

neur/récupérateur de rayonnement dans des systèmes de valorisation des chaleurs fatales entre 600 et 1200 °C. La mise en œuvre de ces mousses dans de tels dispositifs nécessite de s'intéresser à l'étude du transfert couplé conduction/convection forcée. L'intégration de modèles radiatifs et la caractérisation de ces milieux à haute température a fait l'objet d'une étude antérieure [1].

La littérature associée à la modélisation et/ou la caractérisation des propriétés liées au transport en milieu poreux est riche [2, 3]. Cependant, elle est aussi très variée quant au choix des modèles développés, des expériences réalisées, des propriétés structurales du milieu hétérogène, de la phase fluide utilisée ou encore des gammes de vitesse/températures étudiées. Généralement, ce type d'étude est mené de façon empirique et sa finalité est de proposer une corrélation entre la propriété conducto-advective estimée et les données du problème traité. Ces études montrent le lien très fort entre la géométrie du problème, les propriétés structurales du milieu poreux et les propriétés caractérisées.

La grande majorité des études actuelles s'applique à l'étude de milieux granulaires comme les lits de billes mono-disperses et s'intéresse à un transport air ou liquide. Cette configuration a fait l'objet de travaux approfondis au LEMTA [4, 5, 6]. Cela a permis le développement et la validation des connaissances liées à la modélisation, la mise en place de l'expérience ainsi que la métrologie thermique adaptée.

Cependant, en raison de la différence structurale et organisationnelle de la matrice solide, les propriétés thermiques équivalentes décrivant un lit de billes ou décrivant une mousse céramique réticulée sont très différentes. Cela est, par ailleurs, mis en évidence dans les travaux de Hunter et al. [7]. Dans une démarche de développement d'outils de modélisation et d'identification des paramètres permettant la description de transferts multi-physiques associés aux mousses céramiques, nous avons mis en place une procédure de caractérisation complète et adaptée aux milieux d'intérêt.

Tout procédé de caractérisation reposant sur le triptyque : expérience, modèle et inversion, cet article est organisé suivant cette logique. Premièrement, nous présenterons l'expérience développée, les différents éléments la constituant et la métrologie utilisée. Ensuite, nous expliciterons la modélisation adoptée ainsi que la résolution du problème. Enfin, les résultats d'inversion obtenus sont présentés.

2. Expérience

Comme représenté sur la Figure 1, le banc expérimental est constitué de 5 sections de mousses céramiques SiC (porosité 85 % taille de pore nominale 3.2 mm) de longueur 200 mm et de diamètre 50 mm. Afin d'assurer l'imperméabilité de l'ensemble, la mousse est insérée dans une gaine thermorétractable et maintenue solidaire d'un cylindre en plexiglas. La différence entre les rayons externe et interne est de 4.2 mm. Chaque bloc mousse+plexiglas est emboîté de chaque côté par une bride en plexiglas (en rouge). L'utilisation de joints silicone permet à la fois d'assurer le maintien, la stabilité et l'imperméabilité du système entre chaque section. Il est à noter que, contrairement à la représentation schématique, l'ensemble est positionné verticalement par une fixation au mur. L'écoulement d'air est réalisé du bas (entrée) vers le haut (sortie) pour éviter des effets gravitationnels.

L'écoulement est généré grâce au réseau d'air comprimé. Un détendeur permet de choisir la pression d'entrée et, de ce fait, d'imposer le débit désiré. Avant d'atteindre la bride d'entrée, l'air entrant est chauffé grâce à une résistance (effet Joule). Les différences de température étant faibles (quelques degrés Celsius), le système étant étanche, nous pouvons supposer le débit volumique constant. À la sortie du système, ce dernier est mesuré par un débitmètre (Honeywell ®) adapté à la mesure (entre 0 et 200 L/min) et la pression est celle de l'atmosphère.

Un système de mesure de la température a été spécifiquement mis en place dans le cadre de cette

étude. Chaque bride assure le support de 5 thermocouples de type E (bonne sensibilité à l'ambiante). La soudure chaude (diamètre $250 \mu\text{m}$) 1, grâce à un système de fixation, est tendue et maintenue dans la phase fluide. Un thermocouple est placé au centre tandis que les 4 autres thermocouples sont situés à distance fixe de 20 mm du thermocouple central. L'idée est de pouvoir enregistrer simultanément l'information en température tout au long de l'axe d'écoulement et de pouvoir aussi étudier d'éventuels effets radiaux. Il est à noter que ce type de prise de mesure intrusive implique l'existence d'un léger espace entre deux tronçons de mousses. Cet espace vide (sans milieu poreux) doit nécessairement être le plus faible possible pour s'affranchir de la considération d'une discontinuité du milieu poreux lors de la modélisation. Le système de mesure/maintien développé permet un espace de 8 mm, longueur faible devant les dimensions du milieu poreux. De plus, afin de s'affranchir de problèmes liés à la métrologie thermique, les thermocouples ont été étalonnés et comparés entre eux. L'étude des incertitudes de mesure a fait l'objet d'une attention particulière.

Le protocole expérimental est simple. L'utilisateur enclenche l'enregistrement des données et

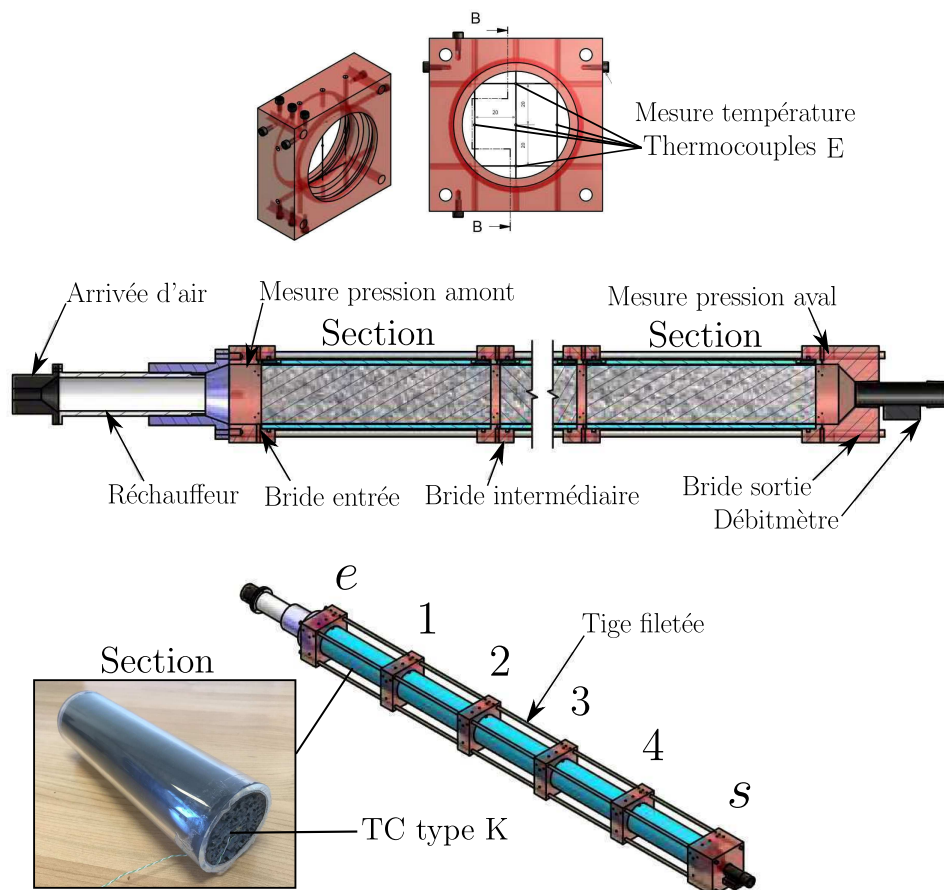


Figure 1 : Schéma 3D du dispositif : principe

s'assure de la stabilité thermique du système à l'équilibre avec la température ambiante. Ensuite, il enclenche simultanément l'écoulement (au débit désiré) et le chauffage. Il est possible de suivre l'évolution temporelle de l'ensemble des températures au cours de l'expérience. Lorsque le régime permanent est atteint, l'enregistrement et le chauffage sont arrêtés. L'écoulement d'air, à une température proche de la température ambiante permet de retrouver rapidement un équilibre pour une prochaine expérience.

3. Modèle à une température

D'après l'expérience développée, le modèle doit tenir compte de la thermique associée au milieu poreux homogénéisé comme décrit précédemment mais aussi des autres éléments nécessaires à la réalisation expérimentale. Il s'agit, par exemple, de considérer l'interface milieu poreux/support (plexiglas), la conduction au travers du support et les phénomènes convectifs latéraux. Comme représentée sur la Figure 2, la géométrie est 2D axisymétrique et est composée de deux couches dans la direction radiale.

Nous supposons que l'ensemble du système est à l'équilibre avec la température ambiante T_∞ à l'instant initial. Pour des raisons de métrologie et de simplification du problème thermique, nous travaillons en différence de température par rapport à cet état initial référence. Cette grandeur sera simplement notée T dans la suite. Considérant la géométrie du système, le problème complet à résoudre pour $-\infty < x < +\infty$ et suivant la coordonnée radiale r s'écrit :

$$(\rho c_p)_{\text{eq}} \frac{\partial T_m}{\partial t} + (\rho c_p)_{\text{fvD}} \frac{\partial T_m}{\partial x} = \frac{\Lambda_r}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial T_m}{\partial r} \right) + \Lambda_x \frac{\partial^2 T_m}{\partial x^2} + s(t) \delta(x) \quad 0 < r < R \quad (1)$$

$$-\Lambda_r \frac{\partial T_m}{\partial r} = -\lambda_p \frac{\partial T_p}{\partial r} \quad r = R \quad (2)$$

$$T_m - T_p = -\frac{\Lambda_r}{h_i} \frac{\partial T_m}{\partial r} \quad r = R \quad (3)$$

$$(\rho c_p)_p \frac{\partial T_p}{\partial t} = \lambda_p \left[\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial T_p}{\partial r} \right) + \frac{\partial^2 T_p}{\partial x^2} \right] \quad R < r < R + e \quad (4)$$

$$-\lambda_p \frac{\partial T_p}{\partial r} = h_e T_p \quad r = R + e \quad (5)$$

$$T_m(t = 0, r, x) = T_p(t = 0, r, x) = 0 \quad (6)$$

avec T_m , T_p , Λ_r , Λ_x , λ_p , $(\rho c_p)_p$, $(\rho c_p)_{\text{eq}}$, $(\rho c_p)_f$, $1/h_i$ et h_e respectivement la température du milieu poreux, la température du plexiglas, le coefficient de dispersion radial, le coefficient de dispersion axial, la conductivité thermique du plexiglas, la capacité thermique du plexiglas, la capacité thermique équivalente du milieu homogène, la capacité thermique du fluide, la résistance de contact thermique mousse/plexiglas et le coefficient de convection externe latérale. Le modèle à une température utilisé pour décrire le transfert de chaleur au sein du poreux est une simple équation de diffusion avec un terme d'advection (cf. eq 1). Elle est obtenue après application d'une méthode de prise de moyenne volumique appliquée sur un volume de contrôle de petite taille devant les dimensions du problème et grâce à la définition d'une température moyenne enthalpique [8] sur ce même volume.

L'équation de la chaleur est utilisée pour décrire l'évolution spatio-temporelle de la température dans le plexiglas (cf. eq 4). À l'interface mousse/plexiglas, une relation intégrant une résistance de contact thermique est préférée à une relation de type continuité de la température. Enfin, à l'interface radiale extérieure ($r = R + e$), nous écrivons un échange de type convection naturelle. Le problème considère le système infini selon la coordonnée axiale. La prise en compte de l'air chaud incident est intégré dans la modélisation au travers du terme source décomposé comme $s(t)\delta(x)$. Nous supposons donc une excitation thermique ponctuelle en x (dirac), uniforme dans une section (selon r) mais qui reste libre quant à son évolution temporelle.

Le problème est maintenant aisé à résoudre avec n'importe quel solveur commercial. Cependant, le modèle direct étant exécuté à plusieurs reprises lors de la procédure d'inversion, la solution doit être obtenue le plus rapidement possible. À l'inverse, le calcul du champ de température complet n'étant pas nécessaire, le formalisme quadripolaire [9] semble bien adapté au problème à résoudre puisqu'il a l'avantage d'accéder à la solution semi-analytique de la

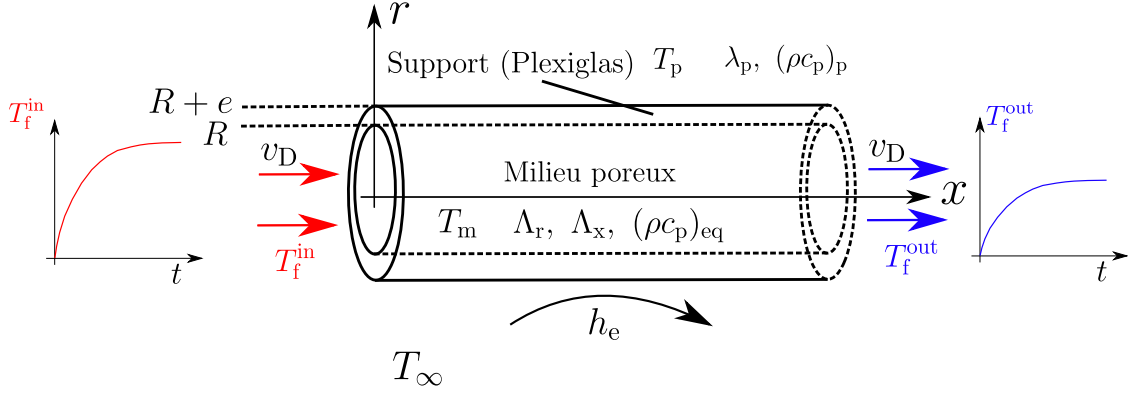


Figure 2 : Schéma de la géométrie complète du problème thermique considéré avec les différentes dimensions et paramètres de chacun des milieux

température à la position souhaitée. Afin de se ramener à un problème ne comportant qu'un seul degré de liberté, nous appliquons respectivement une transformée de Laplace pour la variable temporelle et une transformée de Fourier pour la variable spatiale axiale au jeu d'équations présenté précédemment. Ainsi l'éq 1 associée au milieu poreux devient :

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial \tilde{\theta}_m}{\partial r} \right) = k_m^2 \tilde{\theta}_m - \frac{\bar{s}}{\Lambda_r} \quad \text{pour } 0 < r < R \quad (7)$$

avec :

$$k_m^2 = p \frac{(\rho c)_t}{\Lambda_r} + \alpha^2 \frac{\Lambda_x}{\Lambda_r} + i \alpha \frac{(\rho c)_f}{\Lambda_r} v_D = \frac{p}{D_r} + \alpha^2 \frac{D_x}{D_r} + i \alpha \frac{v_T}{D_r} \quad (8)$$

avec $D_r = \Lambda_r / (\rho c)_t$, $D_x = \Lambda_x / (\rho c)_t$ et $v_T = (\rho c)_f v_D / (\rho c)_t$. La solution de l'équation homogène précédente plus l'ajout d'une solution particulière conduit à :

$$\tilde{\theta}_m = E I_0(k_m r) + F K_0(k_m r) + \frac{\bar{s}}{k_m^2 \Lambda_r} \quad (9)$$

avec I_0 et K_0 les fonctions de Bessel. E et F sont des constantes d'intégration déterminées grâce aux conditions aux limites en $r = 0$ et $r = R + e$. Après quelques étapes de calcul, nous obtenons l'expression de la température du milieu poreux dans l'espace de Laplace-Fourier le long de la coordonnée r :

$$\tilde{\theta}_m(p, \alpha, r) = \frac{\bar{s}}{k_m^2 \Lambda_r} \left[1 - \frac{I_0(k_m r)}{I_0(k_m R) + 2\pi k_m R \Lambda_r I_1(k_m R) \frac{B'}{D'}} \right] \quad (10)$$

avec B' et D' des constantes obtenues en utilisant les équations 2, 3, 4 et 5 dans l'espace de Laplace-Fourier. Ces dernières s'obtiennent aisément en utilisant le formalisme quadripolaire. Expérimentalement, l'information associée à l'évolution temporelle de la température fluide entrante est accessible par le biais des nombreux thermocouples installés. La prise en compte de l'évolution temporelle de la source s peut alors être injectée à travers une température mesurée. Il suffit de définir deux positions qui seront respectivement la mesure d'entrée $T_m^{e,i}$ donnant l'évolution de la source et la mesure de sortie $T_m^{s,j}$ utilisée pour l'inversion. Après un premier retour depuis l'espace de Fourier, la donnée de sortie est obtenue comme :

$$T_m^{s,j}(t) = T_m^{e,i}(t) * \mathcal{L}^{-1}[(H_{ij}(p))](t) \quad (11)$$

avec $H_{ij}(p)$ la fonction de transfert entre l'entrée i et la sortie j , c'est-à-dire la transformée de Laplace de la réponse impulsionnelle $H_{ij}(t)$. La température du milieu poreux peut donc être obtenue en chaque point et pour tout instant à partir de la connaissance d'une autre température du système grâce à l'utilisation du produit de convolution.

4. Résultats d'inversion

Par souci de concision, nous nous concentrerons uniquement sur les 6 thermocouples axiaux appelés respectivement e , 1, 2, 3, 4 et s . Les inversions seront réalisées à partir de deux mesures de températures prises à chaque extrémité de chacune des 5 sections de 20 cm. Des inversions basées sur des prises de mesure plus espacées ont été réalisées mais ne sont pas présentées ici. Dans la suite, nous utiliserons par exemple la notation $[1; 2]$ pour reconnaître le résultat d'inversion en utilisant comme donnée d'entrée le thermocouple de la bride 1 pour inverser la température mesurée par la bride 2.

L'algorithme utilisé est celui de Levenberg-Marquardt qui convient parfaitement pour inverser ce type de problème thermique, non-linéaire au sens des paramètres. Ce dernier cherchera le meilleur jeu de paramètres libres, présents dans l'écriture de la réponse impulsionnelle $H(t)$, pour approcher la courbe expérimentale correspondante. Parmi les nombreux paramètres du problème, la plupart sont connus suffisamment précisément pour être fixés. Nous pouvons réduire le nombre de paramètres libres pour l'inversion à seulement trois paramètres tels que :

$$\alpha = [\Lambda_x \quad \Lambda_r \quad h_e] \quad (12)$$

Le vecteur *paramètres libres* contient donc uniquement les coefficients de dispersion axial et radial et le coefficient d'échange par convection naturelle sur la paroi latérale extérieure. Dans la suite, les valeurs estimées de ce dernier ne sont pas données. Cependant, elles sont en accord avec des données issues de la littérature. Une étude de sensibilité, non présentée ici par souci de concision, a été réalisée et démontre la faisabilité de la procédure (décorrélation entre les paramètres estimés et paramètres sensibles) dans le cas d'une inversion à partir de ces trois paramètres libres.

Nous représentons sur la Figure 3 les résultats de l'inversion obtenus sur chacune des différentes

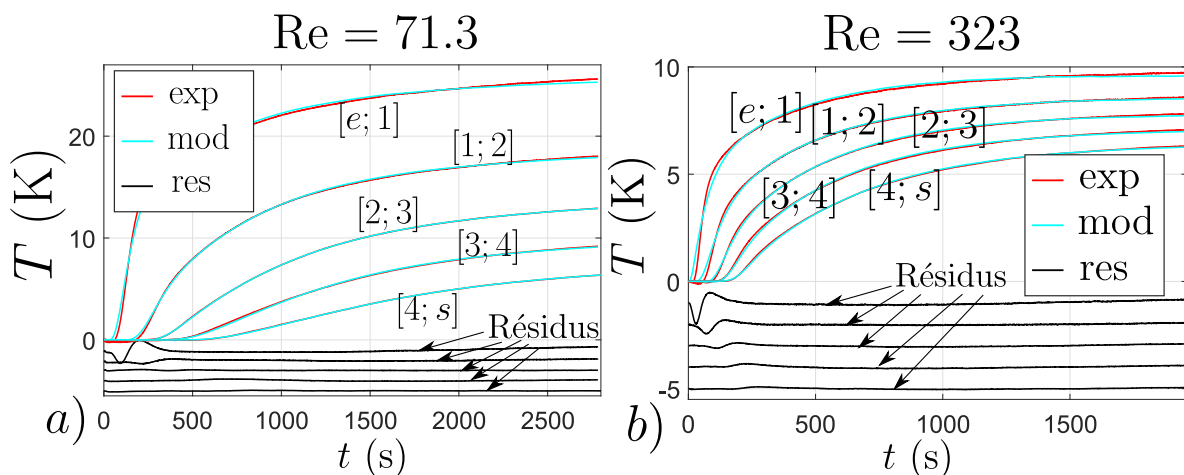


Figure 3 : Comparaison courbe expérimentale et meilleur fit obtenu grâce au procédé d'inversion par convolution entre les températures de part et d'autre d'une unique section ($L = 0.2$ m) : a) faible Reynolds particulière b) fort Reynolds particulière. Les résidus sont décalés afin de faciliter la lecture

sections pour a) un faible Reynolds particulière et pour b) un fort Reynolds particulière. Les

résidus (en noir) sont décalés par rapport à l'axe $T = 0$ K pour faciliter la lecture. Ils sont rangés dans l'ordre croissant des inversions réalisés. Ainsi, autour de l'axe -1 , se trouve le résidu associé à l'inversion appliquée à la première bride $[e, 1]$. Nous observons le même résultat dans chacune des deux configurations. L'inversion réalisée sur la première section présente un résidu signé, ce qui dénote un phénomène expérimental non intégré dans le modèle. Cependant, cette signature tend à diminuer en réalisant une inversion sur une section de plus en plus loin de l'entrée. Elle devient faible pour la troisième et enfin très faible pour les deux dernières sections. Cela peut être expliqué par la présence d'effets d'entrée au niveau de la première section. Par la suite, après quelques sections, un bon accord entre le modèle et l'expérience est alors trouvé.

Sur la Figure 4, nous représentons les valeurs des coefficients de dispersion thermique axiale et radiale obtenues à partir de l'étude de la quatrième section (résidus plats) en fonction du nombre de Péclet. Les inversions sont donc réalisées avec le thermocouple 3 comme donnée d'entrée et le thermocouple 4 comme donnée de sortie. Elles sont comparées à des lois proposées dans la littérature dans le cas de mousses métalliques ou de mousses polymères aux propriétés structurales proches de nos mousses céramiques [2, 7].

Dans les cas radial et axial, nous observons une évolution linéaire du coefficient estimé avec

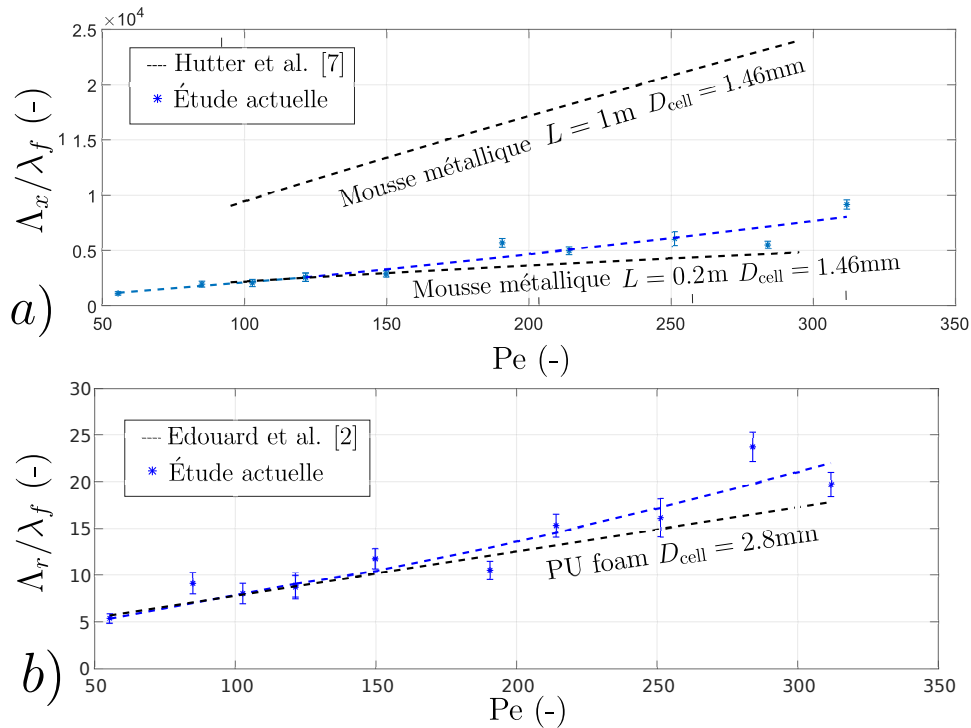


Figure 4 : Propriétés estimées lors de l'inversion sur la quatrième section a) ratio Λ_x/λ_f en fonction du nombre de Péclet. Comparaison avec les deux lois proposées par C. Hutter et al. [7] b) ratio Λ_r/λ_f en fonction du nombre de Péclet. Comparaison avec la loi proposée par D. Edouard et al. [2]

le nombre de Péclet. Cela est aussi constaté dans la littérature [2, 7]. L'augmentation de la vitesse du fluide entraîne logiquement une augmentation des échanges thermiques équivalents. De plus, nous observons un ordre de grandeur sur les paramètres estimés qui semble cohérent par comparaison entre les paramètres structuraux des mousses traitées dans la littérature et nos échantillons. Nous sommes donc en mesure de construire un modèle qui permette de prédire le comportement expérimental observé et d'obtenir les paramètres thermiques équivalent pour

décrire la physique inhérente aux transferts conducto-advectif propres à ce milieu poreux.

5. Conclusion

Dans cette communication, une procédure de caractérisation des propriétés de dispersion thermique associées à une mousse céramique SiC dans le cas d'un transfert conducto-advectif est présentée. Un banc expérimental complet a été conçu à température ambiante et permet simultanément la réalisation d'une excitation thermique sous la forme d'air chauffé en amont et la mesure de la température en différentes positions dans le fluide et le solide. En parallèle, un modèle reposant sur un modèle à une température et utilisant le formalisme quadripolaire a été développé. Il a l'avantage de prendre en compte le transfert 2D, multicouches et, par l'utilisation de la convolution, de s'affranchir de la dépendance temporelle de l'excitation. Le modèle permet une prédiction précise du comportement expérimental pour de faibles et fortes vitesses d'écoulement si ce dernier est suffisamment uniforme. Une stratégie d'inversion adéquate permet d'identifier des coefficients de dispersion axiaux et radiaux. Les résultats obtenus permettent l'observation d'un comportement proche de celui prédit par la littérature sur des milieux poreux métalliques ou polymères. Ce travail préliminaire permet de donner de premiers résultats de caractérisation grâce à une excitation thermique portée par l'air. Par la suite, une étude recourant à une excitation radiale (par la paroi) et traitant d'autres échantillons de mousses céramiques sera réalisée. À plus long terme, un banc de mesure similaire à haute température sera développé, permettant la caractérisation de propriétés conducto-advecto-radiatives et se rapprochant d'une configuration échangeur.

Références

- [1] Sans, M. and Schick, V. and Parent, G. and Farges, O., Experimental characterization of the coupled conductive and radiative heat transfer in ceramic foams with a flash method at high temperature, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 148 (2020) 119077.
- [2] Edouard, D. and Huu, T. T. and Huu, C. P. and Luck, F. and Schweich, D., The effective thermal properties of solid foam beds : Experimental and estimated temperature profiles, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 53 (2010) 3807–3816.
- [3] Levec, J. and Carbonell, R. G., Longitudinal and lateral thermal dispersion in packed beds. Part I : Theory, *AIChE Journal*, 7 (1985) 581–590.
- [4] Metzger, T. and Didierjean, S. and Maillet, D., Optimal experimental estimation of thermal dispersion coefficients in porous media, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 47 (2004) 3341–3353.
- [5] Testu, A. and Didierjean, S. and Maillet, D. and Moyne, C. and Metzger, T. and Niass, T., Thermal dispersion for water or air flow through a bed of glass beads, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 50 (2007) 1469–1484.
- [6] Fiers, B. and Ferschneider, G. and Maillet, D., Reduced model for characterization of solid wall effects for transient thermal dispersion in granular porous media, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 53 (2010) 5962–5975.
- [7] Hutter, C. and Zenklusen, A. and Lang, R. and von Rohr, Ph. R., Axial dispersion in metal foams and streamwise-periodic porous media, *Chemical engineering science*, 66 (2011) 1132–1141.
- [8] Moyne, C. and Didierjean, S. and Souto, H. P. A. and Da Silveira, O. T., Thermal dispersion in porous media : one-equation model, *International journal of heat and mass transfer*, 43 (2000) 3853–3867.
- [9] Maillet, D., *Thermal quadrupoles : solving the heat equation through integral transforms*, John Wiley & Sons Inc (2000).