

Modélisation analytique d'un stockage thermocline pour la récupération de chaleur fatale ou pour centrale solaire à concentration

Analytical modelling of a thermocline thermal energy storage for waste heat recovery or concentrated solar power plant

Régis OLIVES*, Aubin TOUZO

Laboratoire PROMES-CNRS UPR 8521, Université de Perpignan Via Domitia
Rambla de la thermodynamique, Tecnosud, 66100 Perpignan.

*(auteur correspondant : olives@univ-perp.fr)

Résumé - Nous considérons le stockage en chaleur sensible de type thermocline. Nous présentons une méthode de résolution basée sur la double transformée de Laplace conduisant à la solution analytique du modèle de Schumann. Aussi, un modèle du stockage basé sur un ensemble de filtres RC placés en série est proposé. Le stockage est ainsi divisé en sous parties d'une longueur caractéristique correspondant à un filtre d'ordre 1 et possédant une dynamique thermique donnée par un temps caractéristique. La température du fluide ainsi modélisée est comparée aux résultats expérimentaux obtenus sur une installation de taille industrielle qui est destinée à la récupération et la valorisation de chaleur fatale.

Mots-clés : Stockage thermique ; centrales solaires ; chaleur fatale ; thermocline ; modélisation.

Abstract - We consider the sensible heat storage of the thermocline type. We present a resolution method based on the double Laplace transform leading to the analytical solution of the Schumann model. Also, a model of the storage based on a set of filters RC placed in series is proposed. The storage is thus divided into sub-parts of a characteristic length corresponding to a filter of order 1 and having a thermal dynamic given by a characteristic time. The temperature of the fluid thus modeled is compared with the experimental results obtained on an industrial installation which is intended for the recovery and upgrading of waste heat.

Keywords: Thermal energy storage; concentrated solar power plant; waste heat; thermocline; modelling.

Nomenclature

C	capacité thermique, $J.kg^{-1}.K^{-1}$	ϵ	porosité
D	diamètre, m	θ	temps, s
h	coefficient d'échange, $W.m^{-2}.K^{-1}$	ρ	masse volumique, $kg.m^{-3}$
L	longueur, m	τ	temps
m	masse, kg	χ	longueur
\dot{m}	débit massique, $kg.s^{-1}$	<i>Indices et exposants</i>	
S	section, m^2	f	fluide
t	temps, s	in	entrée
T	température, K	s	solide
x	longueur, m	u	module unité
<i>Symboles grecs</i>		$*$	adimensionnée

1. Introduction

Dans le cadre de la transition énergétique, le stockage thermique est un élément essentiel tant pour les centrales solaires à concentration que pour la récupération de chaleurs fatales [1]. Le stockage thermique peut être intégré au réseau d'énergie afin de contribuer à un management de l'énergie plus efficient. Il peut permettre d'assurer une fourniture d'énergie contrôlée à partir de sources intermittentes telles que l'énergie solaire ou les chaleurs à haute température issues de procédés industriels. Parmi les technologies envisagées, le stockage de type thermocline avec un fluide de transfert qui traverse un lit de particules constitue un moyen intéressant qui a fait l'objet de nombreux travaux [2]. Néanmoins, la modélisation du stockage thermocline peut être relativement lourde du fait de la nécessité de résoudre, bien souvent, un modèle monodimensionnel à deux températures. Afin d'intégrer le stockage thermocline dans un réseau d'énergie ou dans une centrale solaire et optimiser le fonctionnement nécessairement dynamique du stockage, il s'agit de résoudre un système à deux équations couplées, l'une pour le fluide et l'autre pour le solide. Certes, selon les hypothèses, une solution analytique existe. Mais lorsqu'il devient nécessaire de prendre en compte la diffusion thermique axiale, le modèle se complique et exige de mettre en œuvre une simulation numérique qui peut s'avérer longue en vue de l'optimisation [2].

Dans un premier temps, nous proposons une méthode de résolution basée sur la double transformée de Laplace qui permet d'obtenir cette solution. Ainsi, la transformée est appliquée simultanément sur le temps et l'espace conduisant rapidement à l'obtention de la solution analytique dans le cas du modèle de Schumann [3]. Dans un second temps, ces solutions sont comparées à la modélisation du lit de particules par un ensemble de filtres en série appliqué à la température du fluide traversant le lit. Ainsi, une épaisseur donnée de lit de particules est assimilée à un filtre caractérisé par une résistance au transfert et une capacité thermique. Il s'agit alors d'appliquer la transformée de Laplace pour obtenir un modèle simple dont le temps caractéristique est lié aux résistances thermiques et à l'inertie thermique des filtres en série. A partir de ce modèle, il est possible de mener une analyse simplifiée conduisant à déterminer le comportement du stockage soumis à une entrée de chaleur fluctuante en température. L'objectif est, à terme, de proposer un modèle de stockage thermocline rapide à calculer pour pouvoir non seulement faciliter le dimensionnement mais aussi mener une optimisation en régime dynamique pour l'intégration dans un réseau multi-énergie ou dans une centrale solaire à concentration.

2. Modélisation du stockage thermocline

Nous considérons le cas du stockage thermique de type thermocline. Ce stockage est constitué d'un lit de particules traversé par un fluide qui peut être à l'état liquide ou gaz. Il est alors possible de modéliser ce stockage par un système de deux équations couplées. Ainsi, ces deux équations traduisent l'évolution des températures, d'une part, du solide et, d'autre part, du fluide et sont couplées par le terme d'échange convectif entre les deux phases.

Notons tout d'abord que l'on peut introduire le nombre d'unités de transfert NUT pour un système de stockage thermique, à l'instar des échangeurs de chaleur. Ce nombre est relié au nombre de Stanton St , à la section d'écoulement du fluide S_{flow} et à la surface d'échange entre le fluide et le solide S_{exch} :

$$St = \frac{h \cdot S_{flow}}{\dot{m}_f \cdot C_f} \quad \text{et} \quad NUT = St \frac{S_{exch}}{S_{flow}} \quad (1)$$

Ainsi, on peut modéliser le stockage par un système de deux équations couplées décrivant le bilan de chaleur sur chacune des deux phases, fluide et solide. En 1D, on a le modèle de Schumann [3] :

$$\begin{cases} \frac{\partial T_f}{\partial x} = \frac{NUT}{L}(T_s - T_f) - \frac{m_f}{\dot{m}_f L} \frac{\partial T_f}{\partial t} \\ \frac{\partial T_s}{\partial t} = NUT \frac{\dot{m}_f C_f}{m_s C_s} (T_f - T_s) \end{cases} \quad (2)$$

avec L la longueur du stockage.

En considérant un stockage initialement à température homogène et constante, soumis à un échelon de température, les conditions initiales et aux limites s'écrivent :

$$T_s(x, 0) = T_f(x, 0) = T_{s0} \quad \text{et} \quad T_f(0, t > 0) = T_{f,in} \quad (3)$$

Adimensionnons la température, la longueur et le temps :

$$T^* = \frac{T - T_{s0}}{T_{f,in} - T_{s0}} \quad , \quad \chi = x \cdot \frac{NUT}{L} \quad \text{et} \quad \tau = NUT \frac{\dot{m}_f C_f}{m_s C_s} \left[t - \frac{m_f x}{\dot{m}_f L} \right] \quad (4)$$

Avec cette écriture, le système d'équations devient :

$$\begin{cases} \frac{\partial T_f^*}{\partial \chi} = T_s^* - T_f^* \\ \frac{\partial T_s^*}{\partial \tau} = T_f^* - T_s^* \end{cases} \quad (5)$$

avec

$$T_s^*(\chi, 0) = T_f^*(\chi, 0) = 0 \quad \text{et} \quad T_{f,in}^* = 1 \quad (6)$$

A. J. Willmott [3] a présenté une démonstration pour obtenir une solution analytique du modèle de Schumann. Nous présentons ici une autre démonstration basée sur la double transformée de Laplace [4]. On applique la double transformée de Laplace en espace et en temps au système d'équation précédent :

$$\begin{cases} L_t L_x \left\{ \frac{\partial T_f^*}{\partial \chi} \right\} = L_t L_x \{ (T_s^* - T_f^*) \} \\ L_t L_x \left\{ \frac{\partial T_s^*}{\partial \tau} \right\} = L_t L_x \{ (T_f^* - T_s^*) \} \end{cases} \quad (7)$$

d'où

$$\begin{cases} p \overline{\overline{T_f^*}}(p, s) - \overline{\overline{T_f^*}}(0, s) = [\overline{\overline{T_s^*}}(p, s) - \overline{\overline{T_f^*}}(p, s)] \\ s \overline{\overline{T_s^*}}(p, s) - \overline{\overline{T_s^*}}(p, 0) = [\overline{\overline{T_f^*}}(p, s) - \overline{\overline{T_s^*}}(p, s)] \end{cases} \quad (8)$$

avec

$$\overline{\overline{T_s^*}}(p, 0) = 0 \quad \text{et} \quad \overline{\overline{T_f^*}}(0, s) = \frac{1}{s} \quad (9)$$

Après résolution, le système s'écrit :

$$\begin{cases} \overline{\overline{T_f^*}}(p, s) = \frac{1}{s(p + \frac{s}{s+1})} \\ \overline{\overline{T_s^*}}(p, s) = \frac{1}{s(s+1)(p + \frac{s}{s+1})} \end{cases} \quad (10)$$

Appliquons désormais la transformée de Laplace inverse sur l'espace [5] :

$$\begin{cases} \overline{T}_s^*(\chi, s) = \frac{1}{s(s+1)} e^{-\frac{s}{s+1}\chi} \\ \overline{T}_f^*(\chi, s) = \frac{1}{s} e^{-\frac{s}{s+1}\chi} \end{cases} \quad (11)$$

que l'on peut réécrire :

$$\begin{cases} \overline{T}_s^*(\chi, s) = \frac{e^{-\chi}}{s} \frac{e^{\frac{\chi}{s+1}}}{(s+1)} \\ \overline{T}_f^*(\chi, s) = \frac{e^{-\chi}}{s} e^{\frac{\chi}{s+1}} \end{cases} \quad (12)$$

On peut alors utiliser la différence de température entre les phases :

$$\overline{T}_f^*(\chi, s) - \overline{T}_s^*(\chi, s) = e^{-\chi} \frac{e^{\frac{\chi}{s+1}}}{(s+1)} \quad (13)$$

pour ensuite appliquer la transformée de Laplace inverse sur le temps :

$$T_f^*(\chi, \tau) - T_s^*(\chi, \tau) = e^{-\chi} e^{-\tau} I_0(2\sqrt{\chi \cdot \tau}) \quad (14)$$

À partir des équations précédentes, on a :

$$\overline{T}_f^*(\chi, s) - \overline{T}_s^*(\chi, s) = s \cdot \overline{T}_s^*(\chi, s) \quad (15)$$

et on en déduit :

$$\begin{cases} T_f^*(\chi, \tau) = 1 - e^{-\tau} \int_0^\chi e^{-\xi} I_0(2\sqrt{\xi \cdot \tau}) d\xi \\ T_s^*(\chi, \tau) = e^{-\chi} \int_0^\tau e^{-\eta} I_0(2\sqrt{\chi \cdot \eta}) d\eta \end{cases} \quad (16)$$

Compte tenu de la forme symétrique en temps et en espace du système d'équations, on aboutit à une expression remarquable :

$$T_s^*(\chi, \tau) + T_f^*(\tau, \chi) = 1 \quad (17)$$

Reprenons l'équation 15, il est possible de lui donner une écriture plus explicite :

$$T_f^*(\chi, \tau) - T_s^*(\chi, \tau) = e^{-\chi} e^{-\tau} \sum_0^\infty \frac{(\chi \cdot \tau)^n}{n! n!} \quad (18)$$

$$T_f^*(\chi, \tau) - T_s^*(\chi, \tau) = e^{-\chi} e^{-\tau} \left[1 + (\chi \cdot \tau) + \frac{(\chi \cdot \tau)^2}{4} + \frac{(\chi \cdot \tau)^3}{36} + \dots \right] \quad (19)$$

Cette écriture met aussi en évidence la symétrie en temps et en espace.

2.1. Le stockage thermique en tant que filtre

Le stockage thermique peut être considéré comme un ensemble de filtres RC placés en série. Les filtres transforment le signal d'entrée en un signal de sortie déphasé et d'amplitude différente. De même, le stockage transforme la température du fluide en entrée en une température en sortie déphasée et atténuée.

Pour un filtre d'ordre 1 soumis à un échelon en entrée, on peut écrire la transformée de Laplace de la température du fluide :

$$\overline{T_f^*}(s) = \frac{1}{s} \cdot \frac{1}{1+s} \quad (20)$$

Après application de la transformée inverse, on obtient :

$$T_f^*(\tau) = 1 - e^{-\tau} \quad (21)$$

Pour deux filtres d'ordre 1 en cascade, on a :

$$\overline{T_f^*}(s) = \frac{1}{s} \cdot \frac{1}{(1+s)^2} \quad (22)$$

d'où

$$T_f^*(\tau) = 1 - (1+\tau)e^{-\tau} \quad (23)$$

Enfin, pour n filtres d'ordre 1 en cascade :

$$\overline{T_f^*}(s) = \frac{1}{s} \cdot \frac{1}{(1+s)^n} \quad (24)$$

d'où

$$T_f^*(\tau) = 1 - e_{n-1}(\tau) \cdot e^{-\tau} \quad (25)$$

avec

$$e_n(\tau) = 1 + \frac{\tau}{1!} + \frac{\tau^2}{2!} + \frac{\tau^3}{3!} + \dots + \frac{\tau^n}{n!} \quad (26)$$

En exploitant la propriété de symétrie en espace et en temps, les termes de l'équation précédente représentent le comportement au cours du temps d'une succession d'éléments constituant le stockage. Ainsi, à un filtre est associée une épaisseur caractéristique L_u . En conséquence, l'ordre de l'ensemble des filtres correspond à la longueur du stockage $L = n \cdot L_u$ (fig. 1).

3. Comparaison modèle et résultats expérimentaux

On considère le cas de l'Ecostock[®], un module de stockage par chaleur sensible développé par la société Eco-Tech Ceram (figure 2). Le module est un container de $1,7 \times 1,7 \times 3$ m³ rempli de particules sphériques de bauxite (masse $m_s = 16\,000$ kg, $D=30$ mm de diamètre), traversé par un flux d'air. Essentiellement destiné à la récupération et la valorisation de chaleur fatale industrielle, il permet de stocker et restituer la chaleur jusqu'à 600°C [6]. Avec une charge typique réalisée par injection d'air à $T_{f,in} = 525^\circ\text{C}$ avec un débit massique $\dot{m}_f = 0,58$ kg.s⁻¹, la quantité de chaleur stockée s'élève à 1,9 MWh. Précédemment, Touzo et al. [7] ont présenté les avantages et les limites d'un tel système de stockage. En particulier, ils montrent l'intérêt

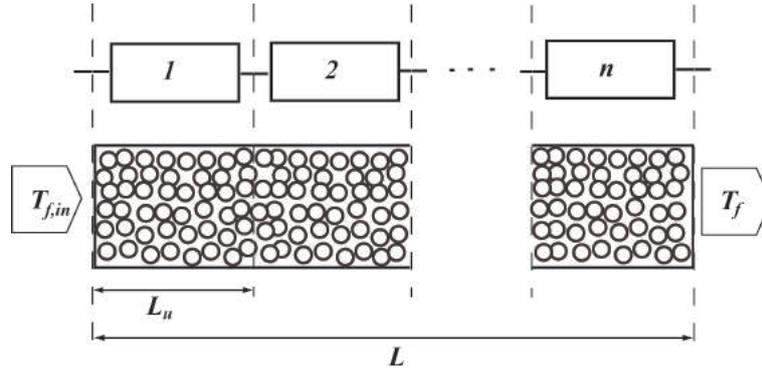


Figure 1 : Modélisation du stockage par des filtres en série

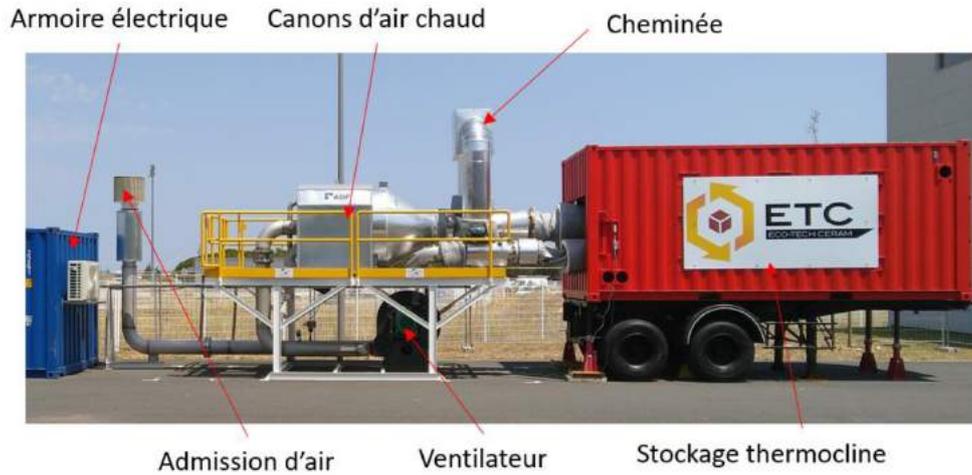


Figure 2 : Stockage thermocline Ecstock

d'un tel stockage qui permet d'assurer un lissage et une atténuation efficaces des variations de température et ainsi de valoriser des gisements de chaleur fluctuants.

À l'aide de la solution du modèle de Schumann, il est possible d'analyser ce stockage en considérant différentes épaisseurs de lit. Ainsi, lorsque l'on soumet ces épaisseurs à une sollicitation thermique, on constate un comportement de type filtre. À l'instar de ce qui est fait en automatique, on identifie l'épaisseur du lit qui possède un gain d'environ 20 décibels correspondant à un filtre d'ordre 1. Dans le cas considéré, l'épaisseur obtenue est $L_u = 0,18$ m comme l'illustre le diagramme de Bode de la figure 3. Ceci définit le module unité servant de base. On peut alors estimer le NUT_u correspondant au module unité :

$$NUT_u = \frac{6.h.(1 - \epsilon)L_u.S}{\dot{m}_f C_f D} \quad (27)$$

avec h le coefficient d'échange entre l'air et les particules et S la section du container ($S = 1,7 \times 1,7$ m²). h est obtenu à l'aide de la corrélation de Wakao et Kagueli [2]. Dans les conditions présentées ici, $h = 30$ W.m⁻².K⁻¹.

En se basant sur le temps adimensionnel utilisé précédemment et appliqué au module unité, on a :

$$\tau = NUT_u \frac{\dot{m}_f C_f}{m_{s,u} C_s} \left[t - \frac{m_f x}{\dot{m}_f L} \right] \quad (28)$$

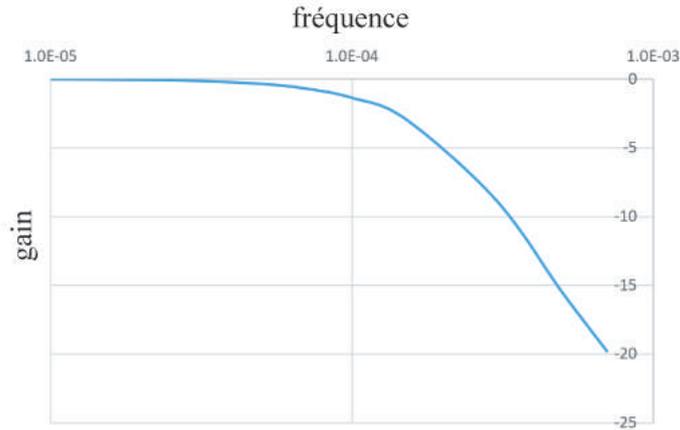


Figure 3 : Diagramme de Bode d'une épaisseur de lit de particules $L_u = 0,18$ m correspondant à un filtre d'ordre 1

En remarquant que, dans le cas de l'air, le second terme est négligeable, on peut alors exprimer le temps caractéristique par :

$$\theta_o = \frac{m_{s,u}C_s}{\dot{m}_f C_f NUT_u} \quad (29)$$

Compte tenu des propriétés du lit de particules, ce temps peut aussi s'écrire :

$$\theta_o = \frac{\rho_s C_s D}{6.h.(1 - \epsilon)} \quad (30)$$

Remarquons que θ_o est indépendant de L_u . Afin de rendre compte du temps caractéristique θ_u du module unité, il est nécessaire de faire intervenir un facteur correctif lié à sa longueur.

Par comparaison de la solution analytique basée sur le modèle de filtre avec les résultats expérimentaux, on identifie ce facteur correctif et ainsi le temps caractéristique du filtre θ_u qui s'écrit alors :

$$\theta_u = 2,8 \frac{\rho_s C_s D}{6.h.(1 - \epsilon)} \quad (31)$$

Ainsi, la température du fluide est donnée par :

$$T_f^*(t/\theta_u) = 1 - e_{n-1}(t/\theta_u).e^{-t/\theta_u} \quad (32)$$

La figure 4 présente l'évolution au cours du temps des températures adimensionnées T_f^* à différentes positions dans le stockage issues du modèle de filtres en série et la comparaison avec les valeurs expérimentales. On constate une bonne adéquation du modèle avec les résultats expérimentaux. Cette approche conduit à une représentation simple du phénomène couplé ayant lieu dans un stockage de type thermocline. Elle ouvre la possibilité de mener le dimensionnement d'un stockage de façon similaire à ce que l'on peut avoir avec, par exemple, les échangeurs de chaleur.

4. Conclusion

Nous considérons le stockage en chaleur sensible de type thermocline. Nous présentons une méthode de résolution basée sur la double transformée de Laplace permettant l'obtention de la solution analytique du modèle de Schumann. Nous proposons un modèle du stockage thermocline basé sur un ensemble de filtres RC placés en série. Le stockage est ainsi divisé en sous

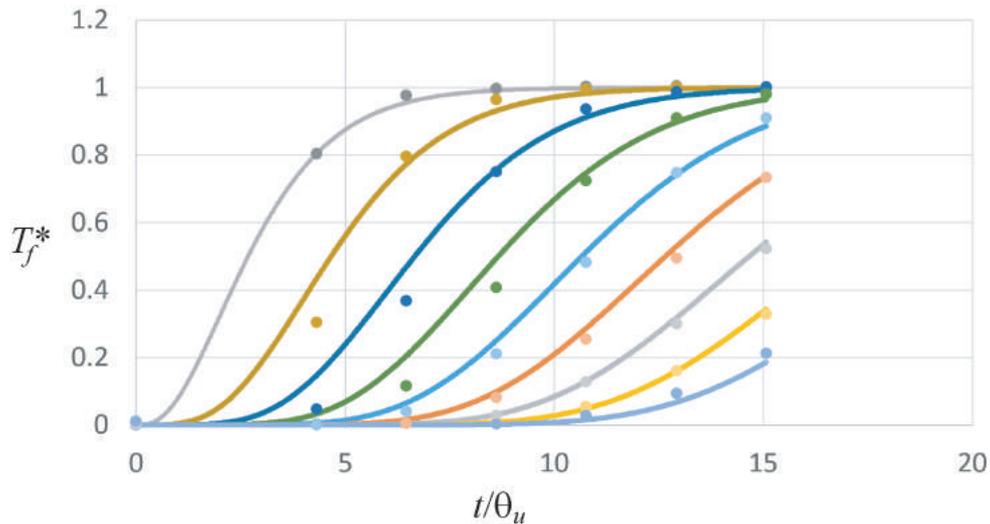


Figure 4 : Comparaison du modèle de filtres en série (courbes) et des résultats expérimentaux (points)

parties d'une longueur caractéristique correspondant à un filtre d'ordre 1 et possédant une dynamique thermique donnée par un temps caractéristique. En appliquant la transformée inverse de Laplace, on obtient une expression de la température du fluide au sein du stockage au cours du temps. Ce modèle simple est comparé aux résultats expérimentaux obtenus sur une installation de taille industrielle destinée à la récupération et la valorisation de chaleur fatale. Il s'agit désormais de consolider les résultats dans des conditions opératoires différentes, de tenir compte de l'influence de la température sur les propriétés du lit, ou encore de pouvoir tenir compte des phénomènes de diffusion axiale. . Cette nouvelle approche du stockage thermocline faciliterait son dimensionnement et permettrait de mener de façon rapide son optimisation et son pilotage en régime dynamique. L'intégration du stockage thermique à un réseau multi-énergie ou à une centrale solaire serait alors simplifiée.

Références

- [1] L. Miró, J. Gasia, L.F. Cabeza, Thermal energy storage (TES) for industrial waste heat (IWH) recovery : A review, *Appl. Energy*, 2016, 179 : 284–301.
- [2] T. Esence, A. Bruch, S. Molina, B. Stutz, J.F. Fourmigué, A review on experience feedback and numerical modeling of packed-bed thermal energy storage systems, *Sol. Energy*, 2017, 153 : 628–654.
- [3] J. A. Willmott, *Dynamics of Regenerative Heat Transfer*, Taylor & Francis Books, 2002.
- [4] R. R. Dhunde, G. L. Waghmare, Double Laplace Transform Method in Mathematical Physics, *Int. J. Theor. Math Physics*, 2017, 7(1) : 14-20.
- [5] H. Bateman, *Tables of integral transforms*, California, McGraw-Hill Book Company, INC. 1954.
- [6] A. Touzo, R. Olives, G. Dejean, D. P. Minh, M. El Hafi, J.-F. Hoffmann, X. Py. Experimental and numerical analysis of a packed-bed thermal energy storage system designed to recover high temperature waste heat : an industrial scale up, *J. Energy Storage*, 2020, 32 : 101894.
- [7] A. Touzo, R. Olives, G. Dejean, D. P. Minh, M. El Hafi, X. Py, Eco-Stock - Solution de stockage de la chaleur compétitive : Étude de la robustesse, *Congrès SFT* (Belfort, 2020).

Remerciements

Les auteurs souhaitent exprimer leur gratitude à la société Eco-Tech Ceram.