

# Optimisation d'un micro-échangeur à partir d'un bilan entropique.

## Second law analysis for a micro heat exchanger optimization.

Emna DELLALI<sup>1</sup>, François LANZETTA<sup>1\*</sup>, Sylvie BEGOT<sup>1</sup>, Jean-Yves RAUCH<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Institut FEMTO-ST, Univ. Bourgogne Franche-Comté, CNRS

Département Energie, Parc technologique, 2 avenue Jean Moulin, 90000 Belfort.

<sup>2</sup> Institut FEMTO-ST, Univ. Bourgogne Franche-Comté, CNRS

Département AS2M, 24 rue Savary, F-25000 Besançon, France, 25000 Besançon.

\*(auteur correspondant : [francois.lanzetta@univ-fcomte.fr](mailto:francois.lanzetta@univ-fcomte.fr))

**Résumé** – L'objectif de cet article est de déterminer les performances optimales d'un micro-échangeur verre/silicium réalisé en technologie de salle blanche pour lequel des corrélations de coefficient de frottement ont été établies en écoulement de gaz monodirectionnel continu. Nous montrons que les irréversibilités causées par les pertes de charge sont supérieures à celles générées par les irréversibilités thermiques. Nous avons ainsi défini un facteur adimensionnel de production d'entropie qui présente un minimum en fonction du nombre de Reynolds de l'écoulement.

**Mots-clés** : bilan entropique, micro-échangeur, coefficient de frottement, optimisation.

**Abstract** – This paper concerns the determination of the optimal performance of a glass/silicon micro heat exchanger made in clean room technology for which friction coefficient correlations have been established in continuous monodirectional gas flow. We show that the irreversibilities caused by pressure drops are higher than those generated by thermal irreversibilities. We have thus defined a dimensionless entropy production factor which presents a minimum as a function of the Reynolds number.

**Keywords:** Second law analysis, micro heat exchanger, friction factor, optimization.

### Nomenclature

$a$	constante	$\dot{S}$	flux d'entropie, W.K <sup>-1</sup>
$c_p$	chaleur spécifique, J.kg <sup>-1</sup> K <sup>-1</sup>	$T$	température, K
$D_h$	diamètre hydraulique, m	<i>Symboles grecs</i>	
$E$	efficacité thermique	$\Delta$	différence
$f$	coefficient de frottement	$\varepsilon$	porosité
$L$	longueur, m	$\mu$	viscosité dynamique, Pa.s
$\dot{m}$	débit massique, kg.s <sup>-1</sup>	$\rho$	masse volumique, kg.m <sup>-3</sup>
$N$	facteur adimensionnel de production d'entropie	$\Theta$	paramètre adimensionnel
$P$	pression	<i>Indices et exposants</i>	
$\dot{Q}$	flux thermique, W	<i>film</i>	film
$Re$	nombre de Reynolds	<i>g</i>	gaz
$R_{th}$	résistance thermique linéaire, m. K.W <sup>-1</sup>	<i>gen</i>	généré
$S$	surface d'échange, m <sup>2</sup>	<i>opt</i>	optimal
		<i>p</i>	paroi
		1,2	entrée, sortie

## 1. Introduction

Le développement quasi exponentiel des MEMS (Micro-Electro-Mechanical-Systems) dans l'industrie permet d'augmenter la densité de composants sur différents supports électroniques

et informatiques [1]. L'accroissement résultant des sources de chaleur locales nécessite alors d'intensifier les transferts thermiques de chaleur dans le but de refroidir ces composants. Le refroidissement peut être réalisé à partir d'échangeurs fonctionnant avec des fluides en écoulements monophasiques gazeux, liquides, avec changement de phase [2], [3]. Nous avons conçu un micro-échangeur à base d'assemblages de parois en verre et silicium constituant des canaux de dimensions micrométriques traversé par un gaz dans le but d'évacuer le flux de chaleur produit sur des surfaces de quelques millimètres carrés. En régime permanent, les écoulements en micro-canal avec transfert de chaleur sont le siège de transferts thermiques et de pertes de charge fonctions des conditions géométriques (diamètre hydraulique, longueur, surface) et thermo-fluidiques (masse volumique, viscosité, chaleur spécifique). La disparité dans les résultats obtenus dans la littérature concernant les micro-écoulements en régime permanent est essentiellement due aux effets de raréfaction, de rapport d'aspect du micro-canal et de la rugosité de la paroi. En effet, des études portées sur des micro-échangeurs thermiques montrent que les échanges thermiques sont nettement améliorés contre une augmentation de pertes de charge pour les micro-écoulements [4]. Des études effectuées sur des micro-écoulements d'azote, d'hélium et d'argon montrent qu'en régime laminaire, pour des faibles débits massiques, le coefficient d'échange thermique convectif se trouve réduit par rapport à celui escompté par calculs, ce décalage étant plus notable pour des faibles débits [5]. Il est également souligné l'importance de la conduction axiale dans les parois et sa prépondérance par rapport à celle dans le fluide ce qui favorise le mélange et diminue ainsi l'efficacité du micro-échangeur.

Dans cet article, un bilan entropique permet de distinguer la part entre les irréversibilités fluidiques (frottements visqueux) et thermiques en fonction du débit de gaz, du coefficient de frottement et du nombre de Reynolds. Nous comparons nos résultats à quelques résultats issus de la littérature. La méthodologie générale permet de montrer que la production d'entropie adimensionnelle présente une valeur optimale (minimale) en fonction du nombre de Reynolds afin, par exemple, d'optimiser le débit massique en fonction du diamètre hydraulique du micro-échangeur pour des conditions thermiques données.

## 2. Modèle entropique

La figure 1 présente le micro-échangeur qui est constitué de parois de verre sur substrat silicium [6]. Les plots en silicium sont de type rectangle oblong. Le micro-échangeur est traversé par un fluide gazeux (azote) de débit massique  $\dot{m}$  constant et unidirectionnel. La température moyenne de paroi de l'échangeur est  $T_p$ . Le flux de chaleur transporté par le fluide s'écrit alors :

$$\dot{Q} = \dot{m} c_p (T_1 - T_2) \quad (1)$$

On définit la production de flux d'entropie  $\dot{S}_{gen}$  [5] [6] par :

$$\dot{S}_{gen} = \frac{\dot{Q}}{T_1^2} \Delta T_g + \frac{8 f \dot{m}^3 L}{\rho^2 \pi^2 D_h^5 T_1} \quad (2)$$

ainsi que le facteur adimensionnel de production d'entropie  $N_S$  rapporté à la température d'entrée du fluide dans le micro-échangeur [7] [8]:

$$N_S = \frac{T_1 \dot{S}_{gen}}{\dot{Q}} = N_{S,\Delta T} + N_{S,AP} \quad (3)$$

Les quantités  $N_{S,\Delta T}$  et  $N_{S,\Delta P}$  représentent, sous formes adimensionnées, les parts de flux d'entropies produits par les irréversibilités d'origines thermiques ( $N_{S,\Delta T}$ ) et fluidiques ( $N_{S,\Delta P}$ ), respectivement. On définit l'efficacité thermique  $E$  de l'échangeur :

$$E = \frac{T_1 - T_2}{T_1 - T_p} \quad (4)$$

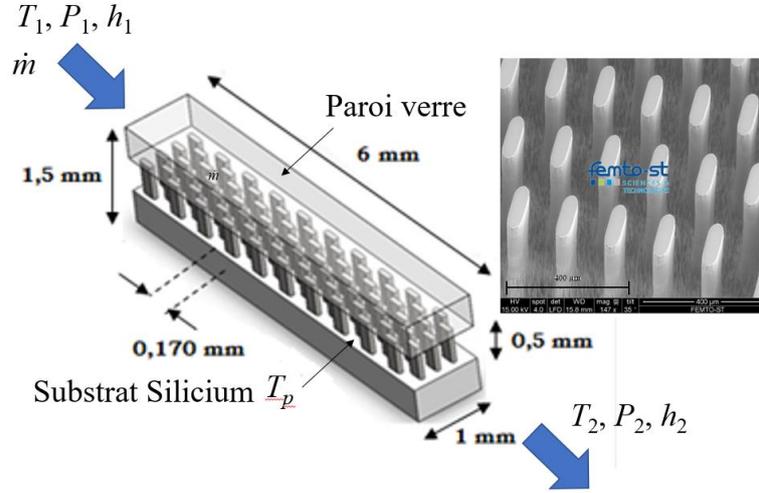


Figure 1 : Micro-échangeur verre silicium (plots de types rectangles oblongs)

et la résistance thermique  $R_{th}$  entre le fluide en écoulement (azote) et la paroi de l'échangeur, rapportée à la longueur  $L$  de l'échangeur [9] :

$$R_{th} = \frac{L}{\dot{m} c_p} \left( \frac{1}{E} - \frac{1}{2} \right) \quad (5)$$

D'autre part, le coefficient de frottement  $f$  du fluide au sein d'un micro-échangeur peut être exprimé sous la forme générale [10]:

$$f(Re) = a_0 + \sum_{i=1}^n a_i Re^{b_i} \quad (6)$$

où les constantes  $a_i$  ( $0 \leq i \leq n$ ) sont identifiées pour des conditions d'écoulements variables (unidirectionnels ou alternés) selon les auteurs (tableau 1). Ainsi, dans nos travaux, Dellali [6] nous avons considéré l'écoulement gazeux unidirectionnel pour deux valeurs différentes de porosité ( $\varepsilon = 0,8$  et  $\varepsilon = 0,9$ ) et deux intervalles de nombres de Reynolds correspondants.

On définit le paramètre adimensionnel  $\Theta$  qui s'apparente à une résistance thermique adimensionnelle :

$$\Theta = \frac{R_{th} \dot{Q}}{T_1 L} \quad (7)$$

On aboutit à l'expression générale caractérisant la production d'entropie adimensionnée  $N_S$  au sein du micro-échangeur :

$$N_S = \underbrace{\Theta + \frac{T_1 - T_2}{2T_1}}_{N_{S,\Delta T}} + \underbrace{\frac{\pi \mu^3 R_{th} Re^3}{8 \rho^2 D_h^2 \Theta T_1} f(Re)}_{N_{S,\Delta P}} \quad (8)$$

L'étude théorique permet de mettre en évidence les performances thermo-fluidiques du micro-échangeur et d'en déterminer ses caractéristiques optimales. Nous allons tracer les évolutions de la production d'entropie adimensionnée  $N_s$  en fonction du paramètre de température adimensionnel  $\Theta$  et du nombre de Reynolds  $Re$  calculé sur la base du diamètre hydraulique  $D_h$  du microcanal.

Auteurs	Géométrie	Exposants de la loi de frottement					Domaine de validité
		$a_0$	$a_1$	$b_1$	$a_2$	$b_2$	
Dellali [6]	Plots rectangulaires oblongs	/	103	-0.916	/	/	$2 < Re_{Dh} \leq 42$ $\varepsilon = 0.8$
Dellali [6]	Plots rectangulaires oblongs	/	172	-0.916	/	/	$5 < Re_{Dh} \leq 95$ $\varepsilon = 0.9$
Hsu et al. [2]	Grilles métalliques	1	109.3	-1	5	-0.5	$0.27 \leq Re_{Dh} \leq 2600$ $0.7 \leq \varepsilon \leq 0.8$
Ibrahim et al. [11]	Feuilles métalliques	/	153	-1	0.127	0.01	$10 \leq Re_{Dh} \leq 200$ $\varepsilon = 0.85$
Tanaka [12]	Treillis métalliques	1.6	175	-1	/	/	$10 \leq Re_{Dh} \leq 2000$ $0.37 \leq \varepsilon \leq 0.95$
Vanapalli [13]	Plots rectangulaires	/	87.1	-0.8	/	/	$20 \leq Re_{Dh} \leq 30$ $\varepsilon = 0.75$

Tableau 1 : *Exposants de la loi du coefficient de frottement*  $f(Re) = a_0 + \sum_{i=1}^n a_i Re^{b_i}$  [6].

A partir de l'équation (8), nous pouvons identifier les valeurs  $\Theta_{opt}$  et  $Re_{opt}$  qui minimisent le facteur de production d'entropie adimensionnel  $N_s$ . La méthode consiste à annuler les dérivées premières et à déterminer les paramètres optimaux  $\Theta_{opt}$  et  $Re_{opt}$  correspondants.

$$\frac{\partial N_s}{\partial \Theta} = 0 \Rightarrow \Theta_{opt} = \sqrt{\frac{\pi}{8} \frac{\mu^3 R_{th}}{\rho^2 D_h^2 T_1} Re^3 f(Re)} \quad (9)$$

et 
$$\frac{\partial N_s}{\partial Re} = 0 \Rightarrow Re_{opt} = 0 \quad (10)$$

### 3. Exploitation du modèle

Le modèle que nous avons développé est exploité dans les conditions d'écoulement rappelées dans le tableau 2. Le débit de gaz  $\dot{m}$  est imposé. Les dimensions du micro-échangeur sont rappelées sur la figure 1, les propriétés thermofluidiques du gaz (azote) sont prises à la température moyenne  $T_{moy} = (T_1 + T_2)/2$ . Le micro-échangeur a été développé en tant que régénérateur (écoulement alterné) dans le travail de Dellali [6], il sera exploité en écoulement continu unidirectionnel dans un travail futur. Les températures d'entrée et sortie seront mesurées par des microsondes de température (microthermocouples de type K de 7,6  $\mu\text{m}$  de diamètre, développés au laboratoire). Dellali [6] a extrait deux corrélations concernant le coefficient de frottement  $f$  à partir d'une simulation numérique que nous comparons à celles

issues de la littérature (figure 2). La difficulté de comparer ce type de corrélation provient des géométries différentes bien que les diamètres hydrauliques présentent des valeurs similaires.

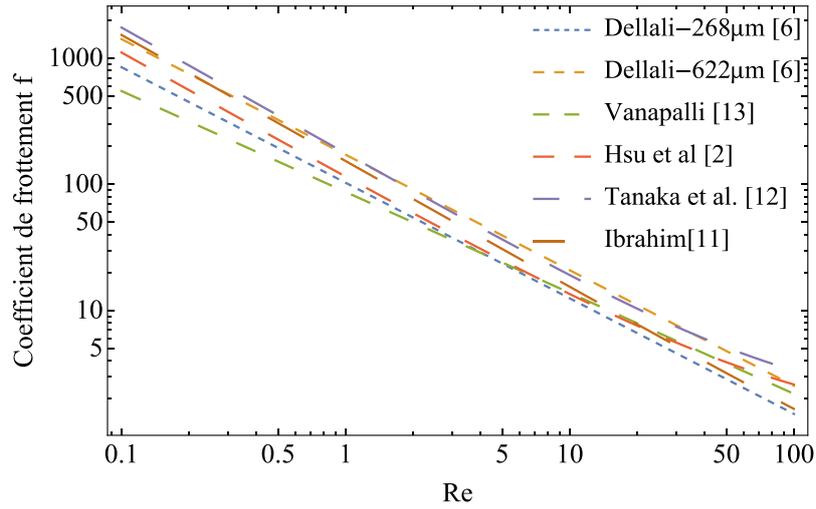


Figure 2 : Comparaison des coefficients de frottement  $f$  en fonction du nombre de Reynolds  $Re$  pour  $0.1 < Re < 100$

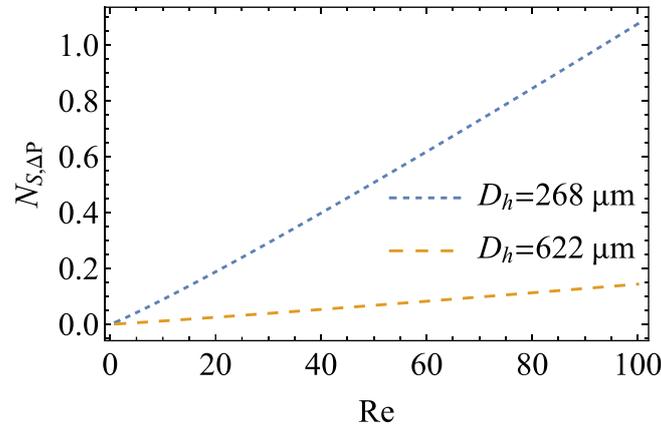


Figure 3 : Production d'entropie fluide adimensionnelle  $N_{S,\Delta P}$

Fluide (Propriétés à $T$ (K))	Azote
Viscosité dynamique (Pa.s)	$\mu(T) = (3.10^{-9}T^3 - 6.10^{-6}T^2 + 0.0077T - 0.034)10^{-5}$
Chaleur spécifique (J.kg <sup>-1</sup> .K <sup>-1</sup> )	$c_p(T) = 8.10^{-15}T^6 - 2.10^{-11}T^5 + 2.10^{-8}T^4 - 8.10^{-6}T^3 + 0.0018T^2 - 0.1802T + 1045.9$
Masse volumique (kg.m <sup>-3</sup> )	$\rho(T) = 8.10^{-16}T^6 - 2.10^{-12}T^5 + 3.10^{-9}T^4 - 2.10^{-6}T^3 + 0.0006T^2 - 0.1033T + 9.602$
Débit (kg.s <sup>-1</sup> )	$0 < \dot{m} < 0.001$
Micro-échangeur	
Entrée (K)	$298 < T_1 < 310$
Sortie (K)	$295 < T_2 < 305$
Longueur (m)	$L = 0.06$
Porosité	$\varepsilon = 0.80$ et $\varepsilon = 0.90$
Efficacité thermique	$0 < E < 1$

Tableau 2 : Données numériques

La production d'entropie fluide adimensionnelle  $N_{S,AP}$  (figure 3) croît logiquement avec le nombre de Reynolds et nous vérifions la valeur minimale  $Re_{opt}$  qui correspond bien à la condition  $Re = 0$  (équation 10). La figure 4 présente le rapport des productions d'entropies adimensionnelles fluide  $N_{S,AP}$  et thermique  $N_{S,AT}$ . Les irréversibilités fluidiques prennent le pas sur les irréversibilités thermiques. En effet, pour  $Re > 5$ , le faible gradient de température aux extrémités du micro-échangeur,  $T_1 = 303$  K et  $T_2 = 305$  K, génère de faibles irréversibilités comparées à celles engendrées par les pertes de charge.  $N_S$  croît avec le nombre de Reynolds  $Re$  et décroît avec le diamètre hydraulique  $D_h$ . Ainsi, pour  $Re > 20$ ,  $N_S|_{268\mu m} \approx 7,5 N_S|_{622\mu m}$  (Figure 5).

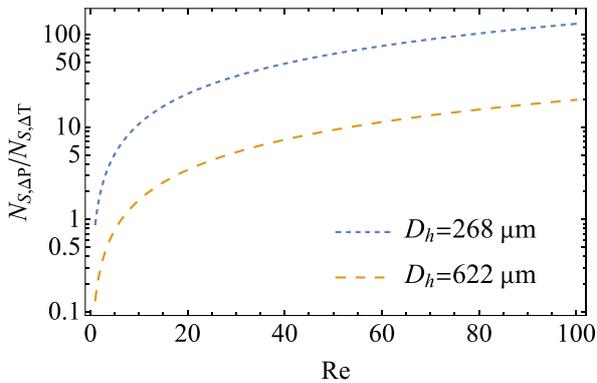


Figure 4 : Rapport des productions d'entropies adimensionnelles fluidique et thermique en fonction de  $Re$  [6] ( $T_1 = 303$  K et  $T_2 = 305$  K)

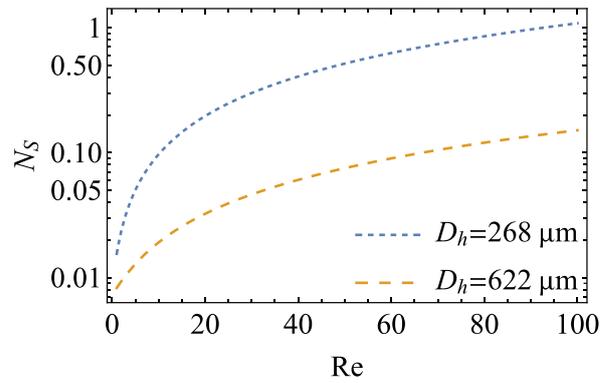


Figure 5 : Production d'entropie adimensionnelle totale  $N_S = N_{S,AT} + N_{S,AP}$  en fonction de  $Re$  [6]

Notre géométrie de microcanaux constitués de plots rectangulaires oblongs et les porosités correspondantes sont proches de celles proposées par Vanapalli [13]. C'est pour cela que dans la suite de l'article, nous comparerons principalement nos résultats à ceux de Vanapalli. Nos résultats présentent des valeurs très proches pour  $D_h = 268 \mu m$  quel que soit  $\Theta$ , ce qui n'est pas le cas pour  $D_h = 622 \mu m$ , diamètre pour lequel nos résultats convergent pour  $\Theta \rightarrow 0.2$ . Pour le micro-échangeur de diamètre hydraulique  $D_h = 268 \mu m$ , la valeur de  $\Theta$  qui minimise la production d'entropie ( $N_S = 0.045$ ) est  $\Theta_{opt} = 0.02$  (Figure 6 et équation 9).

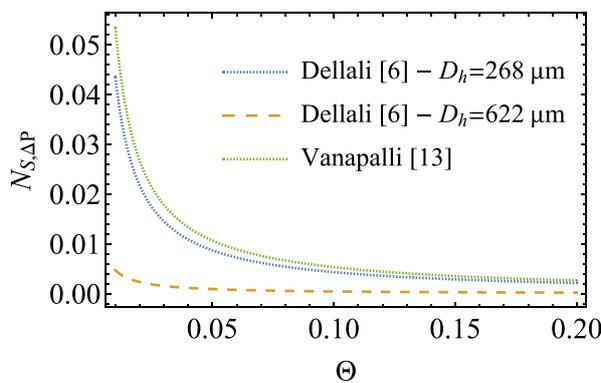


Figure 5 : Production d'entropie fluide adimensionnelle  $N_{S,AP}$  en fonction de  $\Theta$  ( $Re = 10$ )

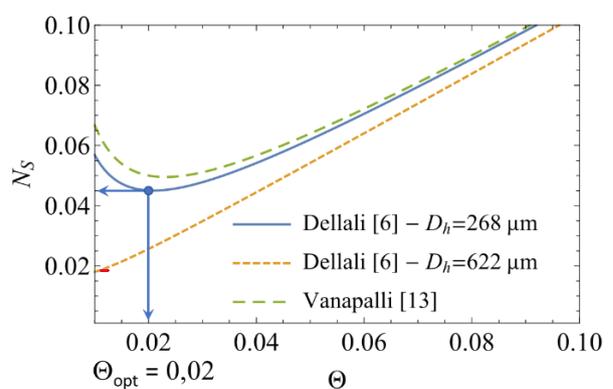


Figure 6 : Production d'entropie adimensionnelle totale  $N_S = N_{S,AT} + N_{S,AP}$  en fonction de  $\Theta$  ( $Re = 10$ )

Nous montrons ainsi que le paramètre adimensionnel optimal  $\Theta_{opt}$  croît avec le débit de gaz, donc avec le nombre de Reynolds  $Re$  pour des conditions données de température  $T_1$  d'entrée de micro-échangeur et d'efficacité thermique  $E$ .

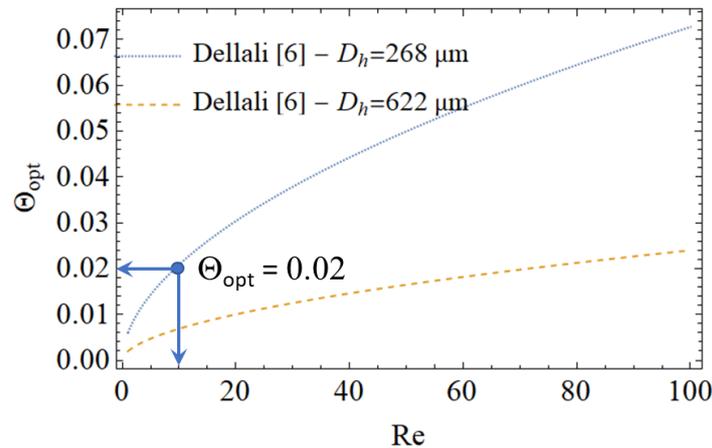


Figure 7 : Evolution du paramètre adimensionnel  $\Theta$  en fonction du nombre de Reynolds  $Re$  ( $\Theta_{opt} = 0.02$  pour  $Re = 10$ )

#### 4. Conclusion et perspectives

Cette étude analytique a montré que l'écoulement monodirectionnel de gaz au travers du micro-échangeur présente une production d'entropie dont la part créée par les pertes de charge est bien supérieure à celle créée par les irréversibilités d'origine thermique. Les corrélations de coefficient de frottement ont été comparées à celles issues de la littérature pour des géométries similaires mais non identiques. Nous montrons ainsi une convergence des résultats sur la gamme de nombre de Reynolds compris entre 5 et 30. Nous avons mis en évidence que la production d'entropie adimensionnelle  $Ns$  présente une valeur minimale en fonction du paramètre adimensionnel  $\Theta$  qui dépend du nombre de Reynolds. Cette étude sera prochainement complétée par des essais expérimentaux en écoulement permanent monodirectionnel avec différents gaz (air ambiant, azote et hélium) et sous différentes amplitudes de température, ce qui nous permettra de comparer les résultats théoriques et expérimentaux.

#### Références

- [1] E. Monier-Vinard, Contribution à la modélisation thermique nodale d'une carte électronique et de ses composants - Apport des méthodes d'optimisation stochastiques évolutionnaires, Thèse de l'Université Paris Nanterre, 2020.
- [2] C.-T. Hsu, H. Fu et P. Cheng, On pressure-velocity correlation of steady and oscillating flows in regenerators made of wire screens, *Journal of Fluids Engineering, ASME International*, 121, (1999), 52-56.
- [3] S. J. Kim et S. W. Lee, *Air cooling technology for electronic equipment*, CRC press, 2020.

- [4] C. Harris, K. Kelly, T. Wang, A. McCandless et S. Motakef, Fabrication, modeling, and testing of micro-cross-flow heat exchangers, *Journal of Microelectromechanical systems*, 11, (2002), 726–735.
- [5] Y. Peles, A. Koşar, C. Mishra, C.-J. Kuo et B. Schneider, Forced convective heat transfer across a pin fin micro heat sink, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 48, (2005), 3615–3627
- [6] E. Dellali, Etude théorique et expérimentale des écoulements oscillants alternés d'un gaz au sein de micro et milli-régénérateurs de moteur Stirling. Thèse de l'Université Bourgogne Franche-Comté, 2018.
- [7] A. Bejan, Second law analysis in heat transfer, *Energy*, 5, (1980), 720–732.
- [8] A. Bejan et E. Mamut, Thermodynamic optimization of complex energy systems, vol. 69, (1999), Springer Science & Business Media.
- [9] M. Li et A. C. K. Lai, Thermodynamic optimization of ground heat exchangers with single U-tube by entropy generation minimization method, *Energy Conversion and Management*, 65, (2013), 133–139.
- [10] E. Dellali, S. Bégot, F. Lanzetta, E. Gavignet et J. Y. Rauch, Pressure drop analysis of oscillating flows through a miniature porous regenerator under isothermal and nonisothermal conditions, *Experimental Thermal and Fluid Science*, 103, 5, (2019), 394–405.
- [11] M. B. Ibrahim, D. Danila, T. Simon, S. Mantell, L. Sun, D. Gedeon, S. Qiu, G. Wood, K. Kelly et J. McLean, A Microfabricated Segmented-Involute-Foil Regenerator for Enhancing Reliability and Performance of Stirling Engines: Phase II Final Report for the Radioisotope Power Conversion Technology NRA Contract NAS3-03124, (2007).
- [12] M. Tanaka, I. Yamashita et F. Chisaka, Flow and heat transfer characteristics of the Stirling engine regenerator in an oscillating flow, *JSME international journal. Ser. 2, Fluids engineering, heat transfer, power, combustion, thermophysical properties*, 33, (1990), 283–289.
- [13] S. Vanapalli, H. J. M. ter Brake, H. V. Jansen, J. F. Burger, H. J. Holland, T. T. Veenstra et M. C. Elwenspoek, Pressure drop of laminar gas flows in a microchannel containing various pillar matrices, *Journal of Micromechanics and Microengineering*, 17, 6, (2007), 1381–1386.

## Remerciements

Ces travaux ont été financés par l'EUR EIPHI (contrat ANR-17-EURE-0002) et la Région Bourgogne-Franche-Comté.