

# Caractérisation thermique d'un échangeur à plaques et ailettes brasées à partir de modèles ARX

## Thermal characterisation of a brazed fin exchanger using ARX model

Benoît PFORTNER\*, Célien ZACHARIE, Vincent SCHICK, Denis MAILLET, Benjamin REMY

Laboratoire Énergétique et Mécanique Théorique Appliquée  
2 Avenue de la Forêt de Haye BP 90161 54505 Vandoeuvre-lès-Nancy cedex  
\*(auteur correspondant : benoit.pfortner@univ-lorraine.fr)

**Résumé** - Les modèles paramétriques de structure ARX expriment la relation entre une entrée  $u(t)$  et une sortie  $y_{mo}(t)$ . L'objectif de cette étude est d'identifier expérimentalement, en régime transitoire, un modèle polynomial qui décrit la physique d'un échangeur à plaques et ailettes brasées. Ceci peut permettre, dans une étape ultérieure, de détecter, grâce à une excitation thermique transitoire, un éventuel dysfonctionnement de l'échangeur (mal-distribution de fluide, encrassement...). Nous montrons ici expérimentalement que, même si le jeu de paramètres identifiés n'est pas unique, les modèles ARX d'ordre très faible suffisent à caractériser le système.

**Mots-clés** : échangeurs à plaques ; modèle paramétrique ; identification de système ; méthode inverse ;

**Abstract** - Parametric ARX structure models express the relation between an input  $u(t)$  and an output  $y_{mo}(t)$ . The purpose of the study is to identify, in a transient mode and in an experimental way, a polynomial model that describes the heat transfer in a brazed aluminum heat exchanger. This could allow, in a further stage, to detect a possible malfunction of the heat exchanger (maldistribution, fouling). We show here on an experimental basis that even if the identified set of parameters is not unique, ARX models of low order are sufficient to characterize the system.

**Keywords**: plate and fin heat exchanger; parametric model; system identification; inverse technique;

### Nomenclature

$u$	entrée du modèle ARX	$\dot{m}$	débit massique, kg/s
$y_{mo}$	sortie du modèle ARX	$\theta$	température initialisée, °C
$na$	ordre du polynôme des sorties	$\  \cdot \ $	norme euclidienne d'un vecteur
$nb$	ordre du polynôme des entrées		
$n$	nombre total de paramètres		<i>indices et exposants</i>
$a$	coefficient autoregressif	<i>hot</i>	fluide chaud
$b$	coefficient exogène	<i>cold</i>	fluide froid
$q$	opérateur retard	<i>in</i>	entrée fluide
$t$	temps, s	<i>out</i>	sortie fluide
$T$	température, °C	$\infty$	ambiant

# 1. Introduction

## 1.1. Motivation de l'étude

Les échangeurs de chaleur permettent de transférer la chaleur d'un fluide chaud vers un fluide froid. Cette technologie est utilisée dans différentes industries : chimique, agroalimentaire, nucléaire, de production énergétique. Le transfert de chaleur entre les fluides s'effectue souvent par l'intermédiaire d'une paroi solide. Un échangeur est constitué par des passes liquides qui sont séparées par des milieux solides. On décrit souvent un échangeur via son efficacité qui caractérise le flux échangé par rapport à sa valeur maximale théorique.

Plusieurs paramètres peuvent modifier les performances d'un type donné d'échangeur. En effet, l'efficacité de l'échangeur dépend de sa structure ainsi que de ses conditions de fonctionnement. C'est le cas par exemple lorsqu'un des débits massiques varie, lorsqu'un des fluides est en changement de phase, lorsque le système est mal calorifugé, ou lorsque l'appareil subit une modification structurelle.

La thermique d'un échangeur à plaque et ailettes brasées est analytiquement complexe à modéliser (couplage conducto-convectif, compétition entre la conduction longitudinale et transversale...). Cependant si le modèle de l'échangeur en fonctionnement est linéaire à coefficients indépendants du temps et s'il est soumis à une variation de température d'entrée d'un des fluides, nous avons montré [1][2][4] qu'il est alors régi par un modèle convolutif dont la réponse impulsionnelle peut être identifiée expérimentalement [3]. L'objectif de cette étude est de caractériser le comportement thermique d'un échangeur par un autre type de modèle, ici un modèle ARX (Auto Regressive model with eXternal inputs), c'est-à-dire un modèle paramétrique.

L'identification des paramètres autorégressifs et exogènes, permet par la suite de suivre l'évolution du comportement de l'échangeur en cours d'utilisation.

## 1.2. Présentation du modèle ARX

Un modèle ARX permet de lier une ou plusieurs variables d'état du système, aux excitations extérieures (entrées). La sortie  $y_{mo}$  est liée à l'entrée  $u$ . Dans le cas d'un modèle de type fonction de transfert (c'est-à-dire, où la sortie est un produit de convolution entre une réponse impulsionnelle et l'entrée [5]), la réponse du système est obtenue uniquement à partir de l'historique des entrées. Dans le cas d'un modèle ARX, qui est autorégressif, on complète l'historique des entrées aux  $na$  pas de temps précédents par celui des sorties aux instants présent et passés.

Un modèle ARX permet de passer d'une modélisation physique complexe à un modèle uniquement mathématique qui ne comporte que  $na + nb$  paramètres.

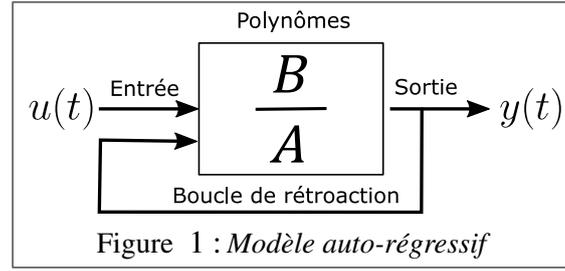
Dans le cadre de cette étude, on utilise uniquement un modèle à une entrée et une sortie. Le modèle sans retard, c'est à dire pour  $n_k = 0$ , s'écrit alors sous la forme :

$$y_{mo}(t) = \underbrace{- \sum_{i=1}^{na} a_i y_{mo}(t-i)}_{\text{Partie auto-regréssive}} + \underbrace{\sum_{i=1}^{nb} b_i u(t-i-n_k)}_{\text{Partie exogène}} \quad (1)$$

$na$  est le nombre de coefficients  $a$  autorégressifs.

$nb$  est le nombre de coefficients  $b$  exogènes.

On peut aussi représenter ce modèle sous forme de schéma bloc (Figure 1).



Les polynômes sont définis de la façon suivante, à partir de  $q$ , l'opérateur retard [6]

$$A(q) = 1 + a_1q^{-1} + \dots + a_{na}q^{-na} \quad (2)$$

$$B(q) = b_1 + b_2q^{-1} + \dots + b_{nb}q^{-nb+1} \quad (3)$$

Dans le cas de notre étude, l'entrée  $u(t)$  est la température d'entrée d'un de deux fluides et la réponse du modèle  $y_{mo}$  est l'une des températures de sortie. Pour identifier le modèle ARX, c'est-à-dire pour estimer ses paramètres, on mesure l'entrée et la réponse du système dans une expérience de calibration. Ces paramètres sont ici estimés linéairement en utilisant la bibliothèque « system identification toolbox » de MATLAB <sup>®</sup> et en remplaçant  $y_{mo}(t)$  et  $u(t)$  par leurs cumuls  $Y_{mo}(t)$  et  $U(t)$ , entre 0 et  $t$  (Équation 4, équation 5).

$$Y_{mo}(t_i) = \sum_{k=0}^i y_{mo}(t_k) \quad (4)$$

$$U(t_i) = \sum_{k=0}^i u(t_k) \quad (5)$$

Il est possible de décrire parfaitement la réponse du système lorsque le nombre de paramètres  $n = na + nb$  tend vers le nombre de données mesurées. Cependant plus le nombre de paramètres est important, plus le système d'équations à inverser devient instable [7]. Il est important de définir un critère qui optimise la qualité des résidus, en fonction du nombre de paramètres recherchés, de sorte à limiter les effets de sur-ajustement.

On utilise dans le cadre de cette étude, un critère sur les résidus, (*fit*), comme indicateur de validation des paramètres d'estimation. La détermination des coefficients optimaux  $na, nb$  est réalisée sur deux expériences différentes : l'une permet d'estimer les coefficients (utilisation inverse du modèle ARX, étape dite de calibration) et l'autre expérience permet de valider le modèle (utilisation en direct du modèle ARX, étape dite de validation).

On utilise le « fit paramétrique », exprimé en pourcentage, comme indicateur de la bonne détermination des coefficients  $a$  et  $b$ . Il est défini par les équations 6 et 7

$$fit_{cold} = \left( 1 - \frac{\|y_{out}^{cold} - y_{mo}^{cold}\|^2}{\|y_{out}^{cold} - \bar{y}_{out}^{cold}\|^2} \right) \cdot 100; \quad (6)$$

$$fit_{hot} = \left( 1 - \frac{\|y_{out}^{hot} - y_{mo}^{hot}\|^2}{\|y_{out}^{hot} - \bar{y}_{out}^{hot}\|^2} \right) \cdot 100; \quad (7)$$

Où  $\bar{y}_{out}^{hot}$  et  $\bar{y}_{out}^{cold}$  sont les moyennes arithmétiques des températures dont on dispose, en sortie de chaque fluide.

On va ainsi calculer quatre valeurs de fit : un fit chaud et un fit froid pour la calibration et un fit chaud et un fit froid pour la validation.

Dans le cadre de cette étude, la structure du modèle ARX considéré est définie par le nombre des paramètres qu'il utilise.. Par exemple, un ARX (2, 2, 0) correspond au modèle ARX donné par l'équation 8. Le premier chiffre correspond au nombre de paramètres  $na$ , le second au nombre de paramètres  $nb$  et le dernier chiffre correspond au retard éventuel entre l'entrée et la sortie  $nk$ .

$$y_{mo}(ti) = -a_1 y_{mo}(ti - \Delta t) - a_2 y_{mo}(ti - 2\Delta t) + b_1 u(ti - \Delta t) + b_2 u(ti - 2\Delta t) \quad (8)$$

## 2. Présentation du dispositif expérimental

L'échangeur de chaleur que l'on souhaite caractériser est un échangeur à plaques en aluminium, dans sa forme la plus élémentaire. Sa structure est composée successivement d'une plaque d'étanchéité, d'un passage non homogène constitué d'ailettes dans lequel circule un fluide, d'une surface d'échange, puis on retrouve à nouveau un passage constitué d'ailettes dans lequel circule un autre fluide et enfin une plaque d'étanchéité (voir figure 2).

L'échangeur mesure 630 mm de long et 125 mm de large. On retrouve dans chaque passage 63 ailettes disposées longitudinalement (voir figure 3). Le fluide utilisé dans chaque passe est de l'eau que l'on fait circuler en contre-courant. La structure de l'échangeur, ainsi que sa composition (aluminium), rendent l'échangeur efficace (efficacités supérieures à 60% pour des débits 5 fois plus faibles que ceux des présentes expériences) [3]. On mesure les températures via des thermocouples de type K, en entrée *in* et en sortie *out* de chaque passe (voir figure 4). Les thermocouples sont placés juste avant les distributeurs, au plus près possible des entrées et sorties de l'échangeur, afin de caractériser uniquement le système. On dispose en outre de deux débitmètres électromagnétiques IFM® SM7000 qui sont positionnés aux entrées des passes.

Chaque entrée et chaque sortie sont reliées à des bains thermostatés. La distribution des fluides est uniforme dans les entrées et sorties (chaque conduit de diamètre 15 mm est divisé en quatre conduits de diamètre 6 mm par une nourrice alimentant ou évacuant le débit), afin de minimiser une éventuelle mal-distribution des fluides dans l'échangeur.

## 3. Méthode de mesure

Dans la pratique, les équipements disponibles permettent d'asservir les températures d'entrée et de contrôler les débits volumiques traversant la maquette. Pour le côté chaud, on dispose d'un bain RC 20 CP de la marque Lauda®, d'une puissance de chauffe de 2 kW. A ceci s'ajoute dans le bain, une résistance externe chauffante d'une puissance de 2 kW aussi.

Pour le côté froid, on utilise un bain JULABO® FL7006 d'une puissance de refroidissement de 7 kW.

La première étape est de fixer les consignes de température dans les bains :  $T_{in}^{hot} = T_{in}^{cold} = 20^\circ C$ . Une fois que les températures sont fixées, on règle manuellement les débits via l'utilisation d'une vanne :  $\dot{m}_{cold} = \dot{m}_{hot} = 5,23 L/min$ .

La seconde étape est d'attendre que l'échangeur atteigne un régime permanent. Dans un modèle ARX à une entrée, il est important de n'avoir qu'une seule source de chaleur, qui soit

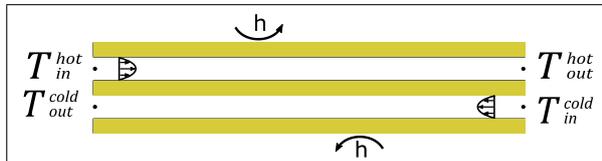


Figure 2 : Coupe longitudinale de l'échangeur



Figure 3 : Coupe transversale de l'échangeur

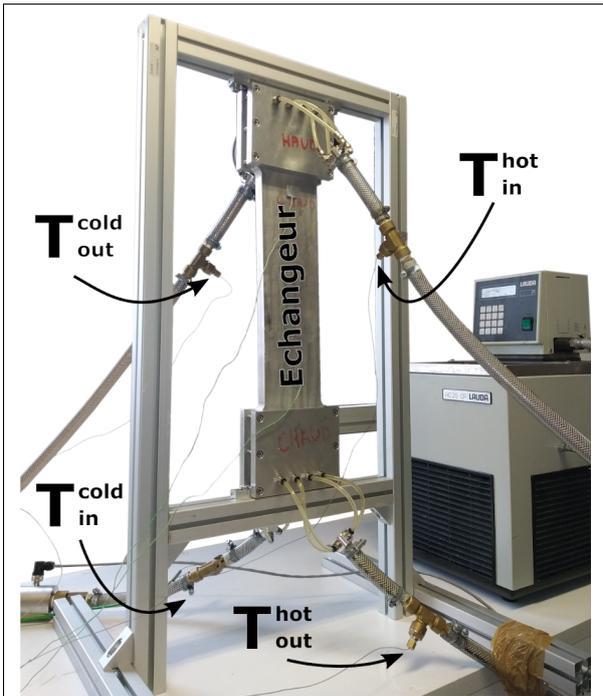


Figure 4 : Montage expérimental en mode contre-courant

de plus nulle aux instants précédant son activation. Pour assurer cette condition on s'assure que les températures aux quatre entrées/sorties n'évoluent pas dans le temps avant la perturbation de température d'entrée du fluide chaud et on remplace chacune de celles-ci, appelée ici  $T(t)$  par sa variation  $\theta(t) = T(t) - T(t = 0)$  par rapport à sa valeur initiale.

Pour la troisième étape, à  $t(0)$  on augmente de  $10\text{ }^{\circ}\text{C}$  la consigne du bain thermostaté qui régule la température du fluide chaud. La variation de la température  $T_{in}^{hot(t)}$  doit être de nature différente suivant les manipulations, afin de s'assurer que l'on caractérise bien l'échangeur. Dans le cas de la calibration, une résistance chauffante de  $2000\text{ W}$  a été ajoutée dans le bain thermostaté du fluide chaud. La température de consigne du bain thermostaté du fluide froid reste identique, afin de n'avoir qu'une seule excitation du système. L'évolution des quatre thermogrammes est enregistrée via un boîtier d'acquisition avec un pas de temps  $\Delta t = 1\text{ s}$ . On s'assure aussi que les débits restent constants en enregistrant leurs valeurs aux mêmes intervalles de temps que précédemment.

On retrouve, dans le tableau 1, les consignes, en températures et débits, de l'expérience de calibration dans les colonnes de gauche et les consignes en débits et températures dans les colonnes de droite pour l'expérience de validation.

Remarquons que pour chacune des 2 expériences, les températures d'entrée de chaque fluide sont différentes de  $2\text{ }^{\circ}\text{C}$ , même si elles sont stables avant excitation, le champ de température n'est pas uniforme.

## 4. Résultats

Deux expériences ont été effectuées. La première permet de calibrer l'ensemble des coefficients  $a$  et  $b$  des polynômes caractéristiques de l'échangeur. La seconde valide l'utilisation de ces coefficients en s'assurant que le modèle  $y_{mo}^{hot/cold}$  est indépendant de la nature de la pseudo

	Calibration		Validation	
	Hot Inlet	Cold Inlet	Hot Inlet	Cold Inlet
<b>Débit (<math>L/min</math>)</b>	5,23	5,23	5,23	5,23
<b>Températures initiales (<math>^{\circ}C</math>)</b>	21,3	19,0	21,4	19,0

Tableau 1 : Débits et températures initiales

source  $u(t) = \theta_{in}^{hot}$  : un jeu de coefficients peut permettre de trouver la bonne sortie sur une expérience et dans le même temps, être incapable de reproduire la réponse pour une autre excitation. L'écart type du bruit de mesure sur chacune des 4 variations de températures d'entrée ou sortie, estimé sur un peu moins d'une centaine de points avant l'excitation, s'échelonnent entre 0,04 K et 0,10 K pour les deux expériences.

Au cours des deux expériences, la température d'entrée du fluide froid n'est pas tout à fait constante. On a constaté une légère oscillation parasite : lorsque l'excitation du fluide chaud débute, la régulation de la température du fluide froid ne s'enclenche pas immédiatement et  $\theta_{in}^{cold}$  varie légèrement. Donc on se trouve en présence d'une seconde source, qu'on va cependant considérer comme négligeable ici.

La figure 5 représente la simulation de l'ARX calibrée. Sur le graphique, on retrouve la pseudo source d'excitation (en représentation continue), les réponses mesurées du système (en représentation continue aussi) et les réponses simulées via les modèles ARX (représentation discrète). La figure 6 représente la simulation des sorties de l'ARX sur une autre expérience (Validation).

La figure 7 et la figure 8 présentent les mêmes simulations que la figure 5 et la figure 6, avec un nombre bien plus important de paramètres ( $n = na + nb$ ).

En toute rigueur, les mesures réelles des températures utilisées dans les modèles ARX sont discrètes en temps. Pour une plus grande lisibilité, nous avons choisi de les représenter en continu.

Les résultats des estimations sont référencés dans le tableau 2 pour l'ARX côté chaud et dans le tableau 3 pour l'ARX côté froid

	ARX chaud	
	Calibration	Validation
ARX (na, nb, 0)		
ARX (1, 2, 0)	98,67 %	98,68 %
ARX (16, 1, 0)	98,34 %	98,65 %

Tableau 2 : Tableau du fit paramétrique entre  $y_{mo}^{hot}$  et  $T_{out}^{hot}$

	ARX froid	
	Calibration	Validation
ARX (na, nb, 0)		
ARX (1, 9, 0)	94,58 %	94,75 %
ARX (25, 5, 0)	95,19 %	96,26 %

Tableau 3 : Tableau du fit paramétrique entre  $y_{mo}^{cold}$  et  $T_{out}^{cold}$

Un modèle ARX permet d'identifier le comportement thermique instationnaire d'un échangeur, dans une configuration donnée (position des capteurs, débit, état initial...). Le modèle ne doit pas identifier le bruit de mesure, il doit être uniquement sensible au signal : il est nécessaire de ne pas surajuster le nombre de paramètres. Les modèles avec peu de paramètres (3 dans le cas

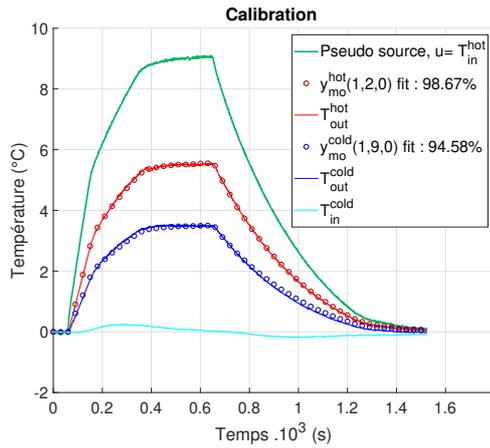


Figure 5 : Thermogrammes de calibration,  $n=3$  paramètres côté chaud,  $n=10$  paramètres côté froid

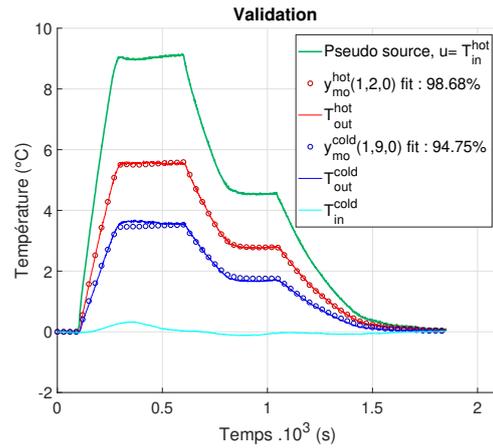


Figure 6 : Thermogrammes de validation,  $n=3$  paramètres côté chaud,  $n=10$  paramètres côté froid

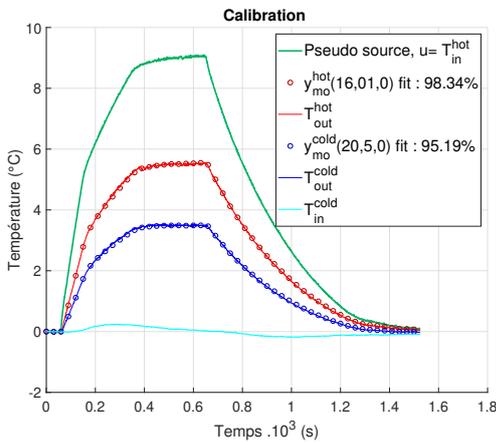


Figure 7 : Thermogrammes de calibration,  $n=17$  paramètres côté chaud,  $n=25$  paramètres côté froid

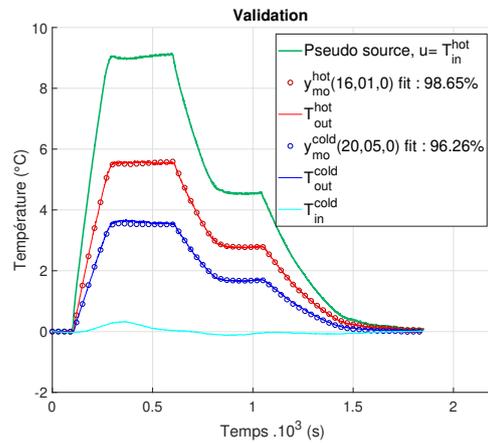


Figure 8 : Thermogrammes de validation,  $n=17$  paramètres côté chaud,  $n=25$  paramètres côté froid

de l'ARX chaud, 10 dans le cadre du fluide froid), c'est à dire des modèles qu'on qualifie de "parcimonieux", sont suffisants, et apportent de la robustesse.

Le choix de prendre un modèle à une entrée et une sortie est pertinent pour l'ARX chaud, car visuellement,  $y_{mo}^{hot}$  reproduit très bien le signal de  $\theta_{out}^{hot}$ . On peut améliorer la qualité du  $fit_{hot}$  et se rapprocher de 100% en diminuant le bruit de mesure.

Pour l'ARX froid, la seconde pseudo source (la faible variation de  $\theta_{in}^{cold}$ , de l'ordre de  $0,4^{\circ}C$ ), a une influence non négligeable : elle perturbe la réponse de l'ARX ( $fit_{cold}$ ). Pour améliorer la qualité de la réponse, on pourrait choisir un modèle à deux entrées et inclure ainsi la seconde pseudo source  $\theta_{in}^{cold}$ . Une éventuelle variation de température ambiante  $T_{\infty}$  pourrait également contribuer à la présence de ce biais.

## 5. Conclusion

Dans cette étude, nous avons utilisé des modèles paramétriques de structure ARX pour caractériser un système, en l'occurrence un échangeur de chaleur à plaques et ailettes brasées en contre courant. Ces modèles ont été ici validés du fait de la qualité de cette caractérisation quantifiée par un indicateur, le fit paramétrique. Cette caractérisation peut être affinée en travaillant sur un modèle à deux entrées pour l'ARX froid, afin de rapprocher la sortie du modèle de la réponse réelle. L'ensemble du système (écoulement fluide et matière solide) se comporte bien comme un système linéaire à coefficients invariants en temps (LIT) et ce, même si le champ de température dans le système n'est pas initialement uniforme. Ceci sera prochainement utilisé pour appliquer une caractérisation utilisant des modèles convolutifs et non plus paramétriques sur les mêmes mesures.

Dans une configuration donnée, la maquette a été caractérisée thermiquement par des modèles de structure ARX. Un autre objectif sera de modifier la structure de l'échangeur afin d'observer une potentielle divergence des réponses de l'ARX, traduisant un non-respect des hypothèses LIT (variation de débit, encrassement...).

## Références

- [1] W. Al Hadad, D. Maillet, Y. Jannot, (2018) Experimental transfer functions identification : Thermal impedance and transmittance in a channel heated by an upstream unsteady volumetric heat source, *Int. J. Heat Mass Transf.* 116 (January) 931–939.
- [2] W. Al Hadad, D. Maillet, Y. Jannot, V. Schick, Inverse conduction and advection in a flat channel with transient external thermal excitation and observation, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 127 (2018) 362-372
- [3] W. Al Hadad, V. Schick, B. Pfortner, D. Maillet. Identification expérimentale des réponses impulsionnelles en sortie d'un échangeur à une variation de température d'entrée d'un des fluides. Actes, Congrès de la société française de thermique 2019, 545-552, Nantes, 2019
- [4] Al Hadad, W., Schick, V., Maillet, D. (2019). Fouling detection in a shell and tube heat exchanger using variation of its thermal impulse responses, *Applied Thermal Engineering*, 155 : 612-619
- [5] Ozisik, M. N., *Heat Conduction*, 2nd ed., John Wiley and Sons, New York 1993, ISBN : 0-471-53256-8
- [6] L. Ljung, *System Identification second edition* : Prentice-Hall, Upper Saddle River, NU, 1999.
- [7] D. Maillet, Y. Jarny, and D. Petit. (2014a). Problèmes inverses en diffusion thermique : Formulation et résolution du problème des moindres carrés. *Techniques de l'ingénieur – Transferts thermiques*

## Remerciements

Les auteurs remercient la région Grand Est, ainsi que le Fonds européen de développement régional pour leurs contributions financières au projet.

