}$	$\hat{z}$ estimateur du vecteur $\mathbf{z}$
$e$ épaisseur, $m$	<i>Symboles grecs</i>
$h$ coefficient d'échange convectif, $W \cdot m^{-2} \cdot K^{-1}$	$\alpha$ paramètre de TSVD régularisation
$l$ longueur, $m$	$\lambda$ conductivité thermique, $W \cdot m^{-1} \cdot K^{-1}$
$T$ température, $K$	$\varphi$ densité de flux, $W \cdot m^{-2}$
$P$ position donnée	$\rho$ masse volumique, $kg \cdot m^3$
$p$ variable de Laplace	<i>Indices et exposants</i>
$U$ vitesse moyenne, $m \cdot s^{-1}$	$f$ fluide
$W$ transmittance	$s$ solid
$\bar{z}$ transformée de Laplace de vecteur $\mathbf{z}$	$ss$ permanent "steady state"

## 1 Introduction

Les échangeurs thermiques jouent un rôle très important dans la plupart des procédés industriels où la production se fait par échauffement ou refroidissement. L'une des difficultés majeures dans ce type d'appareil réside dans la détection de l'encrassement.

Il existe des méthodes pour ralentir l'encrassement (filtrage, traitement chimique, ..), elles restent des méthodes qui en retardent l'apparition. Dès que l'encrassement a lieu, le nettoyage complet des installations devient indispensable. Le nettoyage périodique pour éliminer l'encrassement n'est pas la meilleure solution. Si la période est petite, cela peut augmenter les coûts à cause des pertes de production lors du nettoyage et des tâches d'entretien. Au

contraire, si la période de nettoyage est grande, l'encrassement peut provoquer une augmentation de l'énergie consommée par le processus (car le coefficient de transfert global diminue avec l'encrassement), une hausse de la consommation d'eau de refroidissement et un impact sur l'environnement. Dans la littérature, on trouve des travaux pour mettre en place des techniques qui permettent de passer des maintenances systématiques aux maintenances prédictives.

L'une des méthodes populaires de détection est basée sur la variation du poids de l'échangeur. Cette méthode n'est pas fiable surtout dans le cas où la couche d'encrassement est très fine avec éventuellement une haute résistance thermique. L'autre défaut de cette méthode réside dans la nécessité d'arrêter le procédé pour chaque diagnostic. Parmi les méthodes classiques, citons celles due à la baisse de la conductance globale, qui est détectable en régime permanent à partir de la mesure des températures d'entrée et de sortie des fluides qui sont relativement difficiles à atteindre. Une autre méthode classique et facile à appliquer est basée sur la chute de pression (la variation de la vitesse de(s) fluide(s)) mais son efficacité dépend du type d'échangeur [1]. Il existe aussi des méthodes sophistiquées qui ont été développés pour détecter l'encrassement telles que les capteurs en silicium [2], la technique du microruban [3], les techniques optiques [4]. Ces méthodes nécessitent une instrumentation importante, ne sont pas toujours adaptées aux équipements et sont donc plus limitées à une utilisation en laboratoire. Le challenge reste de pouvoir détecter l'encrassement en temps réel, sans arrêter le procédé, et à l'échelle industrielle.

Dans ce travail on propose un modèle type boîte « grise » basé sur des fonctions de transfert et des produits de convolution utilisable pour des systèmes linéaires et invariants dans le temps. Ces fonctions dépendent seulement du (des) débit(s) de fluide(s) et des propriétés thermo-physiques du système étudié. Cette propriété peut permettre de détecter et éventuellement de quantifier la variation temporelle d'un paramètre structurel du système au cours du fonctionnement. Ce nouveau paramètre peut être une caractéristique de l'encrassement (*capteur d'encrassement*).

Comme la mesure directe de la température de sortie de(s) fluide(s) par un capteur interne n'est pas toujours facile, une méthode non-intrusive utilisant une fonction de transfert est donc adaptée pour traiter ce genre de problème (*capteur virtuel de température*).

L'expression analytique de la fonction de transfert pour une géométrie simple peut être trouvée par la méthode quadripolaire [5]. Donner une expression analytique de cette dernière pour une géométrie complexe est quasiment impossible, par contre l'identifier est faisable. Donc pour résumer, la conception d'un capteur d'encrassement ou de température se fait en deux étapes : la *première* consiste à trouver l'expression analytique ou identifier la fonction de transfert (calibrage) reliant les températures à deux endroits différents et la *deuxième* reprend la fonction de transfert et reconstruit la température d'un point en connaissant la température de l'autre point. Dans ce travail, l'identification a été réalisée sur des profils obtenus par des expériences numériques (profils synthétiques) effectuées par Comsol[6].

## 2 Le système étudié

On considère deux écoulements (fluide chaud et froid) qui circulent en sens inverse dans deux canaux de longueur  $l$ , d'épaisseurs  $e_{f_1}$  et  $e_{f_2}$  respectivement. Les deux canaux sont limités par trois plaques parallèles d'épaisseurs  $e_1$ ,  $e_2$ , et  $e_3$  (Figure 1). Les écoulements sont supposés laminaires et dynamiquement établis sur toute la longueur de l'échangeur et le profil de vitesse est parabolique (Poiseuille). Les cinq couches ( $S_1, S_2, S_3, f_1$  et  $f_2$ ) sont caractérisés

par leur conductivité thermique  $\lambda_i$ , leur chaleur volumique  $\rho c_i$  et leur diffusivité thermique  $a_i = \lambda_i / \rho c_i$ .

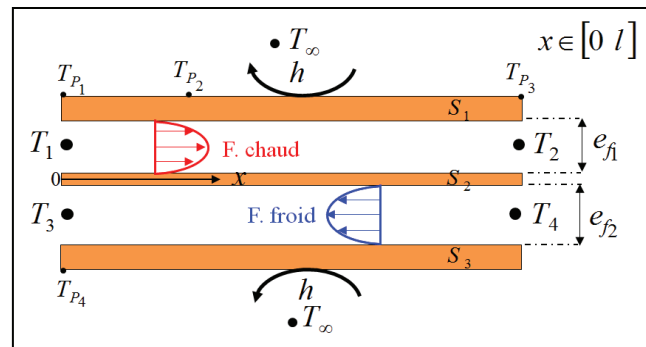


Figure 1: Echangeur de chaleur en mode de contre courant.

Les faces latérales sont soumises à des pertes de chaleur par convection naturelle et rayonnement « linéarisées » avec l'air ambiant qui est à la température  $T$ . Ces pertes de chaleur sont caractérisées par un coefficient de transfert thermique  $h$ . A l'instant initial (à  $t < 0$ ), la température dans chaque écoulement et dans les parois sont à température uniforme égale à la température ambiante  $T_{\infty}$ . A un moment donné (à  $t = 0$ ), la température d'entrée de fluide chaud  $T_1$  commence à augmenter en fonction du temps de  $T_{\infty}$  jusqu'à une valeur donnée  $T_1^{ss}$ ; cet écart de température  $\theta_1(t) = T_1(t) - T_{\infty}$ , constitue le terme de forçage (ou excitation) du système.

### 3 Estimation de la fonction de transfert :

Rappelons que si le système d'équations (dérivées partielles PDE) décrivant le phénomène physique (ici de transfert de chaleur) en régime transitoire, est linéaire, avec des coefficients invariants en temps et une condition initiale uniforme, alors la réponse en température en un point donné est un produit de convolution entre l'excitation ou la source de la chaleur et l'opérateur convolutif correspondant  $H$ . L'opérateur qui relie la réponse à l'excitation thermique est appelé fonction de transfert ; celle-ci peut être considérée comme la carte d'identité du système (elle ne dépend que des propriétés thermo-physiques et de la géométrie du système étudié). Si les deux grandeurs (réponse et excitation) ont les mêmes unités, la fonction de transfert est qualifiée ici de transmittance notée  $W$  ( $H \equiv W$ ). Toutefois, si elles ont des unités différentes (réponse en température à une excitation en puissance thermique), elle est appelée impédance notée  $Z$  ( $H \equiv Z$ ). Trouver une expression analytique de la fonction de transfert ( $Z$  ou  $W$ ) pour une géométrie complexe est difficile (voire impossible), cependant expérimentalement elle peut être estimée (problème inverse d'identification de fonction) par une mesure simple quelle que soit la géométrie.

Pour simplifier l'estimation des transmittances pour le système représenté sur la figure (1) nous considérons le cas où la température moyenne de mélange d'entrée de fluide froid  $T_4$  est imposée et égale à  $T_{\infty}$ . Donc on peut dire que la seule source de chaleur est constituée par

la température moyenne de mélange d'entrée de fluide chaud  $\theta_1$  (dans le cas contraire, il suffit de superposer les deux sources et on suit les mêmes démarches montrées ici). Les transmittances  $W_1^i$  (avec  $i = P_1, P_2, P_3, P_4, 2$  et  $3$ ) reliant respectivement la source  $\theta_1$  à  $\theta_{P_1}, \theta_{P_2}, \theta_{P_3}, \theta_{P_4}, \theta_2$  et  $\theta_3$  peuvent être estimées en écrivant l'équation définissant le produit de convolution :

$$\theta_i(t) = W_1^i(t) * \theta_1(t) = \int_0^t W_1^i(t-t') \theta_1(t') dt' \quad \text{avec } \theta_i = T_i - T_\infty \quad (1a, b)$$

L'intégrale de convolution (1b) peut être écrite sous une forme matricielle :

- Modèle de calibration (estimation de la fonction de transfert) :

$$\theta_i = \mathbf{M}(\theta_1) W_1^i \Rightarrow \widehat{W}_1^i = \mathbf{M}(\theta_1)^{-1} \theta_i \quad (2)$$

- Modèle d'estimation d'entrée (estimation de source de chaleur)

$$\theta_i = \mathbf{M}(W_1^i) \theta_1 \Rightarrow \widehat{\theta}_1 = \mathbf{M}(W_1^i)^{-1} \theta_i \quad (3)$$

où  $\mathbf{M}(\cdot)$  est une fonction matricielle carrée de taille  $N_t \times N_t$  (matrice de Toeplitz) :

$$\mathbf{M}(\mathbf{k}) = \Delta t \begin{bmatrix} k_1 & 0 & \dots & 0 \\ k_2 & k_1 & \ddots & \vdots \\ k_3 & k_2 & \ddots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ k_{N_t} & k_{N_t-1} & \dots & k_1 \end{bmatrix} \quad \text{avec } \mathbf{k} = \begin{bmatrix} k_1 = k(t_1) \\ k_2 = k(t_2) \\ k_3 = k(t_3) \\ \vdots \\ k_{N_t} = k(t_{N_t}) \end{bmatrix} \quad \text{et } k = \theta_1 \text{ ou } W_1^i \quad (4)$$

et  $\widehat{\cdot}$  est l'estimateur de la grandeur considérée dans le problème inverse.

On sait que le terme advectif de l'équation de la chaleur a tendance à diminuer le temps caractéristique de transfert thermique. Comme les échangeurs fonctionnent toujours avec une vitesse d'écoulement (nombre de Péclet) non négligeable, dans ce cas le temps caractéristique est très petit devant le temps de fonctionnement. C'est la raison pour laquelle la majorité des travaux qui sont dans la littérature, se limitent à l'étude du comportement des échangeurs en régime permanent. Cependant, l'étude du comportement des échangeurs en régime transitoire reste un sujet intéressant, car il s'impose dans le contexte des énergies renouvelables (souvent intermittentes) et permet également d'identifier le comportement stationnaire.

Comme nous le savons, le produit de convolution dans l'espace des temps peut être remplacé par un produit simple dans l'espace de Laplace, et l'équation (1a) peut donc être réécrite comme:

$$\bar{\theta}_i(p) = \bar{W}_1^i(p) \times \bar{\theta}_1(p) \quad (5)$$

où la barre supérieure indique la transformée de Laplace,  $p$  étant la variable de Laplace.

En appliquant le théorème de la valeur finale quelle que soit la forme d'excitation thermique, le régime permanent (réponse asymptotique) peut être calculé comme :

$$\theta_i^{ss} = W_1^{i,ss} \theta_1^{ss} \quad \text{avec} \quad W_1^{i,ss} = \int_0^{\infty} W_1^i(t) dt \quad (6)$$

Donc la fonction de transfert en permanent  $W_1^{i,ss}$  est l'intégrale de la fonction de transfert transitoire  $W_1^i(t)$ . Son unité est celle de la fonction de transfert transitoire multipliée par un temps.

#### 4 Résultats de l'estimation:

Une expérience numérique a été effectuée en utilisant un code aux éléments finis Comsol, pour simuler le comportement transitoire du système représenté en figure (1). La température moyenne du mélange d'entrée du fluide chaud, considérée ici comme une source, a été supposée varier exponentiellement en fonction du temps  $\theta_1(t) = \theta_1^{ss} \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$  avec  $\theta_1^{ss} = 70^\circ\text{C}$  et  $\tau = 50\text{s}$ . Les évolutions des conséquences : température moyenne du mélange de sortie du fluide chaud  $\theta_2$ , de sortie du fluide froid  $\theta_3$  ainsi que la température en quatre points sur les faces externes  $\theta_{P_1}$  à  $\theta_{P_4}$  ont été simulées et tracées de  $t = 0$  à  $t_{final}$  avec un pas de temps  $0.5\text{ s}$  (ici la température d'entrée du fluide froid est égale à la température ambiante  $\theta_4 = 0$ ) (figure 2). Les dimensions du système étudié et les paramètres de simulation sont donnés dans le Tableau 1. On utilise dans cette simulation un maillage triangulaire avec plus de 3800 éléments pour chaque couche.

$l$ (cm)	$e_1 = e_2 = e_3$ (cm)	$e_{f_1} = 2e_{f_2}$ (cm)	$x_{p_1} = x_{p_4}$ (cm)	$x_{p_2}$ (cm)	$x_{p_3}$ (cm)	$U_{f_1} = U_{f_2}$ (cm.s <sup>-1</sup> )	$t_{fin l}$ (s)
50	0.3	2	0	10	50	0.2	1000

$\lambda_{s_1} = \lambda_{s_2} = \lambda_{s_3}$ (W.m <sup>-1</sup> .K <sup>-1</sup> )	$\rho c_{s_1} = \rho c_{s_2} = \rho c_{s_3}$ (kJ.m <sup>-3</sup> .K <sup>-1</sup> )	$\lambda_{f_1} = \lambda_{f_2}$ (W.m <sup>-1</sup> .K <sup>-1</sup> )	$\rho c_{f_1} = \rho c_{f_2}$ (kJ.m <sup>-3</sup> .K <sup>-1</sup> )	$h$ (W.m <sup>-2</sup> .K <sup>-1</sup> )
43	3666	0.63	4186	1

Tableau 1: Dimensions, propriétés thermo-physiques et paramètres de simulation

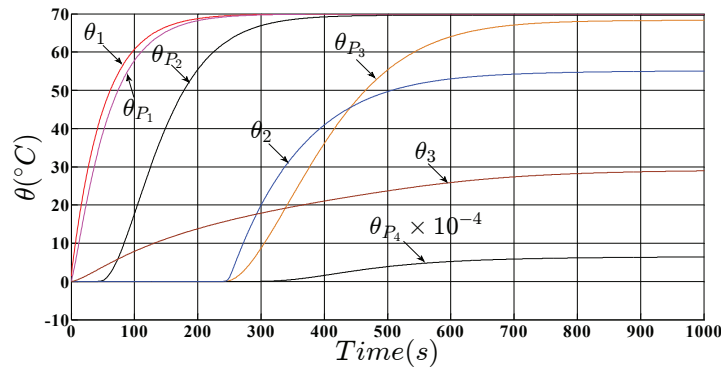


Figure 2: Evolutions des températures pour une excitation exponentielle.

##### 4.1 Estimation de la fonction de transfert (calibration) :

L'estimation de la fonction de transfert est une étape préliminaire pour construire le capteur virtuel de température ou d'encrassement (CND). Les transmittances estimées par le modèle de calibration (équation 2) reliant la source de chaleur  $\theta_1$  et ses conséquences  $\theta_{P_1}, \theta_2$

et  $\theta_3$  sont présentées dans la figure (3), ainsi que celle qui relie la pseudo-source  $\theta_{P_1}$  à  $\theta_{P_2}$  et  $\theta_{P_3}$  dans la figure (4). La transmittance entre  $\theta_{P_1}$  et  $\theta_{P_4}$  n'est pas intéressante car le signal de la température à  $P_4$  dans ce type de configuration est très faible (cf. figure 2) et en présence de bruit de mesure (mesure expérimentale), son estimation va être difficile.

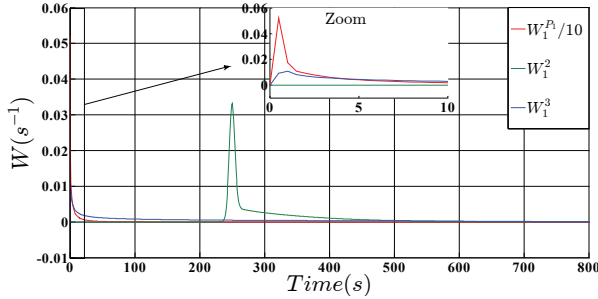


Figure 3 : Calibration du capteur de Température.

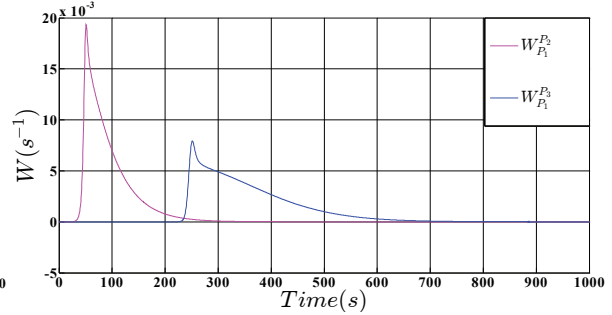


Figure 4 : Calibration du capteur d'encrassement.

Les transmittances correspondantes en régime permanent peuvent être calculées à partir des transmittances transitoires ou à partir des valeurs asymptotiques des températures (ss « steady state »), le tableau (2) résume les valeurs de  $W_i^{j,ss}$  :

Excitation	$W_i^{j,ss} = \int_0^{\infty} W_i^j(t) dt = \theta_j^{ss} / \theta_i^{ss}$				
	$W_1^{P_1,ss}$	$W_1^{2,ss}$	$W_1^{3,ss}$	$W_{P_1}^{P_2,ss}$	$W_{P_1}^{P_3,ss}$
Exponentielle	0.9993	0.7867	0.4146	0.9953	0.9759

Tableau 2: Transmittances en régime permanent.

## 4.2 Capteur virtuel de température :

Les températures moyennes de mélange d'entrée et de sortie des deux fluides  $\theta_1, \theta_2$  et  $\theta_3$  sont relativement difficiles à mesurer pendant le fonctionnement. Toutefois, ces informations peuvent être estimées en s'appuyant sur les fonctions de transfert (carte d'identité du système) précédemment estimées à partir de la calibration  $\widehat{W}_1^j$  avec ( $j = P_1, 2$  et  $3$ ) (cf. figure 3) et à l'aide d'une mesure sur un point sur la face externe  $\theta_{P_1}$ . Pour tester (valider) ce principe, une deuxième expérience numérique a été réalisée mais cette fois-ci la température d'entrée du fluide chaud a la forme d'une fonction échelon au lieu d'une forme exponentielle (pour montrer que les transmittances sont indépendantes du type d'excitation). Dans le premier temps nous allons supposer qu'on ne connaît que la température du point externe  $\theta_{P_1}$  qui est obtenue par la deuxième expérience numérique et les fonctions de transfert de calibration  $\widehat{W}_1^i$ . Les évolutions des températures d'entrée et de sortie seront estimées et comparées avec celles qui sont obtenues par la deuxième expérience numérique. On présente les évolutions de température exacte et estimée à l'entrée et à la sortie  $\theta_1, \theta_2$  et  $\theta_3$  (Figure 4). On constate la très bonne corrélation entre les profils de température simulés par COMSOL (problème direct) et les profils estimés par le capteur virtuel. Le problème inverse qui est mal posé est celui de l'estimation de la température d'entrée du fluide chaud : une régularisation a été nécessaire car la matrice de Toeplitz qui contient le vecteur de  $\widehat{W}_1^{P_1}$  est une matrice très mal conditionnée avec  $\text{cond}(M(\widehat{W}_1^{P_1})) = 3.72 \times 10^{16}$  (Comme la précision de la machine est de l'ordre de  $\sim 10^{-16}$ , le bruit numérique joue le rôle

du bruit de mesure). La régularisation a été fait par TSVD [7 et 8] avec une troncature à  $\alpha = 1999$  avec  $N_t = 2000$ .

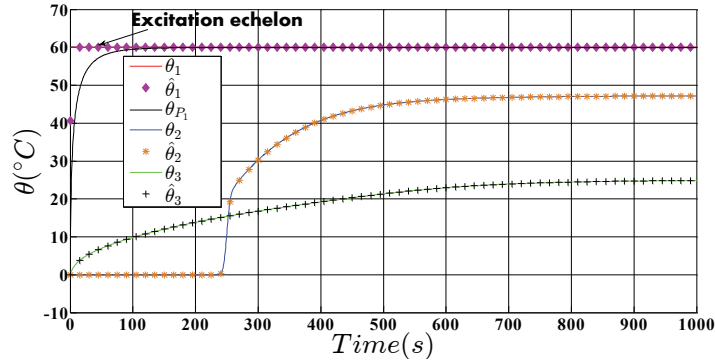


Figure 5: Températures exactes (ligne continue) de la deuxième expérience et ses estimations (ligne pointillée).

### 4.3 Capteur d'encrassement :

L'approche de la fonction de transfert peut donner aussi une information sur l'apparition d'encrassement (capteur d'encrassement) à la fois en régime permanent et transitoire. Pour valider cette technique de Contrôle Non Destructif, une troisième expérience numérique a été faite sur le même système que dans les deux premières expériences sauf que ici une couche d'un dépôt calcaire d'épaisseur  $e_c$  uniforme, a été ajouté sur les faces du canal de fluide chaud ( $\lambda_c = 1 \text{ W.m}^{-1}.K^{-1}$  et  $\rho c_c = 2 \times 10^6 \text{ J.m}^{-3}.K^{-1}$ ).

En ce qui concerne le diagnostic en régime permanent, le tableau (3) montre que la fonction de transfert en régime permanent sur les faces externes a une faible sensibilité par rapport à l'encrassement. Cela peut être expliqué par le fait que la couche d'encrassement va diminuer le diamètre hydraulique, ainsi le coefficient d'échange convectif interne dans le canal chaud (non utilisé ici dans le code Comsol qui est basé sur une conjugaison des transferts parois/fluides) va augmenter. La diminution correspondante (en 1D) de la résistance thermique convective va compenser l'augmentation de la résistance thermique conductive due à la présence du dépôt. Par conséquent, le coefficient d'échange global devient moins sensible à ce dernier. Donc, le CND avec le principe de la fonction de transfert ne peut être envisagé qu'en régime transitoire car il apporte plus d'informations et permet donc un diagnostic plus précis. Ce dernier se fait en réalisant une petite perturbation thermique au cours du fonctionnement puis en estimant la fonction de transfert correspondante qui est finalement comparée avec une référence (c.-à-d. fonction de transfert sans encrassement).

	$W_1^{i,ss} = \int_0^{\infty} W_1^i(t) dt = \theta_i^{ss} / \theta_1^{ss}$	
	$W_{P_1}^{P_2,ss}$	$W_{P_1}^{P_3,ss}$
(sans encrassement)	0.9959	0.9766
avec encrassement ( $e_c = 1\text{mm}, R_c = 1 \times 10^{-3} \text{ SI}$ )	0.9987	0.9967
avec encrassement ( $e_c = 3\text{mm}, R_c = 3 \times 10^{-3} \text{ SI}$ )	0.9991	0.9973

Tableau 3: Transmittances en régime permanent sans et avec encrassement.



Les transmittances qui relient respectivement la pseudo-source  $\theta_{P_1}$  à  $\theta_{P_2}$  et  $\theta_{P_1}$  à  $\theta_{P_3}$  sont représentées par la figure (6). Les profils représentés correspondent aux cas sans et avec encrassement pour différentes épaisseurs de dépôt. D'après cette figure, on constate que la couche de l'encrassement a tendance à modifier les profils des transmittances : l'augmentation de l'épaisseur (résistance) d'encrassement conduit à une augmentation de l'amplitude et à une baisse du temps nécessaire pour atteindre le régime permanent. Ce décalage peut être expliqué par le fait que le temps caractéristique de l'advection devient plus petit. Ainsi, les capteurs aux positions  $P_2$  et  $P_3$  vont réagir plus vite que dans le cas sans encrassement. En résumé, pour avoir une sensibilité importante à l'encrassement, il faut réunir deux conditions. Pour remplir la première, le capteur à la position  $P_1$  (capteur de pseudo-source) doit être placé sur la face externe la plus proche possible de la source. La seconde condition illustrée sur la figure (6) impose que la distance entre les capteurs constituant le capteur d'encrassement soit la plus grande possible.

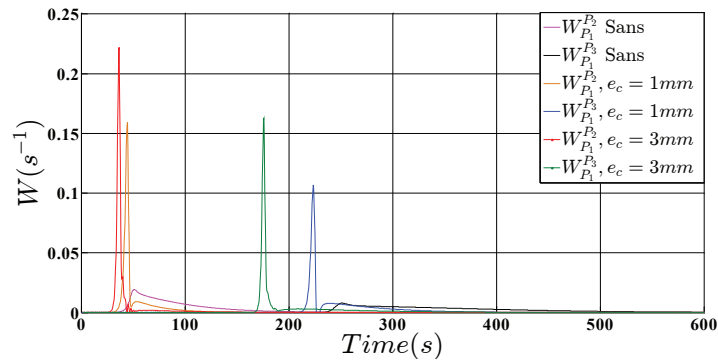


Figure 6: Transmittances transitoires entre trois points sur la face externe sans et avec encrassement.

## 5 Conclusion

Nous avons vu que l'estimation de la fonction de transfert est possible en régimes thermique transitoire et permanent pour un échangeur. Cet outil peut être utilisé pour caractériser ou diagnostiquer un échangeur ou n'importe quel dispositif thermique à condition que le système soit linéaire et invariant dans le temps. Les résultats obtenus sont encourageants, ce qui peut permettre d'appliquer cette méthode à des géométries plus complexes (ex : un échangeur de chaleur sensible à tubes et calandre) et ensuite valider la méthode avec des mesures réelles.

## 6 Références

- [1] O.Gudmundsson, S. Lalot, J.E. Thorsen, Comparison of fouling detection methods using experimental data, [www.heatexchangers-fouling.com](http://www.heatexchangers-fouling.com).
- [2] M. Stenberg, G. Stemme, G. Kittilsland. A silicon sensor for measurement of liquid flow and thickness of fouling biofilms. *Sensors and Actuators*, 13, 203–221(1988).
- [3] L. Root, I. Kaufman. Non-contacting low-cost instrument for film thickness measurement. *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, 41, 1014–1019 (1992).
- [4] P. Withers. Ultrasonic, acoustic and optical techniques for the non-invasive detection of fouling in food processing equipment. *Trend in Food Sciences and Technology*, 7, 293–298(1996).
- [5] D. Maillat, S. André, J.C. Batsale, A. Degiovanni, C. Moyne, *Thermal Quadrupoles: Solving the heat equation using integral transforms*, New York: Wiley, (2000).
- [6] Comsol multiphysics version 3.4, *copyright (c) 1994-2007*.
- [7] W. Al Hadad, Y. Rouizi, Y. Jannot, B. Rémy, D. Maillat, Estimation of the heat transferred to a fluid in a minichannel by an inverse technique, *submitted to the 15th International Heat Transfer Conference*, August 10-15, Kyoto, (january 2014).
- [8] W. Al Hadad, Y. Rouizi, Y. Jannot, B. Rémy, D. Maillat, Modélisation et inversion de l'évolution transitoire de la température de surface externe dans un mini-canal extracteur de chaleur plan, *Congrès annuel de la Société Française de Thermique SFT*, 3-6 juin 2014, Lyon, France .