

# Tests a posteriori de modèles de sous-maillages dans un écoulement en canal plan à haut nombre de Reynolds et soumis à un fort flux de chaleur.

## A posteriori subgrid modeling tests in a channel flow characterized by high Reynolds number and intense heat transfer.

Martin DAVID<sup>1\*</sup>, Adrien TOUTANT<sup>1</sup>, Françoise BATAILLE<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Laboratoire PROMES-CNRS (UPR 8521), Université de Perpignan via Domitia, Tecnosud-Rambla de la thermodynamique, 66100 Perpignan - France

\*(auteur correspondant : martin.david@promes.cnrs.fr)

**Résumé** - La présente étude concerne la simulation numérique des écoulements anisothermes dans les récepteurs solaires surfaciques à gaz sous-pression. Un écoulement d'air turbulent, dans un canal plan bi-périodique, à bas nombre de Mach et haut nombre de Reynolds de frottement est considéré. On effectue des tests *a posteriori* en vue de confronter les résultats obtenus par différents modèles de turbulence utilisés en simulation des grandes échelles à une simulation numérique directe. Des approches fonctionnelles, structurales et mixte sont comparées. L'analyse porte sur des grandeurs intégrales liées à la dynamique et à la thermique de l'écoulement, des grandeurs moyennées et des écarts types de certaines d'entre elles.

**Mots-clés** : Transferts de chaleur ; Turbulence ; Récepteurs solaires ; Simulation numérique directe ; Simulation des grandes échelles.

**Abstract** - This study deals with numerical simulation of anisothermal flows in gas pressurized solar receiver. A turbulent air flow, in a bi-periodical channel, at low Mach number and high Reynolds number is considered. *A posteriori* tests are performed in order to compare results of several turbulence models of large eddy simulations with a direct numerical simulation. Functional, structural and mixed models are evaluated. Dynamic and thermal integral values characterizing the flow, as well as mean and fluctuating values of velocity and temperature are analysed.

**Keywords**: Heat transfers; Turbulence; Solar Receiver; Direct numerical simulation; Large eddy simulation.

### Nomenclature

$f$	frottement, $\text{kg m}^{-1} \text{s}^{-2}$	$\tau$	tenseur sous-maille (corrélation vitesse-vitesse, conservation quantité de mouvement)
$\dot{m}$	débit massique, $\text{kg s}^{-1}$	$\Phi$	Flux de chaleur, $\text{kW m}^{-2}$
$N_i$	nombre de points dans la direction $i$	<i>Indices et exposants</i>	
$U_c$	vitesse au centre du canal, $\text{m s}^{-1}$	$\bar{\cdot}$	filtre volumique
<i>Symboles grecs</i>		$b$	bulk
$\alpha$	diffusivité thermique, $\text{m}^2 \text{s}^{-1}$	$ch$	côté chaud
$\Delta_i^+$	taille de maille adimensionnée (direction $i$ )	$fr$	côté froid
$\mu$	viscosité dynamique, $\text{Pa s}$	$p$	paroi
$\nu$	viscosité cinématique, $\text{m}^2 \text{s}^{-1}$	$rms$	écart type
$\pi$	tenseur sous-maille (corrélation masse volumique-vitesse, conservation d'énergie)	$\tau$	frottement

# 1. Introduction

Le récepteur solaire des centrales à tour est un élément critique puisqu'il doit transférer la chaleur issue du rayonnement concentré vers le fluide caloporteur. L'optimisation de l'absorbeur solaire consiste à maximiser les échanges énergétiques tout en minimisant les pertes de charges dues au frottement avec les parois. Afin de permettre l'amélioration de ce composant il est fondamental de comprendre les phénomènes physiques complexes mis en jeu. Ces derniers sont liés au fort gradient de température entre les parois et au grand nombre de Reynolds caractérisant les écoulements dans le récepteur solaire. La simulation numérique de ces écoulements offre la possibilité d'appréhender leurs spécificités grâce à la résolution des équations de Navier-Stokes et d'énergie. Dans ces travaux, le récepteur solaire est assimilé à un canal plan bi-périodique. Cette géométrie simplifiée permet de reproduire les caractéristiques des écoulements au sein du système. Au prix d'un coût de calcul très important, les Simulations Numériques Directes (SND) fournissent des résultats de référence en résolvant la quasiintégralité du spectre de la turbulence. Les Simulations des Grandes Échelles (SGE), quant-à-elles, offrent un coût de calcul plus raisonnable grâce à l'introduction de modèles de turbulence dont le but est de reproduire les effets des petites échelles de turbulence, non calculées, sur les grandes. Il existe différents modèles de turbulence reposant sur des hypothèses variées. Pour juger la pertinence des modèles, il convient d'effectuer des comparaisons *a posteriori* des modèles de turbulence des SGE avec une SND [1, 2]. Les tests *a posteriori* permettent d'évaluer les modèles en tenant compte de l'accumulation des erreurs numériques, de troncature et de modélisation [3].

De nombreuses études traitent des écoulements en canal plan bi-périodique mais la plupart sont effectuées en conditions isothermes [2, 4, 5, 6]. En outre, les travaux en situation anisotherme traitent majoritairement la température comme un scalaire passif [7]. Cela signifie que les effets de la température n'affectent pas l'écoulement. Récemment, des comparaisons entre des résultats de SGE et de SND en conditions anisothermes et en tenant compte des effets de dilatation ont été menées [1, 8] mais elles sont opérées pour des simulations à nombre de Reynolds et niveaux de température faibles au regard des conditions rencontrées dans les récepteurs solaires des centrales à tour. À la connaissance des auteurs, les travaux présentés dans cet article combrent un manque dans la littérature en proposant une comparaison *a posteriori* des modèles de turbulence des SGE dans des conditions opératoires des centrales à tour en tenant compte du couplage entre la dynamique de l'écoulement et la température. L'objectif des travaux est d'apprécier la qualité des modèles dans ces conditions extrêmes. On jugera principalement la fidélité des résultats sur des grandeurs intégrales, moyennées et des écarts types de certaines de ces grandeurs liées à la dynamique et à la thermique de l'écoulement.

Les équations de Navier-Stokes sous l'hypothèse d'un bas nombre de Mach et les modèles de turbulence sont présentés dans la section 2. La géométrie, le maillage, les conditions limites et la méthode numérique sont développés dans la section 3. Enfin, les résultats sont discutés dans la section 4.

## 2. Résolution du problème

### 2.1. Équations de Navier-Stokes sous l'approximation bas nombre de Mach

Les récepteurs solaires à gaz sous-pression sont caractérisés par un grand nombre de Reynolds et des niveaux de température élevés. Néanmoins la forte pression dans l'absorbeur solaire (10 bars) permet de conserver un nombre de Mach suffisamment faible pour appliquer l'approximation bas nombre de Mach proposée par Paolucci [9]. Le détail des équations uti-

lisées est donné par Dupuy *et al.* [2] Le gaz circulant dans le récepteur est de l'air. Il est assimilé à un fluide Newtonien respectant la loi des gaz parfaits. La capacité thermique à pression constante est prise à la moyenne des températures de parois et est considérée constante :  $C_p = 1155 \text{ J.kg}^{-1}.\text{K}^{-1}$ . Dans ces conditions, le nombre de Prandtl est de 0,87. La constante spécifique de l'air,  $r$ , est déterminée grâce à la relation de Mayer et vaut  $330 \text{ J.kg}^{-1}.\text{K}^{-1}$ . Les propriétés du fluide varient avec la température, en particulier, la viscosité dynamique qui suit la loi de Sutherland [10]. Lors des SGE, seule une partie du spectre de la turbulence est résolue. Un filtrage implicite est appliqué. Les échelles plus petites que la taille du filtre sont modélisées. Les deux termes sous-mailles les plus importants et étudiés dans les travaux de Dupuy *et al.* [1] sont modélisés. Ils sont associés à la convection de la quantité de mouvement pour l'un et à la corrélation entre la masse volumique et la vitesse pour l'autre. Dans cette étude l'ensemble des modèles sont testés avec un filtre de Favre, noté ( $\tilde{\cdot}$ ), tel que  $\tilde{\Phi} = \overline{\rho\Phi}/\bar{\rho}$  pour toute variable  $\Phi$ . La formulation Favre est souvent utilisée pour la résolution d'écoulements compressibles [11].

## 2.2. Modèles de turbulence des Simulations des Grandes Échelles

Les termes sous-mailles associés à la corrélation vitesse-vitesse,  $\tau_{ij} = \widetilde{U_j U_i} - \widetilde{U_j} \widetilde{U_i}$ , et à la corrélation entre la masse volumique et la vitesse,  $\pi_{ij} = \widetilde{U_j/\rho} - \widetilde{U_j}/\widetilde{\rho}$ , sont étudiés. Les modèles de turbulence des SGE sont construits à partir des propriétés connues de l'écoulement et visent à reproduire les effets des petites échelles de turbulence sur les grandes. On distingue les modèles fonctionnels des modèles structurels. Dans la suite les abréviations des modèles sont écrits entre parenthèses. Les valeurs des constantes utilisées sont celles recommandées par les auteurs des différentes approches. Elles suivent l'abréviation des modèles (le premier chiffre correspond aux unités puis les deuxième et troisième aux dixièmes et centièmes).

### 2.2.1. Modèles fonctionnels

Les modèles fonctionnels supposent un transfert d'énergie unilatéral des grandes structures vers les petites échelles par un processus analogue à la diffusion moléculaire. La remontée de la cascade d'énergie est alors négligée. La viscosité sous-maille relie le tenseur sous-maille,  $\tau_{ij}$ , au tenseur des taux de déformation. On teste les modèles fonctionnels scalaires suivant : WALE (wal055) [12], Sigma (sig100) [13] et AMD (amd030) [14]. La version tensorielle,  $H_{ij}^{(4)}$  proposée par Dupuy [1], du modèle AMD pour la quantité de mouvement est également mise à l'épreuve afin de mieux tenir compte de l'anisotropie de l'écoulement. Elle est combinée au modèle AMD scalaire [15] pour la thermique. La combinaison AMD tensoriel-AMD scalaire est abrégée en AMD tensoriel (amdt030) dans ce qui suit pour des raisons de présentation.

### 2.2.2. Modèles structurels

Deux modèles structurels sont examinés : le modèle de gradient (grd100) [16] reposant sur un développement en série de Taylor du filtre et le modèle de similarité d'échelle (sim100) [17] supposant que la structure du tenseur construit sur la base des échelles sous-mailles est analogue à celle issue des plus petites échelles résolues.

### 2.2.3. Modèle mixte

On étudie un modèle couplant les deux stratégies présentées plus haut. Les modèles mixtes visent à tirer parti des avantages respectifs des deux méthodes. La modélisation fonctionnelle est généralement efficace pour déterminer les transferts d'énergie vers les petites échelles de

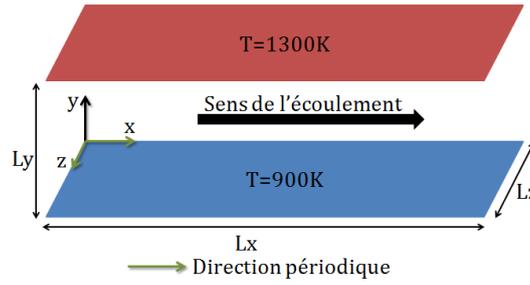


Figure 1: Canal plan

turbulence. L'approche structurelle, quant-à-elle, donne une bonne estimation de la structure du tenseur sous-maille. Le modèle mixte multiplicatif (rds005) fondé sur le modèle de gradient, proposé par Dupuy [1], est inclus dans les tests.

### 3. Configuration de l'étude

La présente section décrit la géométrie et les conditions de simulation de l'étude dans un premier temps puis le maillage et les aspects numériques du problème dans un second temps.

#### 3.1. Géométrie et conditions de simulation

Les directions longitudinale,  $x$ , et transversale,  $z$ , de l'écoulement sont périodiques. La taille du domaine est  $L_x = 4\pi\delta$ ,  $L_y = 2\delta$  et  $L_z = 4/3\pi\delta$  avec  $\delta = 3 \text{ mm}$  la demi-hauteur du canal. La face irradiée du récepteur solaire est associée à une paroi dont la température est fixée à 1300 K. La température de la face opposée est imposée 900 K (voir figure 1). La circulation d'air entre les deux parois est maintenue en imposant un frottement au niveau du contact entre le solide et le fluide. Le nombre de Reynolds de frottement moyen vaut 800. La pression thermodynamique dans le canal est de 10 bars.

#### 3.2. Maillage et aspects numériques

Les caractéristiques des maillages de la simulation numérique directe et des simulations des grandes échelles sont présentées dans le tableau 1. Elles contiennent respectivement 660 millions de cellules et 2,3 millions. Le coût de calcul de la SND est de 3,87 millions d'heures réparties sur 2304 cœurs. Les SGE nécessitent 23 000 heures sur 48 cœurs.

Le maillage est régulier dans les deux directions homogènes et suit une loi en tangente hyperbolique dans la direction perpendiculaire aux parois.

	$N_x \times N_y \times N_z$	$\Delta_x^+; \Delta_y^+(0); \Delta_y^+(\delta); \Delta_z^+$
SND	$1152 \times 746 \times 768$	10,4; 0,4; 5,2; 5,2
SGE	$160 \times 152 \times 96$	74,6; 1,0; 31,0; 41,5

Tableau 1: Caractéristiques des maillages

Concernant les aspects numériques, on utilise une méthode aux différences finies pour approcher les différents termes des équations. Un schéma temporel Runge-Kutta d'ordre 3 est

utilisé. Les opérateurs de convection et de diffusion sont centrés (d'ordre 4 pour la convection de la vitesse). La convection de la masse s'appuie sur un schéma Quick d'ordre 3. Nous avons recours à un solveur multigrille pour réduire le temps de résolution du calcul de la pression : la solution de l'équation de Poisson est calculée sur des maillages de plus en plus précis, en utilisant comme condition initiale le résultat du niveau de grille précédent. Le code de calcul utilisé est TrioCFD [18].

## 4. Résultats et discussion

Dans ce qui suit les résultats de la simulation numérique directe et des simulations des grandes échelles sont comparés. On distingue les grandeurs intégrales, les grandeurs moyennées temporellement et les écarts types des grandeurs. Sauf indication contraire, le modèle de SGE annoncé est utilisé pour les deux termes sous-maillages modélisés (la corrélation vitesse-vitesse,  $\tau_{ij}$ , et la corrélation masse volumique vitesse,  $\pi_{ij}$ ). Les résultats d'une SGE sans modèle sont également présentés pour mettre en exergue les effets des modèles.

### 4.1. Grandeurs intégrales

Cette partie présente des résultats globaux obtenus par les différents modèles de simulation des grandes échelles. Le débit, les nombres de Reynolds débitant,  $Re_b = 2\delta U_b/\nu_b$ , et de frottement,  $Re_\tau = \delta U_\tau/\nu_p$ , le flux et la vitesse débitante sont exposés dans le tableau 2. Tout d'abord, les résultats montrent que le débit obtenu par les modèles des SGE est proche de celui de la SND. Le frottement étant imposé, les imprécisions liées à la modélisation des phénomènes en proche paroi se répercutent sur le débit. Ces écarts sont faibles puisqu'ils sont inférieurs à 7% dans tous les cas. Ensuite, l'analyse des valeurs de flux pariétaux révèle que toutes les SGE sous-estiment les transferts de chaleur entre le solide et le fluide. Les meilleurs résultats sont obtenus avec la combinaison des modèles AMD tensoriel pour la dynamique et AMD scalaire pour la thermique (amdt030). L'écart est alors de 10% environ. L'approche par similarité d'échelle donne de très bons résultats concernant l'estimation de la vitesse débitante. Dans le

	$\dot{m}$	$Re_b$	$Re_{\tau,fr}$	$Re_{\tau,ch}$	$\Phi$	$U_b$
SND	0,0164	29 979	968	625	98,4	79,7
sans modèle	0,0161	29 118	980	625	80,0	77,2
AMD (amd030)	0,0177	32 215	970	630	88,8	85,4
AMD tensoriel (amdt030)	0,0158	28 659	973	627	89,3	76,0
Sigma (sig100)	0,0171	31 096	974	628	86,5	82,4
WALE (wal055)	0,0169	30 732	975	628	86,2	81,5
Mixte multiplicatif (rds005)	0,0162	29 393	979	624	81,9	77,9
Similarité d'échelle (sim100)	0,0166	30 034	970	628	81,1	79,6
Gradient (grd100)	0,0157	28 565	979	624	80,1	75,7

Tableau 2: Ecart entre les résultats SND et SGE sur des grandeurs intégrales, partie 1

tableau 3, le coefficient de frottement est défini à partir de la vitesse débitante et des grandeurs

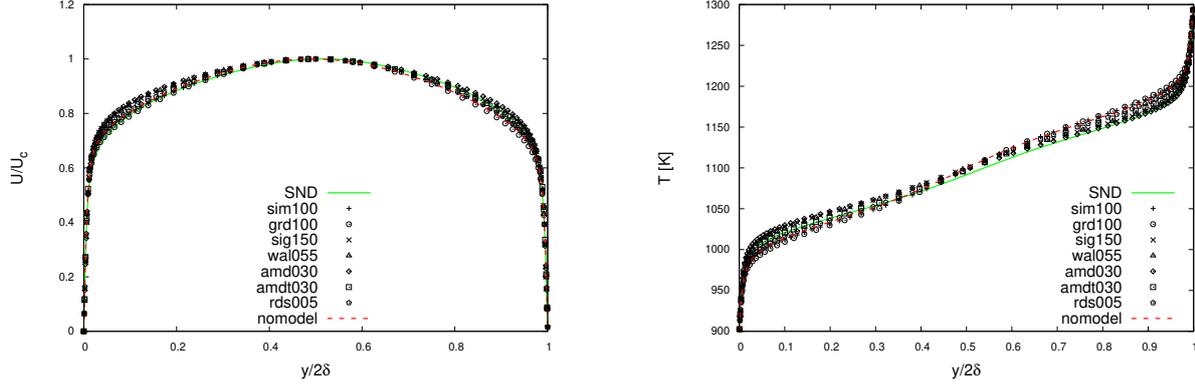


Figure 2: Profils de vitesse adimensionnée et de température

pariétales,  $C_{f,p} = 2f_p/\rho_p U_b^2$ . Le modèle mixte multiplicatif proposé par Dupuy [1] est celui qui

	$U_c/U_b$	$U_b/U_{\tau,fr}$	$U_b/U_{\tau,ch}$	$C_{f,fr}$	$C_{f,ch}$
SND	1,135	21,04	18,14	$4,52 \times 10^{-3}$	$6,08 \times 10^{-3}$
sans modèle	1,138	20,43	17,83	$4,79 \times 10^{-3}$	$6,29 \times 10^{-3}$
AMD (amd030)	1,116	22,85	19,56	$3,83 \times 10^{-3}$	$5,23 \times 10^{-3}$
AMD tensoriel (amdt030)	1,127	20,21	17,46	$4,90 \times 10^{-3}$	$6,56 \times 10^{-3}$
Sigma (sig100)	1,119	21,95	18,95	$4,15 \times 10^{-3}$	$5,56 \times 10^{-3}$
WALE (wal055)	1,120	21,70	18,73	$4,25 \times 10^{-3}$	$5,70 \times 10^{-3}$
Mixte multiplicatif (rds005)	1,134	20,62	17,99	$4,71 \times 10^{-3}$	$6,18 \times 10^{-3}$
Similarité d'échelle (sim100)	1,138	21,26	18,27	$4,43 \times 10^{-3}$	$5,99 \times 10^{-3}$
Gradient (grd100)	1,146	20,03	17,49	$5,00 \times 10^{-3}$	$6,54 \times 10^{-3}$

Tableau 3: Ecart entre les résultats SND et SGE sur des grandeurs intégrales, partie 2

prédit le mieux le rapport des vitesses  $U_c/U_b$  (voir tableau 3). Le modèle de similarité d'échelle détermine les coefficients de friction avec précision.

#### 4.2. Grandeurs moyennes

Les profils des valeurs, moyennés temporellement et spatialement dans les directions longitudinale et transversale, de vitesse longitudinale adimensionnée et température des différentes simulations sont exposés sur la figure 2. Les courbes de vitesse adimensionnées obtenues par SGE et SND sont très similaires. Néanmoins l'asymétrie du profil de vitesse, liée aux gradients de température, de la SND n'est pas reproduite par les SGE. De façon analogue, les profils de température suivent le comportement des résultats de la SND. Les SGE ont tendance à légèrement surestimer la température moyenne. Tous les écarts obtenus restent inférieurs à 4%. Côté chaud, l'introduction d'un modèle de turbulence est bénéfique. Le modèle AMD donne des résultats satisfaisants à haute température. Au niveau de la paroi froide, le modèle AMD

tensoriel, combiné à l'approche AMD scalaire pour la thermique, est le plus convaincant.

### 4.3. Écarts types des grandeurs

On compare, ici, les profils d'écarts types de vitesse et de température des simulations des grandes échelles avec ceux de la simulation numérique directe (voir figure 3). Les pro-

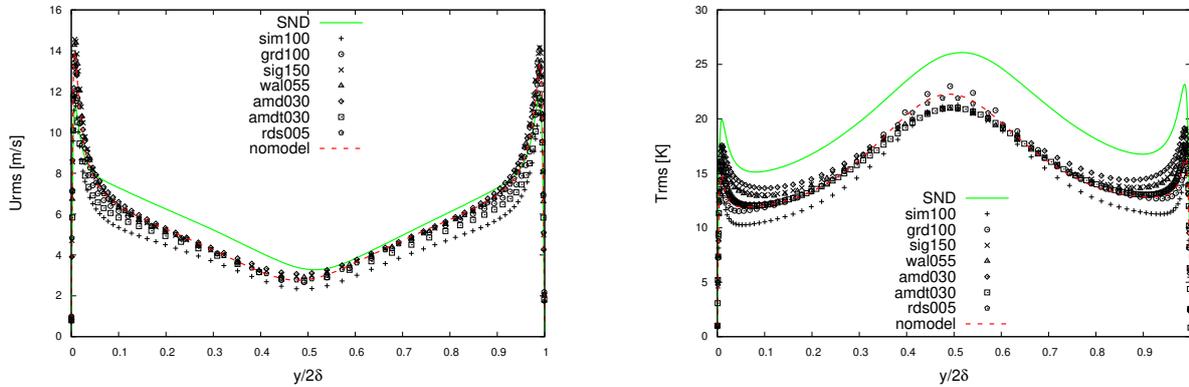


Figure 3: Profils d'écarts types de vitesse et de température

files d'écarts types de vitesse montrent que toutes les valeurs issues des SGE sont supérieures aux résultats de la SND au niveau des parois. Les modèles AMD tensoriel et similarité d'échelle sont les plus satisfaisants à proximité de ces parois. En termes d'écart type de température, les valeurs de la SND sont sous-estimées par les SGE. Les estimations sont globalement meilleures au niveau de la paroi froide. Bien que loin des résultats de la SND, les modèles sigma, AMD et WALE sont les plus performants. À l'inverse, les modèles AMD tensoriel, similarité d'échelle et gradient présentent des résultats insatisfaisants. Le reste des modèles est plus performant que la simulation sans modèle.

## 5. Conclusion

Lors de ces travaux une simulation numérique directe et plusieurs simulations des grandes échelles ont été effectuées à grand nombre de Reynolds, niveau de température élevé et fort flux. Les équations de Navier-Stokes sont résolues sous l'hypothèse bas nombre de Mach en vue de reproduire les conditions de fonctionnement des récepteurs solaires des centrales à tour. Le couplage entre la dynamique et les effets de la température est pris en compte. Les résultats obtenus montrent que les modèles de turbulence testés parviennent à retranscrire les profils de vitesse et de température ainsi que le débit de façon très satisfaisante. On note que toutes les SGE sous-estiment les flux de chaleur pariétaux. Les profils d'écarts types de vitesse et de température sont plus difficilement estimés. Suite à cette étude, il semble que le modèle similarité d'échelle soit le plus performant pour prédire la dynamique de l'écoulement. De façon analogue, la thermique est mieux prédite par le modèle AMD scalaire. Pour la suite, une simulation combinant les modèles semblant être les meilleurs pour la dynamique (similarité d'échelle) et pour la thermique (AMD scalaire) sera effectuée.

## Références

- [1] D. Dupuy, A. Toutant, and F. Bataille, "A posteriori tests of subgrid-scale models in strongly anisothermal turbulent flows," *Physics of Fluids*, vol. 31, no. 6, p. 065113, 2019.

- [2] D. Dupuy, A. Toutant, and F. Bataille, “A posteriori tests of subgrid-scale models in an isothermal turbulent channel flow,” *Physics of Fluids*, vol. 31, no. 4, p. 045105, 2019.
- [3] P. Sagaut, *Large Eddy Simulation for Incompressible Flows*. Springer Science & Business Media ed., 2006.
- [4] Y. Morinishi, S. Tamano, and K. Nakabayashi, “Direct numerical simulation of compressible turbulent channel flow between adiabatic and isothermal walls,” *Journal of Fluid Mechanics*, vol. 502, pp. 273–308, 2004.
- [5] M. Tanahashi, S. J. Kang, T. Miyamoto, S. Shiokawa, and T. Miyauchi, “Scaling law of fine scale eddies in turbulent channel flows up to  $Re_\tau = 800$ ,” *International Journal of Heat and Fluid Flow*, vol. 25, no. 3, pp. 331–340, 2004.
- [6] C. Brun, M. Petrovan Boiarciuc, M. Haberkorn, and P. Comte, “Large eddy simulation of compressible channel flow,” *Theor. Comput. Fluid Dyn.*, vol. 22, no. 3, pp. 189–212, 2008.
- [7] H. Kawamura, H. Abe, and Y. Matsuo, “DNS of turbulent heat transfer in channel flow with respect to Reynolds and Prandtl number effects,” *International Journal of Heat and Fluid Flow*, vol. 20, no. 3, pp. 196–207, 1999.
- [8] D. Dupuy, A. Toutant, and F. Bataille, “A priori tests of subgrid-scale models in an anisothermal turbulent channel flow at low mach number,” *International Journal of Thermal Sciences*, vol. 145, p. 105999, 2019.
- [9] S. Paolucci, “On the filtering of sound from the navier–stokes equations,” *NASA STI/Recon Technical Report N*, vol. 83, p. 26036, 11 1982.
- [10] W. Sutherland, “The viscosity of gases and molecular force,” *The London, Edinburgh, and Dublin Philosophical Magazine and Journal of Science*, vol. 36, no. 223, pp. 507–531, 1893.
- [11] E. Garnier, N. Adams, and P. Sagaut, *Large Eddy Simulation for Compressible Flows*. Springer Science & Business Media ed.
- [12] F. Nicoud and F. Ducros, “Subgrid-scale stress modelling based on the square of the velocity gradient tensor,” *Flow, Turbulence and Combustion*, vol. 62, no. 3, pp. 183–200, 1999.
- [13] F. Nicoud, H. B. Toda, O. Cabrit, S. Bose, and J. Lee, “Using singular values to build a subgrid-scale model for large eddy simulations,” *Physics of Fluids*, vol. 23, no. 8, p. 085106, 2011.
- [14] W. Rozema, H. J. Bae, P. Moin, and R. Verstappen, “Minimum-dissipation models for large-eddy simulation,” *Physics of Fluids*, vol. 27, no. 8, p. 085107, 2015.
- [15] M. Abkar, H. J. Bae, and P. Moin, “Minimum-dissipation scalar transport model for large-eddy simulation of turbulent flows,” *Phys. Rev. Fluids*, vol. 1, no. 4, p. 041701, 2016.
- [16] A. Leonard, “Energy cascade in large-eddy simulations of turbulent fluid flows,” vol. 18, pp. 237–248, 1975.
- [17] J. Bardina, J. Ferziger, and W. Reynolds, “Improved subgrid-scale models for large-eddy simulation,” in *13th Fluid and Plasma Dynamics Conference*, American Institute of Aeronautics and Astronautics, 1980.
- [18] C. Calvin, O. Cueto, and P. Emonot, “An object-oriented approach to the design of fluid mechanics software,” *ESAIM : Mathematical Modelling and Numerical Analysis - Modélisation Mathématique et Analyse Numérique*, vol. 36, no. 5, pp. 907–921, 2002.

## Remerciements

Ces travaux ont bénéficié d’un accès aux moyens de calcul du CINES au travers de l’allocation de ressources A0062A05099 attribuée par GENCI (Grand Équipement National de Calcul Intensif). Nous remercions le CEA pour la mise à disposition de la plateforme TRUST et le développement du code de calcul TrioCFD (open source). Nous remercions également la région Occitanie pour leur participation au financement de ces travaux de thèse.