

# Mesure thermique indirecte en temps réel dans un four rayonnant par modèle réduit

## Indirect thermal measurement in real time in a radiant furnace by reduced model

Benjamin GAUME<sup>1\*</sup>, Yassine ROUIZI<sup>1\*</sup>, Frédéric JOLY<sup>1</sup>, Olivier QUEMENER<sup>1</sup>

<sup>1</sup>LMEE, Univ Evry, Université Paris-Saclay, 91020 Evry, France

\*(auteur correspondant : b.gaume@iut.univ-evry.fr)

**Résumé** - Nous proposons une méthode pour récupérer en temps réel l'intégralité du champ de température d'un four chauffé par une source thermique radiante, à partir de quelques points de mesure. La température de la source thermique rayonnante est d'abord identifiée via un modèle réduit d'ordre faible basé sur la méthode AROMM (Amalgam Reduced Order Modal Model) qui préserve l'intégrité de la géométrie, en utilisant pour le problème inverse un algorithme de régions de confiance. A partir de cette température identifiée, l'intégralité du champ thermique est alors récupérée par simulation directe grâce à un modèle réduit de rang supérieur afin d'obtenir une meilleure précision. L'application traitée est une pièce complexe en titane chauffée par deux panneaux radiants placés dans un four. A partir de deux points de mesure, la température de l'ensemble de la pièce chauffée est récupérée en temps réel, avec une erreur maximum de 6 % et une erreur moyenne de 2 K.

**Mots-clés** : Rayonnement thermique ; Modèle réduit ; problème inverse ; Radiosité ; Éléments finis.

**Abstract** - We propose a method to recover on line the entire temperature field of a furnace heated by a radiant heat source, from a few measuring points. The temperature of the radiant heat source is first identified via a low-order reduced model based on the AROMM (Amalgam Reduced Order Modal Model) method which preserves the integrity of the geometry. From this identified temperature, the thermal field is then recovered by direct simulation using a reduced model of higher order which leads to a better precision. The application which is presented here is a complex titanium piece heated by two radiant panels placed in the furnace. From two measurement points, the temperature of the heated piece is recovered on line, with an average error of 6 % and a mean error of 2 K.

**Keywords**: Thermal radiation; Reduced model; Inverse problem; Radiosity; Finite elements.

### Nomenclature

$e$	Épaisseur, m	<i>Symboles grecs</i>	
$F_{ij}$	Facteur de forme	$\varepsilon$	Emissivité
$h$	Coefficient d'échange, W/m <sup>2</sup> K	$\sigma$	Constante Stefan-Boltzmann, W.m <sup>-2</sup> .K <sup>-4</sup>
$T$	Température, K		
$\bar{T}$	Température moyenne d'une maille, K		

## 1. Introduction

La création d'un jumeau numérique d'applications industrielles pour des problèmes de transferts thermiques est aujourd'hui maîtrisée et est généralement réalisée par éléments finis. Cependant pour des géométries complexes (comme d'un tokamak ou d'un four industriel), la prise en compte du rayonnement thermique augmente considérablement le temps de calcul, ce qui

exclut les procédures itératives pour l'identification de paramètres dans un temps raisonnable. La simplification du problème radiatif devient alors nécessaire pour traiter des géométries plus complexes comme par les méthodes hiérarchiques pour identifier des émissivités [1] ou les modèles réduits modaux pour l'identification [2], ces derniers avaient déjà faits leurs preuves pour des problèmes de conduction [3, 4]. Les méthodes modales ne dégradent pas la géométrie, et donnent accès à l'ensemble du champ de température, ce qui est obligatoire pour une modélisation correcte du rayonnement. Une étude récente a adapté la méthode Amalgam Reduced Order Modal Model (AROMM) afin d'incorporer le rayonnement thermique par la méthode de radiativité [5]. Cet article présente une extension du travail précédent : l'identification d'une source de chaleur rayonnante pour reconstituer une scène thermique en temps réel.

## 2. Problème physique

Un objet en titane de forme complexe est placé sur un support dans un four industriel (voir Fig. 1 et Table 1). Cet objet est chauffé par deux tubes radiants dont la température interne  $T_{gaz}$  varie au cours du temps. Ces tubes sont entourés de réflecteurs paraboliques situés au sommet du four. L'échange thermique entre le four et l'extérieur est modélisé par un coefficient d'échange global équivalent  $h_{ext} = 1 \text{ W.m}^{-2}.\text{K}^{-1}$  (cette faible valeur modélise l'isolation du four). La température extérieure est constante  $T_{ext} = 293,15\text{K}$ . Les échanges convectifs entre les surfaces intérieures du four sont représentés par un coefficient constant  $h_{int} = 5 \text{ W.m}^{-2}.\text{K}^{-1}$  et une température du fluide  $T_{int}$  qui dépend de la température de toutes les surfaces internes. Enfin, la condition initiale est la température ambiante  $T_{(t=0)} = T_{ext}$ , et la durée de la simulation est  $5 \times 10^4 \text{ s}$ . On cherchera ici à identifier l'évolution temporelle de la température du gaz dans les tubes radiants  $T_{gaz}$  présentée figure 2, à partir de la mesure aux deux points A et B (figure 1), afin de reconstituer l'intégralité du champ de température au niveau de la pièce.

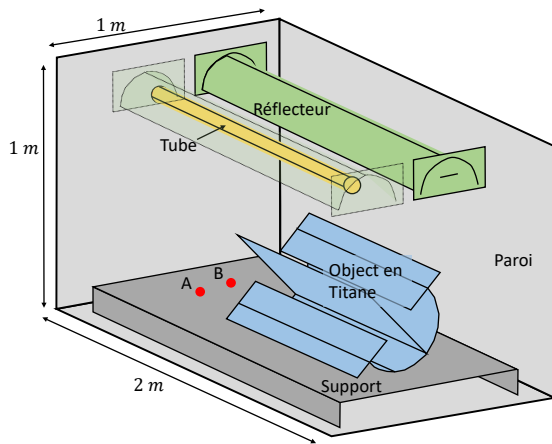


Figure 1 : Géométrie considérée.

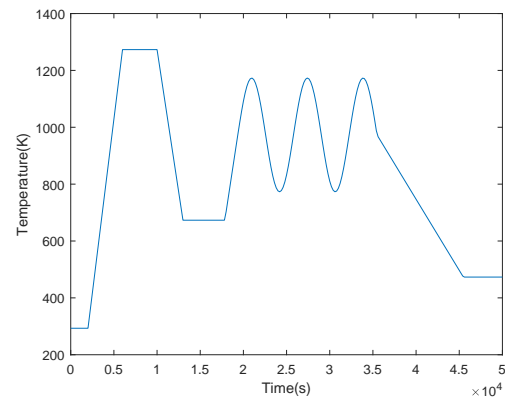


Figure 2 : Evolution de la température  $T_{gaz}$  du tube radiant

	Capacité $c [J.m^{-3}.\text{K}^{-1}]$	Conductivité $k [W.m^{-1}.\text{K}^{-1}]$	Emissivité totale hémisphérique $\varepsilon$	Epaisseur $e [m]$
Pièce	$2.35 \times 10^6$	21.9	0.8	0.001
Support	$3.95 \times 10^6$	16.3	0.95	0.005
Paroi	$0.18 \times 10^6$	45	0.95	0.01
Tube	$3.4 \times 10^6$	45	0.95	0.01
Réflecteur	$3.95 \times 10^6$	16.3	0.3	0.001

Tableau 1 : Caractéristiques des différents composants

La formulation discrète du problème thermique s'écrit :

$$\mathbf{C} \frac{d\mathbf{T}}{dt} = [\mathbf{K} + \mathbf{H}] \mathbf{T} + \mathbf{U}_0 + \mathbf{U}_{\text{cpl}} T_{\text{int}}(\mathbf{T}) + \bar{\mathbf{R}}_{\text{rad}} \bar{\mathbf{T}}^4 + T_{\text{gas}}(t) \mathbf{U}_{\text{tube}}. \quad (1)$$

Les différents termes sont les suivants :

- Le vecteur  $\mathbf{T}$  [ $N \times 1$ ] contient les températures aux différents noeuds du maillage.
- $\mathbf{C}$ ,  $\mathbf{K}$  et  $\mathbf{H}$  [ $N \times N$ ] sont des matrices creuses symétriques :  $\mathbf{C}$  est la matrice d'inertie,  $\mathbf{K}$  la matrice de conductivité, et  $\mathbf{H}$  rassemble l'ensemble des effets convectifs.
- Le vecteur  $\mathbf{U}_0$  correspond aux sollicitations avec l'extérieur du four et  $\mathbf{U}_{\text{cpl}}$  représente le terme d'échange convectif avec l'air interne au four, qui lui-même dépend de l'ensemble des températures des parois internes  $\Omega_{\text{int}}$  via un simple bilan énergétique :

$$T_{\text{int}}(T) = \frac{\int_{\Omega_{\text{int}}} h_{\text{int}} T d\Gamma}{\int_{\Omega_{\text{int}}} h_{\text{int}} d\Gamma}. \quad (2)$$

- Le vecteur  $\bar{\mathbf{T}}^4$  de dimension contient les températures moyennes à la puissance 4 des  $N_m$  mailles définies par la discrétisation spatiale. La matrice de rayonnement  $\bar{\mathbf{R}}_{\text{rad}}$  [ $N \times N_m$ ] reprend ainsi les termes issus du modèle des radiosités définis pour des corps gris diffus isotropes :

$$\forall j \in [1, N_p] \quad \sum_{i=1}^{N_p} \left[ \frac{\delta_{ji}}{\varepsilon_i} - \left( \frac{1}{\varepsilon_i} - 1 \right) F_{ji} \right] \bar{\varphi}_i = - \sum_{i=1}^{N_p} (\delta_{ji} - F_{ji}) \sigma \bar{T}_i^4, \quad (3)$$

- Le vecteur  $\mathbf{U}_{\text{tube}}$  permet de faire apparaître la source de chauffage du four, conditionné par la température du gaz présent dans les tubes radiants. En pratique, on impose au niveau de la paroi internes de ces tubes un coefficient d'échange avec le gaz très important égal à  $10\,000 \text{ W.m}^{-2}.\text{K}^{-1}$  : la température de la paroi des tubes correspond ainsi à  $T_{\text{gaz}}$ .

Ces équations permettent de résoudre le problème thermique pour une évolution donnée de la température  $T_{\text{gaz}}(t)$  des tubes radiants. Dans cette étude, nous allons les utiliser dans un processus itératif afin d'identifier cette température  $T_{\text{gaz}}$  à partir de la mesure de température accessibles aux deux points  $A$  et  $B$ . Cependant, compte tenu de la taille du système et surtout de l'existence du terme radiatif, ce type de calcul va alors nécessiter un temps très important incompatible avec un objectif de temps réel.

L'idée est alors de remplacer ce modèle dit complet par un modèle réduit capable de reproduire le même comportement mais avec des temps de simulation très courts.

### 3. Modèle réduit modal

Dans les méthodes modales, la température est recherchée comme une somme de fonctions spatiales connues appelées vecteurs propres  $V_i(M)$ , pondérées par des états d'excitations inconnus  $x_i(t)$  :

$$T(M, t) \approx \tilde{T}(M, t) = \sum_{i=1}^{\tilde{N}} x_i(t) V_i(M) \quad (4)$$

En projetant le problème thermique (1) sur la base  $\mathbf{V}$  [ $N \times \tilde{N}$ ] rassemblant les  $\tilde{N}$  vecteurs propres  $V_i(M)$ , on obtient le problème d'état suivant, où  $\mathbf{X}$  regroupe les  $\tilde{N}$  états d'excitation

$x_i(t)$  recherchés :

$$\mathbf{V}^t \mathbf{C} \mathbf{V} \frac{d\mathbf{X}}{dt} = \mathbf{V}^t [\mathbf{K} + \mathbf{H} + \mathbf{H}_{\text{cpl}}] \mathbf{V} \mathbf{X} + \mathbf{V}^t \mathbf{U}_0 + \mathbf{V}^t \mathbf{R}_{\text{rad}} \bar{\mathbf{T}}^4 + T_{\text{gaz}}(t) \mathbf{V}^t \mathbf{U}_{\text{tube}} \quad (5)$$

soit sous forme compacte :

$$\mathbf{L} \frac{d\tilde{\mathbf{X}}}{dt} = (\mathbf{M}_{\mathbf{K}} + \mathbf{M}_{\mathbf{H}}) \tilde{\mathbf{X}} + \mathbf{N}_0 + \bar{\mathbf{M}}_{\text{rad}} \bar{\mathbf{T}}^4 + T_{\text{gaz}}(t) \mathbf{N}_{\text{tube}} \quad (6)$$

avec :

$$\bar{\mathbf{T}} = {}^T \mathbf{U}_{\mathbf{R}} \mathbf{V} \mathbf{X} \quad (7)$$

Ces équations (6) et (7) sont résolues via un schéma temporel implicite du premier ordre à pas de temps constant. La connaissance des états d'excitations  $\mathbf{X}$  permet alors l'obtention des champs de température  $\tilde{\mathbf{T}}$  :

$$\tilde{\mathbf{T}} = \mathbf{V} \mathbf{X} \quad (8)$$

Bien évidemment le temps de calcul et la précision des résultats va dépendre de l'ordre de réduction choisie  $\tilde{N}$ .

L'estimation de l'efficacité de ce modèle réduit s'effectue sur un problème transitoire simple dans lequel on impose une température de gaz dans les tubes constante  $T_{\text{gaz}} = 1273 \text{ K}$  pendant  $50\,000 \text{ s}$ . Les résultats des simulations sont comparés aux champs de température  $\mathbf{T}(t)$  obtenus par résolution du problème complet (équations 1) qui a nécessité  $t_{\text{CPU}} \approx 6 \text{ h}$ , et sont présentés dans le tableau 2 pour différents ordres de modèles réduits. Les grandeurs présentées ici sont les suivantes :

$$\sigma_{\text{max}} = \max_{t,\Omega} |T - \tilde{T}|, \quad \varepsilon_{\text{max}} = \frac{\max_{t,\Omega} |T - \tilde{T}|}{\max_{t,\Omega}(T) - \min_{t,\Omega}(T)}, \quad \bar{\sigma} = \frac{1}{\Omega} \frac{1}{\tau} \int_0^\tau \int_0^\Omega |T - \tilde{T}| \quad (9)$$

Ces erreurs sont calculées soit pour toute la scène thermique, soit limitées à la pièce chauffée.

$\tilde{N}$	Scène complète			Pièce chauffée			$t_{\text{CPU}}(\text{s})$	Gain
	$\sigma_{\text{max}}(\text{K})$	$\varepsilon_{\text{max}}(\%)$	$\bar{\sigma}(\text{K})$	$\sigma_{\text{max}}(\text{K})$	$\varepsilon_{\text{max}}(\%)$	$\bar{\sigma}(\text{K})$		
20	98.64	10,0	3,31	84,30	8,9	2,69	10	$\times 2138$
50	83.92	8,6	1,15	66,91	7,1	1,18	30	$\times 712$
100	66.58	6,8	0,73	39,38	4,2	0,95	62	$\times 345$
150	74.24	7,6	0,65	33,37	3,5	0,73	95	$\times 225$
200	34.26	3,4	0,52	31,89	3,4	0,62	127	$\times 168$

Tableau 2 : Efficacité du modèle réduit

On obtient ainsi des erreurs tout à fait acceptables, pour des temps calculs cette fois compatibles avec l'objectif de résolution du problème inverse en temps réel. De façon logique, la précision des résultats ainsi que le temps calcul augmente avec l'ordre du modèle réduit, un optimum est alors nécessaire, qui dépend de l'objectif :

- pour la procédure inverse particulièrement gourmande en temps calcul et qui ne nécessite une bonne précision qu'aux deux points de mesure A et B, on choisit un ordre de réduction faible  $\tilde{N} = 20$ ,
- lors de l'unique simulation permettant la reconstruction du champ thermique sur la pièce, l'ordre est cette fois plus élevé  $\tilde{N} = 150$ .

Notons que ce calcul rapide n'est possible que parce qu'un certain nombre de calculs coûteux en temps CPU sont préalablement effectués en amont du processus industriel. On a ainsi :

- les calculs liés au rayonnement :
  - l'ensemble des facteurs de formes  $F_{ij} : t_{CPU} \approx 1h$ ,
  - la matrice de radiosité  $\bar{\mathbf{R}}_{rad} : t_{CPU} \approx 8h$ ,
- la construction du modèle réduit :  $t_{CPU} \approx 7mn$ ,

#### 4. Procédure d'identification

Le principe de la procédure d'identification consiste à minimiser un critère quadratique entre les  $N_{mes}$  températures mesurées  $Y$  et à chacun des  $N_t$  pas de temps, et la température simulée correspondante  $\hat{Y}$  qui dépend de la valeur recherchée  $T_{gaz}(t)$  :

$$J = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{N_t} \sum_{j=1}^{N_{mes}} \left( Y_{ij} - \hat{Y}_{ij}(T_{gaz,i}) \right) \quad (10)$$

Cette minimisation est réalisée selon l'algorithme de régions de confiance (utilisable dans la fonction d'optimisation MATLAB "*lsqcurvefit*").

Dans cette étude la période de mesure de température aux deux points A et B est de 200 s pour une durée totale du processus de 50 000 s. Cette étude est purement numérique, ainsi ces mesures sont obtenues à partir de la résolution du problème complet (équation 1) à laquelle on ajoute un bruit blanc  $\sigma_b = 2 K$ .

Compte tenu du nombre important de paramètres à identifier au cours du temps, une stratégie de fenêtre temporelle glissante [3] est utilisée ici, dont le principe est présenté sur la figure 3, et qui se découpe en trois phases :

- Phase 1 : Dans cette étape préliminaire, la taille de fenêtre choisie est de  $\Delta t_{ident} = 1\,000\ s$  (5 pas de temps).
- Phase 2 : la taille de la fenêtre augmente de  $\Delta t_{ident} = 1\,000\ s$  à  $\Delta t_{ident} = 3\,000\ s$  avec un pas de 200 s. Le résultat de l'identification sur l'ensemble  $\Delta t_{ident}$  est ainsi enrichie à chaque augmentation de la taille de la fenêtre.
- Phase 3 : Dans cette dernière phase, la fenêtre se décale de 200 s et conserve sa dimension de 15 pas de temps de 200 s.

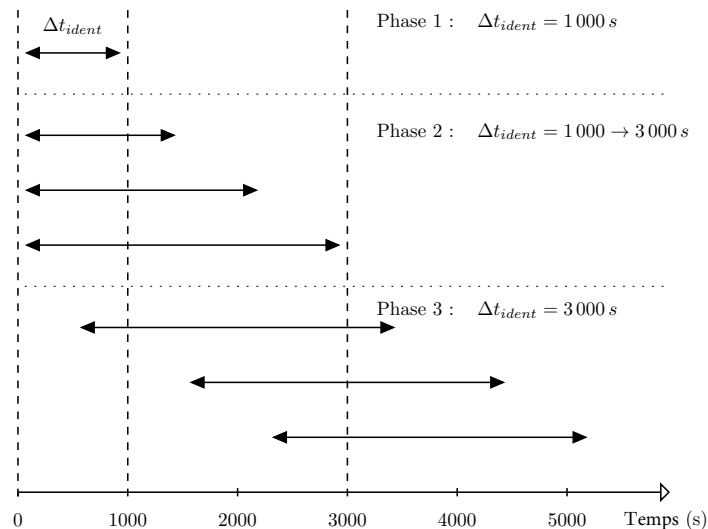


Figure 3 : Stratégie d'identification par fenêtre glissante

L'utilisation du modèle réduit d'ordre  $\tilde{N} = 20$  pour le processus d'identification amène aux résultats présentés sur la figure 4.

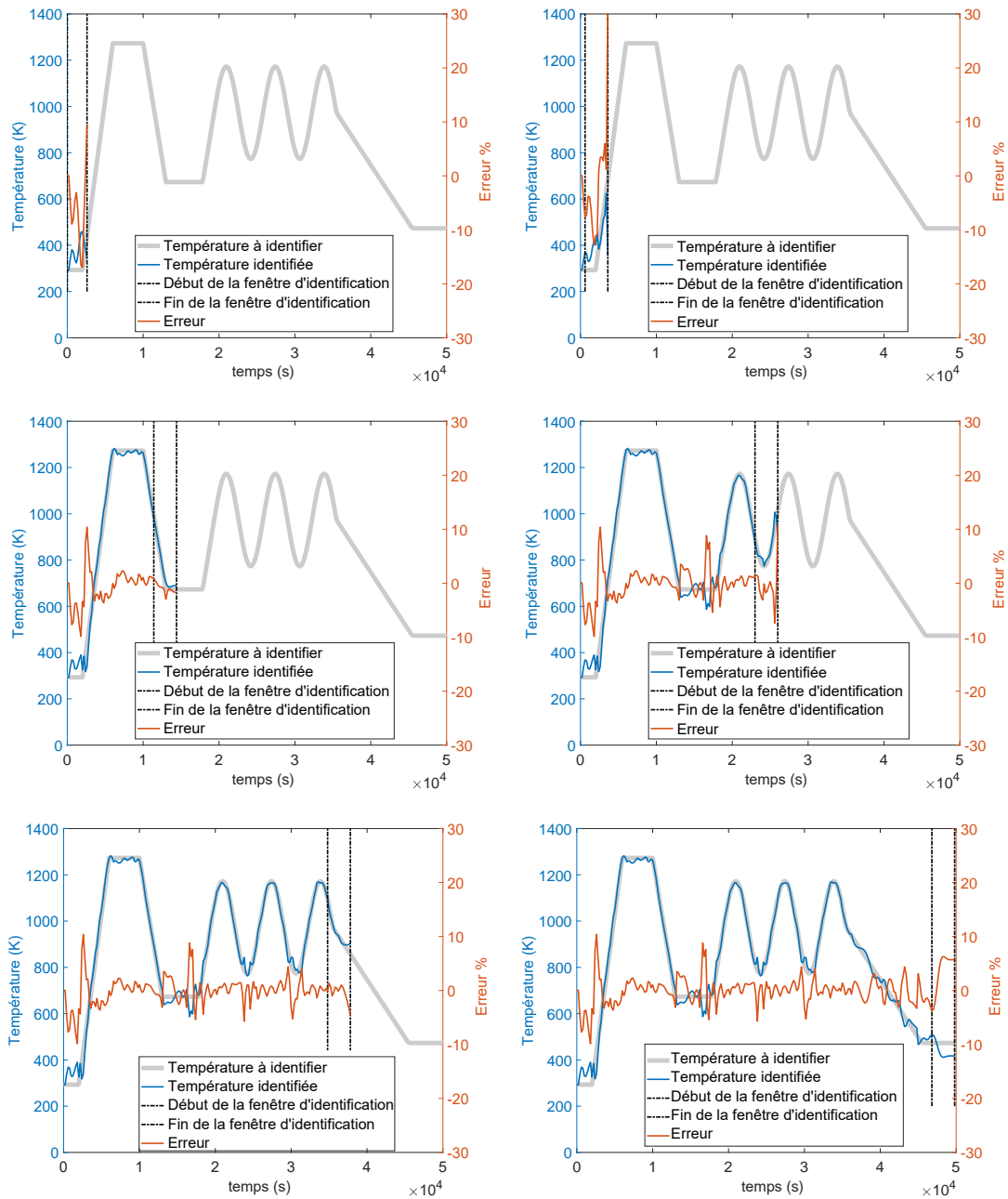


Figure 4 : Identification de la température dans les tubes radiants  $T_{gaz}$  au cours du temps à l'aide d'un modèle réduit  $\tilde{N} = 20$  and  $\sigma_N = 2 K$

Il est possible de quantifier précisément l'erreur d'identification sur toute la durée du processus, avec :

- une erreur maximum :  $\max_t |T_{gaz} - \tilde{T}_{gaz}| = 114,5 K$ , soit 11,8 % par rapport à l'amplitude de variation de la température  $T_{gaz}$ ,
- une erreur moyenne :  $\sqrt{\frac{1}{\tau} \int_0^\tau \|T_{gaz} - \tilde{T}_{gaz}\|^2} = 25.0 K$ , soit 2,55 %.

L'ensemble de cette identification sur 50 000 s a nécessité un temps CPU égal à 4562 s, ce qui permet d'identifier la source avec un retard dû à l'identification de l'ordre de 18 s, très inférieur à la période de mesure de 200 s : nous avons bien une identification en ligne.

## 5. Reconstruction des champs thermiques de la pièce chauffée

A partir de l'obtention de la température du gaz dans les deux tubes radiants, il est alors possible de recalculer l'évolution de température de la géométrie considérée, avec un modèle réduit de plus grande taille ( $\tilde{N} = 150$ ) qui doit permettre d'obtenir une erreur acceptable sur la pièce. Les résultats de simulation, soit à partir de l'évolution exacte de la température  $T_{gaz}(t)$ , soit à partir de son identification  $\tilde{T}_{gaz}(t)$ , sont présentés dans le tableau 3. La reconstruction sur la durée complète du processus de 50 000 s a été effectuée en un temps CPU de 95 s.

	Scène complète		Pièce chauffée	
	$T_{gaz}$ exacte	$\tilde{T}_{gaz}$ identifiée	$T_{gaz}$ exacte	$\tilde{T}_{gaz}$ identifiée
$\sigma_{max}$ (K)	60,8	114,5	29,5	38,3
$\varepsilon_{max}$ (%)	6,2	11,8	4,50	5,8
$\bar{\sigma}$ (K)	1,22	2,14	1,30	1,92

Tableau 3 : Résultats de reconstruction

La différence de précision obtenue entre la simulation effectuée à partir de la température exacte  $T_{gaz}$  et la température identifiée  $\tilde{T}_{gaz}$  montre l'impact de la procédure d'identification : Sur la scène complète, l'augmentation importante de l'erreur maximum  $\sigma_{max}$  correspond exactement à l'erreur maximum d'identification  $\tilde{T}_{gaz}$ . Si on se limite à la pièce chauffée, l'augmentation de l'erreur est très raisonnable ( $\sigma_{max}$  passe de 29,5 à 38,3 K). Ceci est en partie dû à l'inertie du matériau, mais également au filtrage lié à l'utilisation du modèle réduit : en effet ce dernier a été construit à partir de vecteurs propres  $V_i$  caractérisées par des constantes de temps qui limitent la capacité du modèle à reconstruire des dynamiques rapides.

La figure 5 représente les champs de température et le champ erreur à l'instant où l'erreur de reconstruction sur la pièce est maximum ( $t = 6000$  s), pour une simulation effectuée à partir de la température identifiée  $\tilde{T}_{gaz}$ . Sur la figure représentant le champ de température sur la pièce à chauffer, le contour tracé en blanc correspond à un gradient de 10K.

## 6. Conclusion

Dans [5], les méthodes AROMM et de radiativité ont été combinées pour construire un modèle réduit capable de traiter le problème de transfert de chaleur dominé par l'effet radiatif. Dans cette étude, nous avons utilisé cette technique pour identifier une source de chaleur radiative dépendant du temps dans un temps raisonnable à partir de quelques points de mesure, afin de reconstruire l'ensemble de la scène thermique. Dans l'exemple présenté correspondant à un traitement thermique d'une durée de 50 000 s, la procédure totale (identification et reconstruction) ne dépasse pas 5 000 s, et entraîne sur la pièce chauffée une mesure indirecte complète caractérisée par une erreur maximum inférieure à 6 % très localisée, compte tenu de la faible valeur de l'erreur moyenne (inférieure à 2 K). Ces premiers résultats très satisfaisants démontrent l'intérêt de la méthode AROMM pour le problème de transfert de chaleur dominé par le rayonnement et ouvrent la voie vers des identifications plus complexes tel que l'identification de sources multiples ou l'implémentation de la méthode d'identification dans une boucle de contrôle en temps réel.

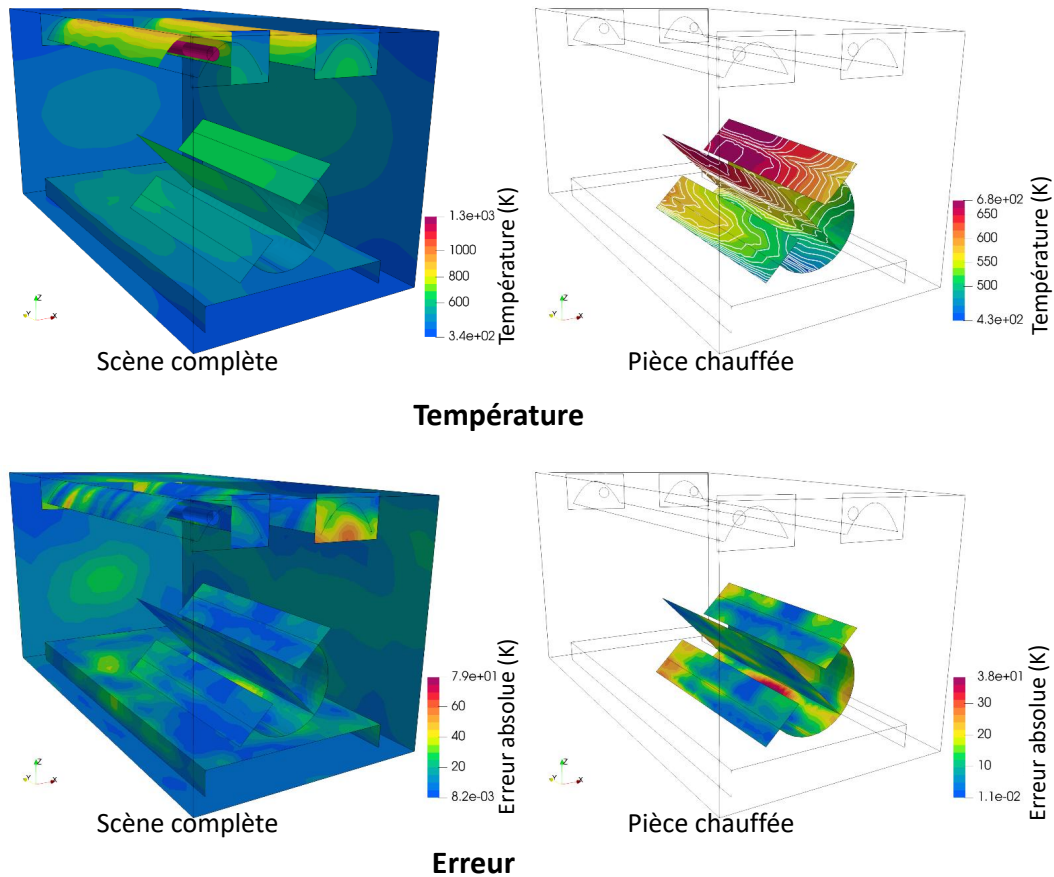


Figure 5 : Reconstruction de la scène thermique avec un modèle réduit d'ordre  $\tilde{N} = 150$ , à partir d'une identification utilisant un modèle réduit d'ordre  $\tilde{N} = 20$  : Températures et champs erreur à  $t = 6\,000\text{ s}$

## Références

- [1] M.-H. Aumeunier, J. Gerardin, C. Talatizi, M. Le Bohec, M. Ben Yaala, L. Marot, T. Loarer, R. Mitteau, J. Gaspar, F. Rigollet, X. Courtois, M. Houry, A. Herrmann, M. Faitsch, Infrared thermography in metallic environments of west and asdex upgrade, Nuclear Materials and Energy 26 (2021) 100879. doi:<https://doi.org/10.1016/j.nme.2020.100879>.
- [2] M. Girault, Y. Liu, Y. Billaud, A. M. Benselama, D. Saury, D. Lemonnier, Reduced order models for conduction and radiation inside semi-transparent media via the modal identification method, IJHMT 168 (2021) 120598. doi:<https://doi.org/10.1016/j.ijheatmasstransfer.2020.120598>.
- [3] S. Carmona, Y. Rouizi, O. Quéméner, F. Joly, A. Neveu, Estimation of heat flux by using reduced model and the adjoint method. application to a brake disc rotating, IJTS 131 (2018) 94–104. doi:<https://doi.org/10.1016/j.ijthermalsci.2018.04.036>.
- [4] S. Carmona, Y. Rouizi, O. Quéméner, Spatio-temporal identification of heat flux density using reduced models. application to a brake pad, IJHMT 128 (2019) 1048 – 1063. doi:<https://doi.org/10.1016/j.ijheatmasstransfer.2018.09.043>.
- [5] B. Gaume, F. Joly, O. Quéméner, Modal reduction for a problem of heat transfer with radiation in an enclosure, IJHMT 141 (2019) 779 – 788. doi:<https://doi.org/10.1016/j.ijheatmasstransfer.2019.07.039>.