

Convection mixte dans une cavité à parois latérales mobiles et chauffée par le bas

Sacia KACHI, Saadoun BOUDEBOUS*

Département de Génie Chimique Université de Constantine 3, Algérie.

*(auteur correspondant : s_boudebous@yahoo.fr)

Résumé – Les écoulements des fluides en régime de convection mixte dans des cavités avec des parois mobiles et différentes conditions thermiques aux limites sont de plus en plus rencontrés dans de nombreux secteurs industriels. Parmi ces applications nous pouvons citer, à titre d'exemple, la ventilation des composants électroniques présents dans presque tous les équipements. Du fait de leurs miniaturisations croissantes et de l'augmentation de leurs puissances la dissipation de la chaleur induite, dans les enceintes qui les abritent, devient de plus en plus hypothétique. Actuellement le système de refroidissement le plus efficace consiste en l'injection d'un courant d'air (modélisé par une paroi mobile à température froide constante) en régime de convection naturelle ou forcée. Dans la présente étude, nous nous intéressons à la simulation numérique de l'écoulement d'air en convection mixte laminaire, dans une cavité carrée, dont une partie du fond est soumise à un flux de chaleur constant. Les parois latérales de cette cavité se déplacent avec une vitesse fixée vers le haut et sont soumises à une température froide. Les autres parties de cette cavité sont considérées adiabatiques. Un modèle mathématique reposant sur l'approche vorticité-fonction du courant ($\omega - \psi$), est utilisé. Les équations régissant ce phénomène ont été discr tiss es par la méthode des différences finies en considérant un maillage non uniforme. Bien que la géométrie et les conditions aux limites concernant la vitesse et la température soient symétriques par rapport à l'axe vertical passant par le centre de la cavité, l'analyse des premiers résultats a permis de détecter l'existence d'un changement radical de l'écoulement pour des valeurs du nombre de Richardson comprises entre 41.4 et 41.5.

Mots Clés : Convection mixte, cavité carrée, Vorticité-Fonction du courant. Méthode des différences finies, Nombre de Richardson.

Nomenclature

Symboles latins

g accélération de la pesanteur, $m.s^{-2}$.
 Gr nombre de Grashof.
 h coefficient de transfert thermique, $W.m^{-2}.K^{-1}$
 L côté de la cavité, m .
 Nu nombre de Nusselt local.
 \overline{Nu} nombre de Nusselt moyen.
 Pr nombre de Prandtl.
 q'' densité de flux de chaleur, $W.m^{-2}$.
 Re nombre de Reynolds.
 Ri nombre de Richardson.
 t temps, s .
 T température, K .
 T_f température des parois latérale, K .
 u, v composantes de la vitesse, $m.s^{-1}$.
 U, V composantes adimensionnelles de la vitesse.

V_0 vitesse des parois latérale, $m.s^{-1}$.

x, y coordonnées d'espace, m .

X, Y coordonnées d'espace adimensionnelles.

Symboles grecs

ε longueur adimensionnelle de la partie chauffée.

α diffusivité thermique, $m^2.s^{-1}$.

β coefficient d'expansion thermique, K^{-1} .

θ température adimensionnelle.

ν viscosité cinématique, $m^2.s$.

λ conductivité thermique, $W.m^{-1}.K^{-1}$.

ψ fonction de courant adimensionnelle.

ω vorticité adimensionnelle.

τ temps adimensionnel.

ρ masse volumique, $Kg.m^{-3}$.

1. Introduction

L'étude du mouvement d'un fluide en convection mixte dans les cavités est fréquemment rencontrée dans la nature et dans différents systèmes industriels. Ce mouvement résulte des interactions complexes au sein de ce milieu (fluide) ou entre différents milieux dès qu'il y a un gradient de température. Une grande variété d'écoulements de fluides, avec ou sans transfert de chaleur et de masse, sont régis par des systèmes d'équations différentielles non linéaires établis à partir des principes généraux de conservation de la physique. Ces systèmes d'équations non linéaires contiennent de nombreux paramètres qui sont susceptibles d'être la cause de nombreux phénomènes de changements du comportement de l'écoulement du fluide (bifurcation). De nombreuses études numériques et expérimentales concernant ce phénomène de changement de la nature même de l'écoulement dans différentes configurations géométriques en régime de convection naturelle, forcée ou mixte ont été rapportées dans la littérature. Les premiers modèles traitent du problème classique de la convection naturelle de Rayleigh-Bénard dans des espaces confinés et sont largement disponibles dans la littérature comme par exemple ceux d'Erenburg et al. [1] Venturi et al. [2] et Angelia et al. [3]. Dans les cavités l'interaction entre l'écoulement cisailé crée par le mouvement de la paroi et celui engendré par la convection naturelle reste jusqu'à présent un champ fondamental de la recherche. Aydin et Yang [4] ; Guo et Sharif [5] ont présenté des études numériques de la convection mixte laminaire dans une cavité 2D dont la paroi supérieure est adiabatique et les parois verticales qui se déplacent vers le bas à une vitesse et une température froide constantes. Une source de chaleur est placée au centre de la paroi inférieure. Aydin et Yang [4] considèrent une température fixe, tandis que Guo et Sharif [5] imposent un flux de chaleur constant. L'effet de la longueur de la source de chaleur et le nombre de Richardson ont été étudiés. Dans ces deux cas, les effets des forces causées par la convection mixte de la partie chauffée et le déplacement des parois latérales de la cavité, étant coopératifs aucune rupture de la symétrie n'a été observée. Mais lorsque nous considérons le même problème que celui de Guo et Sharif [5], en inversant le sens du déplacement des parois latérales pour créer une compétition entre ces deux forces, nous constatons une perte de symétrie et un changement radical de l'écoulement à l'intérieur de la cavité.

2. Géométrie du Problème

La géométrie du problème considéré est illustrée dans la figure 1. Il s'agit d'une cavité carrée remplie d'air dont les parois latérales sont maintenues à une température constante froide T_f et qui se déplacent vers le haut avec une vitesse fixée V_0 . Une source de chaleur est située au milieu de la paroi inférieure de la cavité ayant une longueur l égale au quatre cinquième de celle de la cavité L et soumise à un flux de chaleur constant q'' . Les autres parois sont supposées adiabatiques.

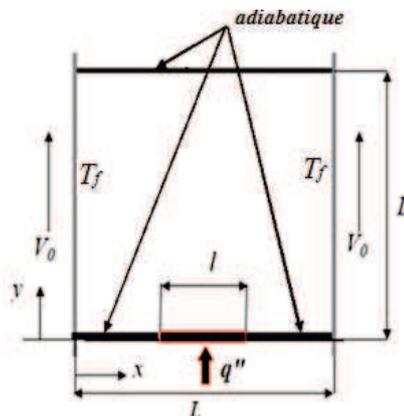


Figure 1 : Schéma de la cavité du problème étudié.

3. Formulation mathématique du problème

3.1. Equations du modèle

Les équations, basées sur la formulation vorticité-fonction du courant ($\omega - \psi$), régissant le phénomène de la convection mixte sont données par les expressions suivantes :

➤ Equation de continuité :

$$\frac{\partial U}{\partial X} + \frac{\partial V}{\partial Y} = 0 \quad (1)$$

Equation de l'énergie :

$$\frac{\partial \theta}{\partial \tau} + U \frac{\partial \theta}{\partial X} + V \frac{\partial \theta}{\partial Y} = \frac{1}{Re \cdot Pr} \left(\frac{\partial^2 \theta}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial Y^2} \right) \quad (2)$$

➤ Equation de la vorticité :

$$\frac{\partial \omega}{\partial \tau} + U \frac{\partial \omega}{\partial X} + V \frac{\partial \omega}{\partial Y} = \frac{1}{Re} \left(\frac{\partial^2 \omega}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \omega}{\partial Y^2} \right) + Ri \cdot \frac{\partial \theta}{\partial X} \quad (3)$$

➤ Equation de la fonction de courant :

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial Y^2} = -\omega \quad (4)$$

➤ Composants de vitesses :

$$U = \frac{\partial \psi}{\partial Y} \quad \text{et} \quad V = -\frac{\partial \psi}{\partial X} \quad (5)$$

Les variables primaires sont normalisées comme suit :

$$X = \frac{x}{L}; \quad Y = \frac{y}{L}; \quad \tau = t \cdot \frac{V_0}{L}; \quad U = \frac{u}{V_0}; \quad V = \frac{v}{V_0}; \quad \theta = \frac{T - T_F}{\Delta T} \quad \text{avec: } \Delta T = q'' \cdot \frac{L}{\lambda}$$

Les paramètres de contrôle du problème Gr , Re , Pr et Ri dénotent, respectivement, les nombres de Grashof, de Reynolds, de Prandtl et de Richardson et sont définis par les relations suivantes :

$$Gr = \frac{g \cdot \beta \cdot \Delta T L^3}{\nu^2}; \quad Re = V_0 \cdot \frac{L}{\nu}; \quad Pr = \frac{\nu}{\alpha}; \quad Ri = \frac{Gr}{Re^2}$$

3.2. Conditions aux limites

Les conditions initiales et aux limites peuvent être résumées par les expressions suivantes :

➤ Conditions initiales à $\tau = 0$:

$$0 < Y < 1 \quad \& \quad 0 < X < 1: \quad \theta = 0 \quad \psi = 0 \quad \omega = 0$$

➤ Conditions aux limites à $\tau > 0$:

$$U = V = 0 \quad \text{pour: } 0 < X < 1; \quad Y = 0 \quad \text{et} \quad Y = 1$$

$$\theta = 0; U = 0 \quad \text{et} \quad V = +1$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial Y} = -1 \quad \text{et} \quad U = V = 0$$

$$\text{pour: } \begin{cases} X = 0 & \text{et} \quad 0 < Y < 1 \\ X = 1 & \end{cases}$$

$$\text{pour: } \frac{1-\varepsilon}{2} \leq X \leq \frac{1+\varepsilon}{2} \quad \text{et} \quad Y = 0$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial Y} = 0 \quad \text{et} \quad U = V = 0$$

$$\text{pour: } \begin{cases} 0 < X < \frac{1-\varepsilon}{2} \\ \frac{1+\varepsilon}{2} < X < 1 \end{cases} \quad \text{et} \quad Y = 0$$

3.3. Nombre de Nusselt

Le transfert de chaleur à partir de la paroi chaude est exprimé par le nombre de Nusselt moyen défini comme suit :

$$\overline{Nu} = \frac{1}{\varepsilon} \int_0^\varepsilon Nu(X) dX$$

$Nu(X)$ est le nombre de Nusselt local défini par :

$$Nu(X) = \frac{h \cdot L}{\lambda} = \frac{1}{\theta_w(X)}$$

L'intégrale donnant le nombre de Nusselt moyen a été déterminée numériquement par la méthode de Simpson.

3.4. Énergie cinétique totale

L'énergie cinétique totale est calculée à partir de l'expression suivante citée dans [6] :

$$E_k = \left\{ \sum_{i,j=1,1}^{nxt,nyt} (u(i,j)^2 + v(i,j)^2) \right\}^{\frac{1}{2}}$$

Ce paramètre contribue, avec le nombre de Nusselt moyen, à mettre en évidence la bifurcation de l'écoulement entre $Ri=41.4$ et $Ri=41.5$

4. Procédure numérique

Les équations (1-5) ont été discrétisées par la méthode des différences finies. La discrétisation du terme temporel est assurée par la méthode de Runge-Kutta d'ordre quatre (RK4). Les termes diffusifs, ainsi que les dérivées partielles du premier ordre (terme source de l'équation de la conservation de l'énergie et les vitesses), sont discrétisés en utilisant le schéma centré du 4ème ordre. Les termes convectifs sont discrétisés à l'aide d'un schéma Upwind du 3ème ordre [7]. L'équation de la fonction de courant est résolue par la méthode itérative de sur relaxation N.L.O.R. (Non Linear Over Relaxation), et sa convergence est obtenue à chaque pas du temps [8].

5. Résultats et discussion

Toutes les simulations ont été réalisées en considérant l'air comme fluide, le nombre de Prandtl est fixé à 0.71 et le nombre de Reynolds à 100. La longueur adimensionnelle ε de la partie chauffée est égale à 0.8. Nous avons opté pour un maillage non uniforme de 100×100 nœuds raffiné près des parois. Le pas du temps $\Delta\tau$ est pris égal à $2 \cdot 10^{-5}$. La bifurcation du régime de l'écoulement en convection mixte a été mise en évidence pour des nombres de Richardson égaux à 41.4 et 41.5. Les résultats sont présentés sous formes de champs dynamiques, thermiques. L'évolution du nombre de Nusselt, de l'énergie cinétique totale et de l'écoulement a été considérée.

5.1. Champs dynamiques

Ces champs sont représentés sous forme d'isocourants dans la figure 2 pour les deux valeurs du nombre de Richardson considérées. L'écoulement est constitué de deux cellules principales mais dissymétriques pour la valeur de 41.4 du nombre de Richardson. Une bifurcation vers un régime d'écoulement symétrique caractérisé par l'apparition brusque de quatre cellules principales est mise en évidence quand la valeur de ce même paramètre augmente juste de 0.1 ($Ri = 41.5$). Les deux cellules contrarotatives au centre de la cavité sont principalement entretenue par les forces de flottabilité par contre des deux autres cellules pincées situées près des parois verticales en mouvement sont entretenues par les forces de viscosité.

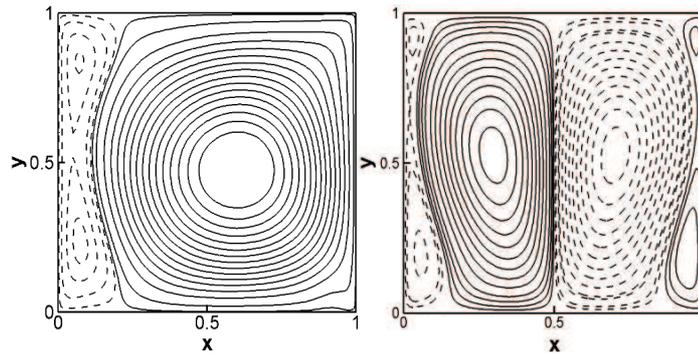


Figure 2 : Champs dynamiques pour $Ri = 41.4$ à gauche et $Ri = 41.5$ à droite.

5.2. Champs thermiques

Ces champs sont représentés dans la figure 4 sous forme d'isothermes. La chaleur récupérée à partir de la partie chauffée de la cavité est transportée par convection essentiellement par la paroi droite de la cavité pour $Ri = 41.4$ alors que pour $Ri = 41.5$ celle-ci est évacuée symétriquement vers le haut au milieu de la cavité par la paire de cellules au centre. C'est ce qui explique les températures relativement élevées dans la partie centrale de la cavité.

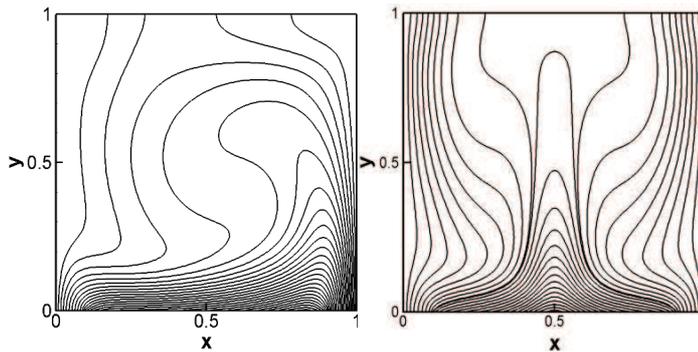


Figure 3 : Champs thermiques pour $Ri = 41.4$ à gauche et $Ri = 41.5$ à droite.

5.3. Nombre de Nusselt

L'évolution temporelle du nombre de Nusselt moyen est représentée sur la figure 4 (a) et (b). La valeur de ce nombre présente d'importantes fluctuations pendant un temps adimensionnel τ compris entre 0 et 15 (figure 4 (a)). Cette valeur diminue régulièrement, comme le montre la figure 4 (b), pour se stabiliser à une valeur fixe ($\overline{Nu} = 7.20$) pour $Ri = 41.5$, alors qu'elle présente une diminution brusque ($\overline{Nu} = 6.9645$) à $\tau = 48.7$ avant de se stabiliser ($\overline{Nu} = 7.41$) pour $Ri = 41.4$.

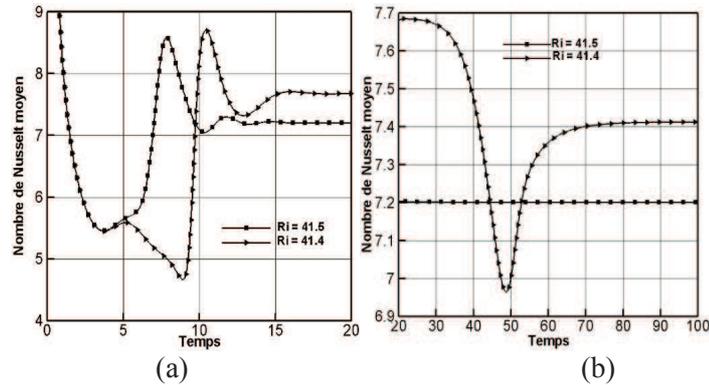


Figure 4 : Evolution du nombre de Nusselt moyen : (a) $0 \leq \tau \leq 20$ et (b) $20 \leq \tau \leq 100$.

5.4. Energie cinétique totale

La figure 5 (a) et (b) représente l'évolution de l'énergie cinétique totale dans la cavité pour les deux nombres de Richardson considérés. Nous constatons, comme pour le nombre de Nusselt moyen, qu'après l'instabilité initiale l'écoulement dont le nombre de Richardson est égale à 41.5 devient stable alors que celui dont la valeur du même nombre est 41.4 présente un changement de comportement qui se traduit par une augmentation brusque à partir d'un temps adimensionnel τ supérieur à 30 pour se stabiliser à un temps adimensionnel τ supérieur à 70.

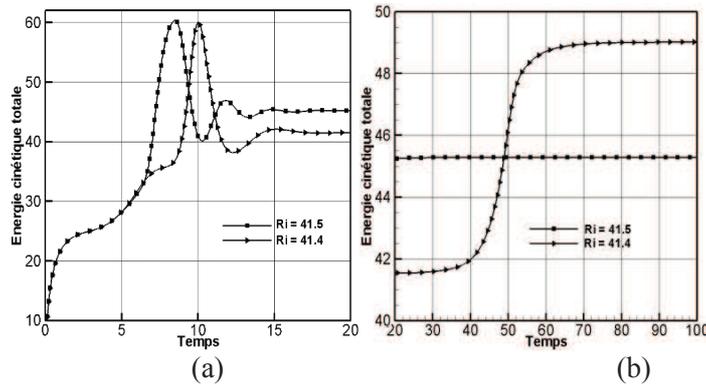


Figure 5 : Evolution de l'énergie cinétique totale : (a) $0 \leq \tau \leq 20$ et (b) $20 \leq \tau \leq 100$.

5.5. Evolution du comportement de l'écoulement

Les figures 6 et 7 montrent les instantanés des contours de la fonction de courant (haut) et de la température (bas) pour les deux valeurs du nombre de Richardson considérés dans cette étude. L'analyse de ces clichés, pour les deux valeurs du nombre de Richardson, indique qu'au tout début ($\tau \leq 2$) l'écoulement est caractérisé par deux cellules contra rotatives générées par le mouvement des parois de la cavité. Le transfert de la chaleur à partir de la partie chauffée est strictement conductif. Nous constatons, ensuite, l'apparition de deux autres cellules secondaires justes au-dessus de la partie chauffée qui se développent progressivement jusqu'à environ $\tau = 6$. C'est à partir de cet instant que les deux écoulements se distinguent. Pour Ri égale à 41.4 ces deux dernières cellules commencent à se rétracter, sous l'effet des cellules principales créées par le mouvement des parois latérales pour disparaître entièrement à $\tau = 10$ laissant place au développement de deux cellules symétriques. La chaleur est transférée d'une manière équitable par les parois latérales. Cette symétrie va disparaître progressivement aux environs de $\tau = 25$. Par contre lorsque Ri est égale à 41.5 (soit une augmentation de seulement un dixième de ce paramètre) les deux cellules engendrées par la partie chaude acquièrent une énergie suffisante

pour imposer un écoulement caractérisé par deux cellules contrarotatives et symétriques au centre de la cavité. Au fur et à mesure que le temps passe ces deux cellules tendent à confiner les deux autres cellules dues à la convection forcée vers les parois latérales de la cavité. Dans ce cas toute la chaleur de la partie chauffée est transférée symétriquement au centre de la cavité.

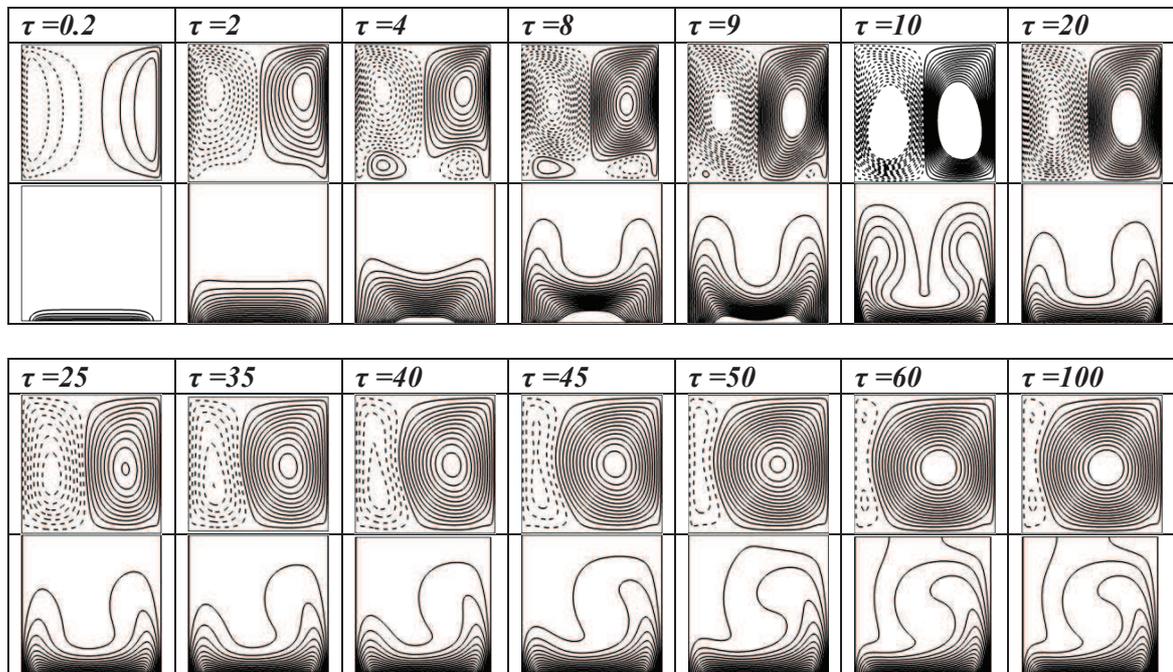


Figure 6 : Evolution de l'écoulement pour $Ri=41.4$

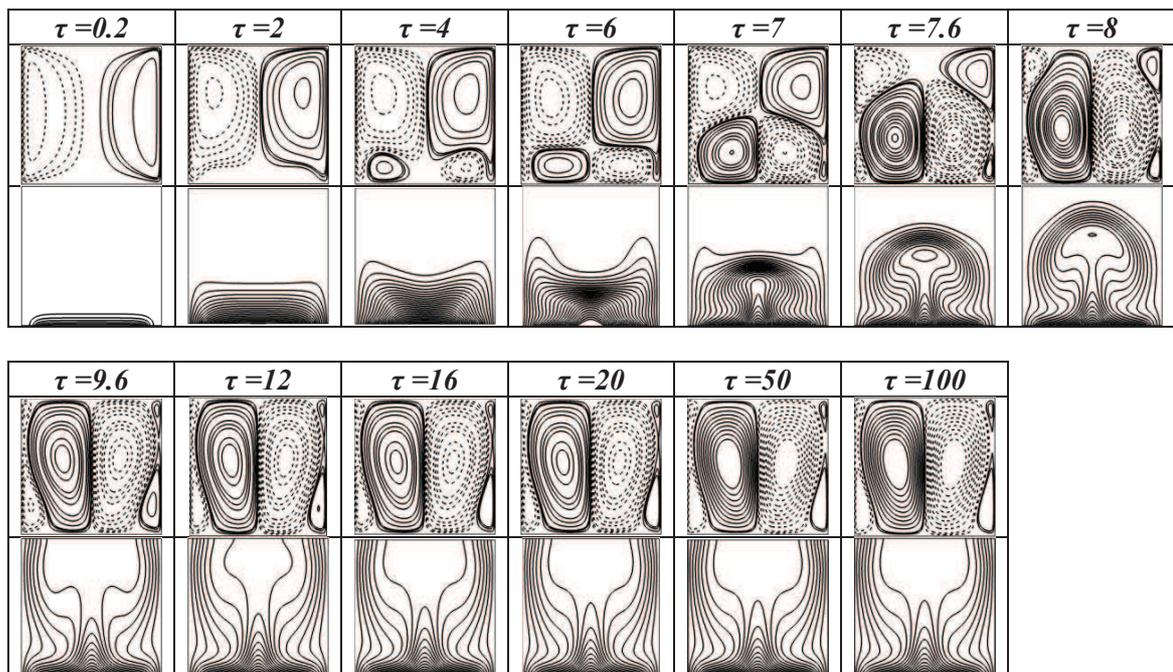


Figure 7 : Evolution de l'écoulement pour $Ri=41.5$

6. Conclusion

Dans cette étude nous avons présenté la simulation numérique de la convection mixte laminaire, dans une cavité carrée, dont une partie du fond est soumise à un flux de chaleur constant et les parois latérales de cette cavité se déplacent avec une vitesse fixée vers le haut et sont soumises à une température froide. Les autres parties de cette cavité sont considérées adiabatiques. Les résultats préliminaires mettent en évidence le passage d'une structure à deux cellules non symétriques pour une valeur du nombre de Richardson égale à 41.4 à une structure à quatre cellules strictement symétrique pour une valeur, du même nombre, égale à 41.5

Références

- [1] V. Erenburg, A. Yu. Gelfgat, E. Kit, P. Z. Bar-Yoseph and A. Solan, Multiple States, Stability and Bifurcations of Natural Convection in a Rectangular Cavity with Partially Heated Vertical Walls, *J. Fluid Mech.*, Vol. 492, (2003), 63-89.
- [2] D. Venturi, X. Wan and G. Emkarniadakis, Stochastic Bifurcation Analysis of Rayleigh-Bénard Convection, *J. Fluid Mech.*, Vol. 650, (2010), 391-413.
- [3] D. Angelia, A. Paganob, M. A. Corticellia, A. Ficherab, G. S. Barozzia, Bifurcations of Natural Convection Flows from an Enclosed Cylindrical Heat Source, *Frontiers in Heat and Mass Transfer (FHMT)*, 2, (2011), 023003.
- [4] O. Aydin, and W.J Yang, Mixed convection in cavities with a locally heated lower wall and moving sidewalls, *Numerical Heat Transfer, Part A*, 36, (2000), 695- 710.
- [5] G. Guo, and M.A.R. Sharif, Mixed convection in rectangular cavities at various aspect ratios with moving isothermal sidewalls and constant flux heat source on the bottom wall, *International Journal of Thermal*, 43, (2004), 465–475.
- [6] T.S. Cheng, Characteristics of mixed convection heat transfer in a lid-driven square cavity with various Richardson and Prandtl numbers, *International Journal of Thermal Sciences*, (2010).
- [7] T. Kawamura, H. Takamiet K. Kuwahara, New higher-order upwind scheme for incompressible Navier-Stokes equations, *Numerical Methods in Fluid Dynamics, Lecture Notes in Physics*, Vol. 218, (1985), 291–295.
- [8] B. Carnahan, H. A. Luther, and J. O. Wilkes, *Applied Numerical Methods*, Copyright by John Wiley & Sons. Inc. (1969).