

Simulation par modèle réduit d'un process thermique complexe mettant en oeuvre diffusion, convection, rayonnement et transport. Application à un four de recuit de bandes métalliques

Simulation by reduced model of a complex thermal process involving diffusion, convection, radiation and transport. Application to an annealing furnace of steel strips

Benjamin GAUME^{1*}, Frédéric JOLY¹, Benjamin BOISSIERE^{2*}, Ghassan GHAZAL^{2*}, Olivier QUEMENER¹

¹ LMEE, Univ Evry, Université Paris-Saclay, 91020 Evry, France

² ArcelorMittal, Global Research & Development, Maizières Process Voie Romaine, BP 30320 - F-57283 Maizières-lès-Metz Cedex

*(auteur correspondant : b.gaume@iut.univ-evry.fr)

Résumé - La technique de réduction de modèle par méthode modale de type AROMM (Amalgamated Reduced Order Model Method) permet d'obtenir rapidement l'évolution de la température en fonction du temps en tout point d'une géométrie complexe. On cherche ici à évaluer la pertinence de cette technique dans le cadre de suivi thermique de bandes métalliques dans un four de recuit, caractérisé par des phénomènes couplés de conduction dans les parois, de convection dans plusieurs enceintes fermées, de mouvement de la bande et du rouleau, et de rayonnement entre les différentes surfaces. Une géométrie simplifiée d'une petite partie du four fait l'objet d'une étude numérique, qui permet de comparer cette méthode par rapport à la technique classique éléments finis. Les premiers résultats montrent que le calcul s'effectue 116 fois plus rapidement que la technique classique, pour un écart de température maximum sur la bande de l'ordre de $1,6^{\circ}C$.

Mots-clés : Modèle réduit ; Eléments finis ; Rayonnement thermique ; Transport ; Géométrie coque.

Abstract - The Amalgamated Reduced Order Model Method (AROMM) enables to quickly obtain the time evolution of temperature at any point of a geometry. The purpose of this study is to evaluate the relevance of this technique in the context of thermal monitoring of steel strips in an annealing furnace. Such a problem is characterized by coupled phenomena of conduction in the walls, convection in enclosures, movement of the strip and of the roller, and radiation between the different surfaces. A simplified geometry of a small part of the furnace is the subject of a numerical study, which allows a comparison between the AROMM model and a classical finite element technique. The first results lead to gain of CPU time of the order of 116 compared to a classical technique, for a maximum temperature difference on the band less than $1,6^{\circ}C$.

Keywords: Reduced model; Finite elements; Thermal radiation; Transport; Shell geometry.

Nomenclature

c	Capacité thermique volumique, $J.m^{-3}.K^{-1}$	T	Température, K
e	Epaisseur, m	\bar{T}	Température moyenne d'une surface élémentaire radiative, K
F_{ji}	Facteur de forme	<i>Symboles grecs</i>	
h	Coefficient d'échange, $W.m^{-2}.K^{-1}$	ε	Emissivité
k	Conductivité thermique, $W.m^{-1}.K^{-1}$	σ	Constante Stefan-Boltzmann, $W.m^{-2}.K^{-4}$
N_p	Nombre de surfaces élémentaires radiative	δ_{ji}	symbole de kronecker
N_n	Nombre de noeuds du maillage		
\tilde{N}	Nombre de modes		

1. Introduction

De nos jours la puissance et le degré d'ergonomie des outils actuels de simulation permettent facilement leur utilisation par un ingénieur, dans un objectif de dimensionnement et/ou de suivi de process industriels mettant en oeuvre des phénomènes physiques couplés. Cependant le degré de complexité des géométries et de certains phénomènes modélisés peut augmenter de manière préjudiciable les temps de calcul. Une solution est l'utilisation de modèles modaux dont l'avantage est une diminution importante de ces temps CPU, tout en préservant la complexité géométrique. Pour des problèmes thermiques, parmi les différentes techniques existantes, la méthode AROMM (Amalgamated Reduced Order Modal Model) a été développée [1, 2].

L'objectif de cette étude est d'étudier le comportement de ce type de modèles réduits en présence de l'ensemble des ces phénomènes qui interagissent entre eux, avec comme difficulté supplémentaire la prise en compte de plusieurs objets en mouvement dont certains sont dits ouverts (c'est à dire comportant l'entrée et la sortie de matière dans la scène thermique considérée), ainsi que la variation brutale de paramètres au cours du temps. L'application étudiée ici concerne les fours de recuit de bande métalliques, déjà étudiée dans [3, 4], pour lesquels on cherche à déterminer rapidement l'évolution des champs de température dans le four en fonction du temps.

2. Problème physique

Cette étude considère une géométrie simplifiée tridimensionnelle d'une petite partie d'un four (Figure 1), dont le principe est le suivant : entraînée par le rouleau en rotation, la bande métallique pénètre dans le four selon une température fixe connue et est chauffée par rayonnement via de tubes radiants maintenus à haute température, avant de ressortir. Les différentes modes de transferts de chaleurs qui s'appliquent à ce système sont (Fig. 2) :

- la conduction dans le domaine Ω constitué par les différentes éléments
- le rayonnement thermique entre les différentes surfaces Γ de la scène thermique,
- l'échange convectif entre la bande métallique et l'air dans le four,
- le transport de la bande métallique selon une vitesse fixée,
- l'échange thermique avec l'extérieur.

2.1. Modèle de type coque

L'objectif est ici de comparer le modèle de type AROMM (modèle réduit) avec un modèle éléments finis classique (modèle complet), pour une configuration très simplifiée de la réalité. Ainsi, pour tous les éléments de la scène thermique, on se limite à une géométrie de type 2D

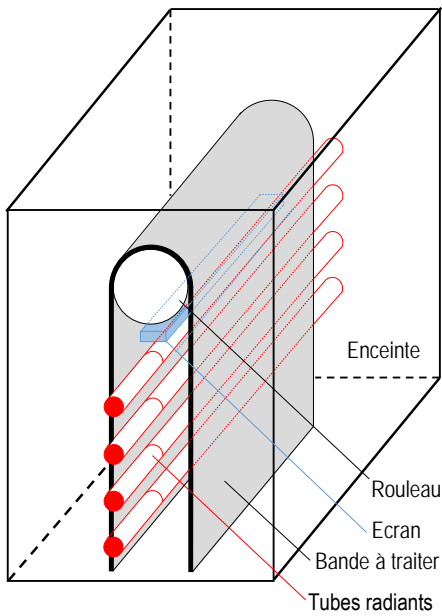


Figure 1 : Géométrie considérée.

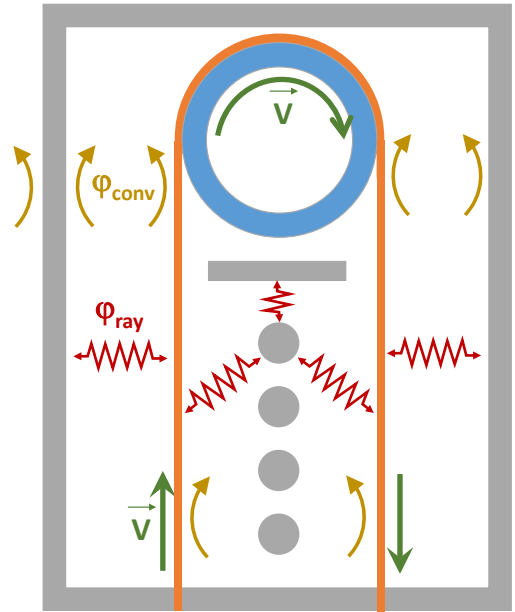


Figure 2 : Les différents modes de transferts thermiques

coque, qui considère des éléments suffisamment minces pour négliger l'évolution de la température dans l'épaisseur des différents éléments du problème considéré. Le champ de température ne dépend que des coordonnées locales du plan Ω , qui correspond à la surface principale du domaine initialement en trois dimensions. Ce plan est donc caractérisé par deux faces $\Omega_{(+)}$ and $\Omega_{(-)}$, de vecteurs normaux unitaires de signes opposés (Fig. 3.b). Les caractéristiques des différents éléments modélisés sont présentées dans le tableau 1.

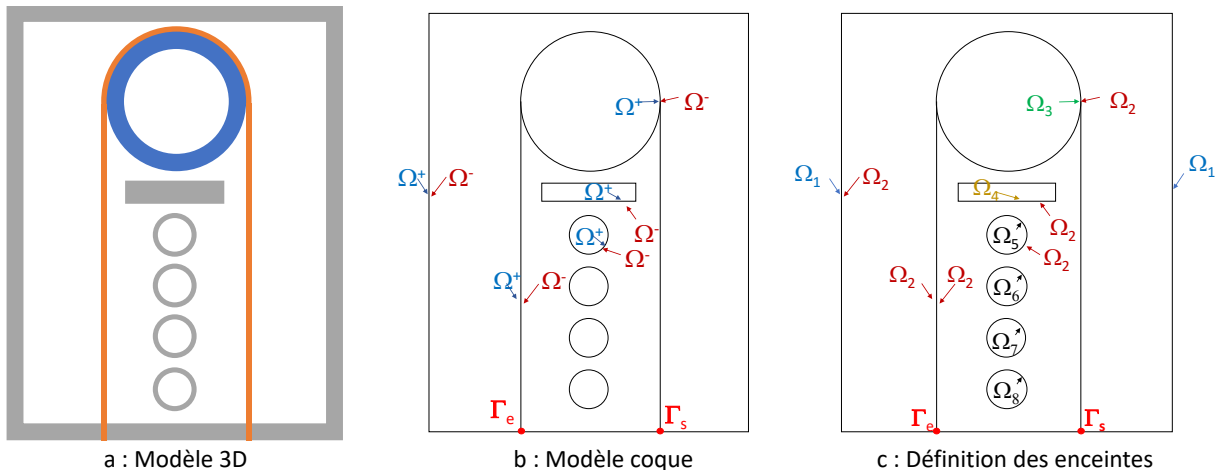


Figure 3 : Passage d'une géométrie 3D à configuration de type coque

2.2. Définition des sollicitations dans les enceintes constituant la scène thermique

Les surfaces $\Omega_{(+)}$ and $\Omega_{(-)}$ peuvent être renommées en fonction de leur position, afin de faire apparaître différentes enceintes fermées (Fig. 3.c). On dénombre ainsi les surfaces suivantes :

- l'extérieur du four Ω_1

- l'intérieur du four Ω_2
- l'intérieur du rouleau Ω_3
- l'intérieur de l'écran thermique Ω_4
- l'intérieur des 4 tubes radiants Ω_j , $j \in \{5, \dots, 8\}$

Pour l'extérieur Ω_1 et pour chaque enceinte Ω_d , $d \in \{2, \dots, 8\}$, on définit les différentes sollicitations thermiques de la façon suivante :

$$\varphi = \varphi_{conv} + \varphi_{rad} = h(T_f - T) + \varphi_{rad} \quad (1)$$

Par hypothèse, chaque enceinte est caractérisée par une température de fluide T_{f_i} uniforme. Pour certaines enceintes, cette température est fixée, pour d'autres elle dépend de l'ensemble des températures sur la surface Ω_d :

$$T_{f_d}(T) = \frac{\int_{\Omega_d} h T d\Omega}{\int_{\Omega_d} h d\Omega} \quad (2)$$

Lorsque le rayonnement φ_{rad} est pris en compte, on utilise la méthode des radiosités, qui considère que chaque surface est grise et diffuse et que le fluide est transparent au rayonnement. Cette méthode permet de relier les flux radiatifs moyens $\bar{\varphi}_i$ reçus par les N_p surfaces élémentaires (caractérisées par leurs émissivité ε_i) en fonction de leurs températures moyennes \bar{T}_j :

$$\forall j \in \{1, \dots, N_p\} \quad \sum_{i=1}^{N_p} \left[\frac{\delta_{ji}}{\varepsilon_i} - \left(\frac{1}{\varepsilon_i} - 1 \right) F_{ji} \right] \bar{\varphi}_i = - \sum_{i=1}^{N_p} (\delta_{ji} - F_{ji}) \sigma \bar{T}_i^4, \quad (3)$$

L'inversion de cette relation matricielle, permettra d'exprimer la densité de flux moyenne $\bar{\varphi}_i$ en fonction de \bar{T}_i^4 .

Les différents paramètres de sollicitation choisis sont ainsi les suivants :

- **Surface extérieure au four Ω_1** : Pour tenir compte de la présence d'isolant, on impose un faible coefficient d'échange $h_1 = 0,38 W.m^{-2}.K^{-1}$. La température extérieure est fixe $T_{f_1} = 27^\circ C$. Il n'y a pas de calcul de rayonnement.
- **Surfaces intérieures au four Ω_2** , On impose $h_2 = 5 W.m^{-2}.K^{-1}$, et la température de fluide est couplée (Eq. 2. Le rayonnement est pris en compte (eq. 3).
- **Surface interne du rouleau Ω_3** : Les échanges font l'objet des mêmes considérations que le cas précédent Ω_2 .
- **Ecran radiatif Ω_4** : Celui ci est normalement plein, on calcule alors un coefficient d'échange équivalent au phénomène de conduction thermique dans l'épaisseur réelle de l'écran, $h_3 = 3,57 W.m^{-2}.K^{-1}$, la température du $T_{f_4}(T)$ dépend des parois (eq. 2) et il n'y a pas de calcul de rayonnement.

	Capacité volumique $c [J.m^{-3}.K^{-1}]$	Conductivité $k [W.m^{-1}.K^{-1}]$	Emissivité ε	Epaisseur $e [m]$	Vitesse $V [m.s^{-1}]$
Enceinte	1,28e+5	0,2	0,8	0,001	0
Rouleau seul	4,03e+6	16	0,8	0,015	2
Bande seule	4,03e+6	16	0,25	3e-4	2
Tubes radiants	4,03e+6	16	0,9	0,009	0
Ecran	6,37e+5	0,2	0,8	0,005	0

Tableau 1 : Caractéristiques thermophysiques des différents éléments du four en modèle coque

- **Surfaces des tubes rayonnants** $\Omega_5, \Omega_6, \Omega_7$ et Ω_8 : On impose pour ces surfaces une température égale à la température de fluide interne $T_{f_5} = 900^\circ C$, via un coefficient de convection important $h_5 = 10^6 W.m^{-2}.K^{-1}$. Il n'y a pas de calcul de rayonnement.

2.3. Prise en compte de l'entrée et la sortie de la bande métallique dans le four

Le terme de déplacement de la bande métallique fait apparaître des conditions spécifiques le long des arêtes Γ_e et Γ_s qui définissent l'entrée et la sortie du matériau.

- à l'entrée Γ_e , on impose une température $T_f = 27^\circ C$, via un coefficient d'échange important $h = 10^6 W.m^{-2}.K^{-1}$,
- à la sortie Γ_s , on considère que seul le transfert de chaleur par transport est prédominant, on impose alors une densité de flux de conduction nulle.

2.4. Résistance de contact entre le rouleau en rotation et la bande métallique

Le contact imparfait entre le rouleau en rotation et la bande métallique est modélisé en définissant un faible interstice entre ces deux éléments. Chacun d'entre eux fait alors l'objet d'un découpage en plusieurs zones (figure 4), qui définissent un ensemble de n_{RTC} enceintes, pour lesquelles on considère une température de fluide inconnue qui dépend de la valeur de la températures aux parois, comme présenté dans l'eq. 2. On choisi ici $h_{RTC} = \frac{2}{RTC}$, où $RTC = 2.10^4 m^2.K.W^{-1}$.

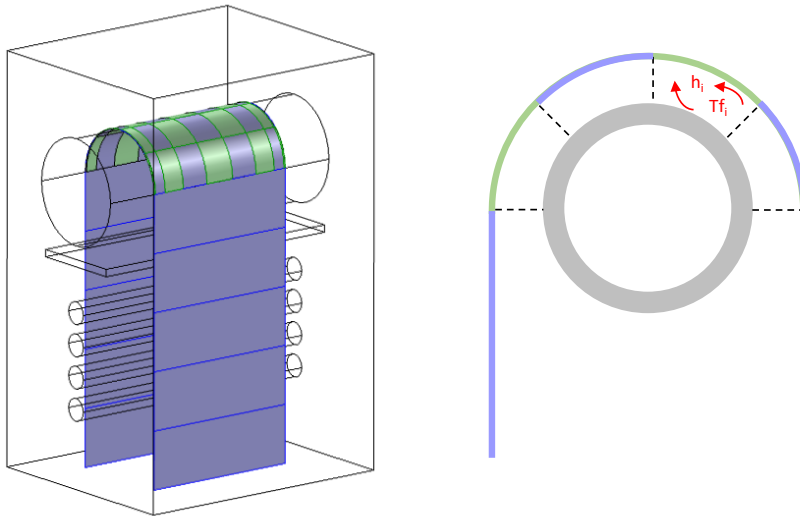


Figure 4 : Prise en compte de la résistance de contact rouleau/bande

2.5. Equation générale du problème

L'ensemble des différents éléments présentés précédemment amène alors à une formulation variationnelle qui s'exprime après discrétisation spatiale sous la forme suivante :

$$C \frac{dT}{dt} = [K + M + H] T + \bar{R}_{rad} \bar{T}^4 + \sum_{d=2}^{N_e} U_{cpl_d} T_{f_d} + U_1 + U_{\Gamma_e} \quad (4)$$

Les différents termes sont les suivants :

- Le vecteur $T [N_n \times 1]$ contient les températures aux différents noeuds du maillage.

- \mathbf{C} , \mathbf{K} , \mathbf{M} , et \mathbf{H} [$N_n \times N_n$] sont des matrices creuses symétriques qui correspondent respectivement aux termes d'inertie, de conductivité, de transport, et de convection.
- La matrice \mathbf{R}_{rad} [$N_n \times N_p$] synthétise les échanges radiatifs entre l'ensemble des N_p surfaces élémentaires de la scène thermique par application de la méthode des radiosités.
- Les vecteurs \mathbf{U}_{cpl_d} [$N_n \times 1$] correspondent aux sollicitations liées aux $7+n_{RTC}$ enceintes définies précédemment (de Ω_2 à $\Omega_{8+n_{RTC}}$). Elles dépendent des températures des fluides internes, qui lorsqu'elles sont inconnues, s'expriment d'après l'eq. 2 discrétisée :

$$T_{fd} = \mathbf{D}_d \mathbf{T} \quad (5)$$

- Les vecteur \mathbf{U}_1 et \mathbf{U}_{Γ_e} [$N_n \times 1$] correspondent respectivement aux termes de température imposée à l'extérieur du four et à l'entrée du rouleau dans le four.

Cette équation qui définit le problème complet est caractérisée par un nombre de degrés de liberté $N_n \approx 10\,000$, ainsi qu'un nombre de surfaces élémentaires radiatives $N_p \approx 31\,000$. Sur la bande, la taille d'une maille est de l'ordre de 1 mm .

3. Modèle réduit modal

la technique AROMM est basée sur le calcul d'un nombre réduit \tilde{N} de modes propres \tilde{V}_i qui permettent de reconstituer le champs de température pour le problème considéré :

$$T(M, t) \approx \tilde{T}(M, t) = \sum_{i=1}^{\tilde{N}} \tilde{x}_i(t) \tilde{V}_i(M). \quad (6)$$

La spécificité de la technique AROMM est liée au calcul préliminaire des modes propres \tilde{V}_i , obtenus par la résolution d'un problème aux valeur propres dits de Branche associé au problème physique, puis réduction par amalgame [1]. Les états d'excitation $\tilde{x}_i(t)$ deviennent alors les inconnus du problème. La projection du problème complet eq. 4 sur la base réduite définie par ces vecteur propres \tilde{V}_i amène le modèle réduit modal suivant :

$$\tilde{\mathbf{V}}^T \mathbf{C} \tilde{\mathbf{V}} \frac{d\tilde{\mathbf{X}}}{dt} = \tilde{\mathbf{V}}^T \left[\mathbf{K} + \mathbf{M} + \mathbf{H} + \sum_{d=1}^{N_e} \mathbf{D}_d \mathbf{U}_{cpl_d} \right] \tilde{\mathbf{V}} \tilde{\mathbf{X}} + \tilde{\mathbf{V}}^T (\mathbf{U}_1 + \mathbf{U}_{\Gamma_e}) + \tilde{\mathbf{V}}^T \bar{\mathbf{R}}_{rad} \bar{\mathbf{T}}^4 \quad (7)$$

où $\tilde{\mathbf{V}}$ [$\tilde{N} \times \tilde{N}$] est la matrice contenant les \tilde{N} vecteur propres \tilde{V}_i , où les états \tilde{x}_i sont rassemblés dans le vecteur $\tilde{\mathbf{X}}$, et où la température moyenne des surfaces élémentaires peut s'exprimer à partir des états d'excitation :

$$\bar{\mathbf{T}} = \mathbf{U}_R \tilde{\mathbf{V}} \tilde{\mathbf{X}} \quad (8)$$

Cette relation matricielle est caractérisée par une taille réduite [$\tilde{N} \times \tilde{N}$], qui permet une résolution rapide. Notons cependant que le terme de rayonnement va ralentir la résolution. On se limite pour la suite de l'étude à un modèle réduit d'ordre $\tilde{N} = 100$, qui correspond à un optimum entre le gain en temps calcul et la précision obtenue.

4. Résultats

Les premiers essais modélisent le démarrage du chauffage du four sur une durée de $4\,000\text{ s}$, à partir d'une température initiale $T_{(t=0)} = 27^\circ\text{C}$, avec une température des tubes radiants fixée à $T_{f_5} = 900^\circ\text{C}$. On impose une variation brutale de vitesse de défilement de la bande (et donc

de rotation du rouleau), qui initialement fixée à $V = 2 \text{ m.s}^{-1}$, passe au temps $t = 3600 \text{ s}$ à $V = 2,5 \text{ m.s}^{-1}$. La figure 5 présente d'une part le champs de température au temps $t = 3770 \text{ s}$, qui correspond au temps où l'écart entre modèle réduit et modèle complet est maximum. Deux échelles sont représentées, d'un coté l'ensemble de la scène thermique, et de l'autre la bande métallique uniquement. On note une variation de température entre les bords et le centre de la bande. Elle est liée notamment à l'action du rouleau qui est à la fois chauffé en ses extrémités par les parois internes chaudes du four, et refroidi par la bande en mouvement. Les écarts entre modèle réduit et modèle complet sont également représentées sur cette figure. (scène complète ou bande métallique seule). On note ainsi un bon comportement global de l'ensemble de la scène

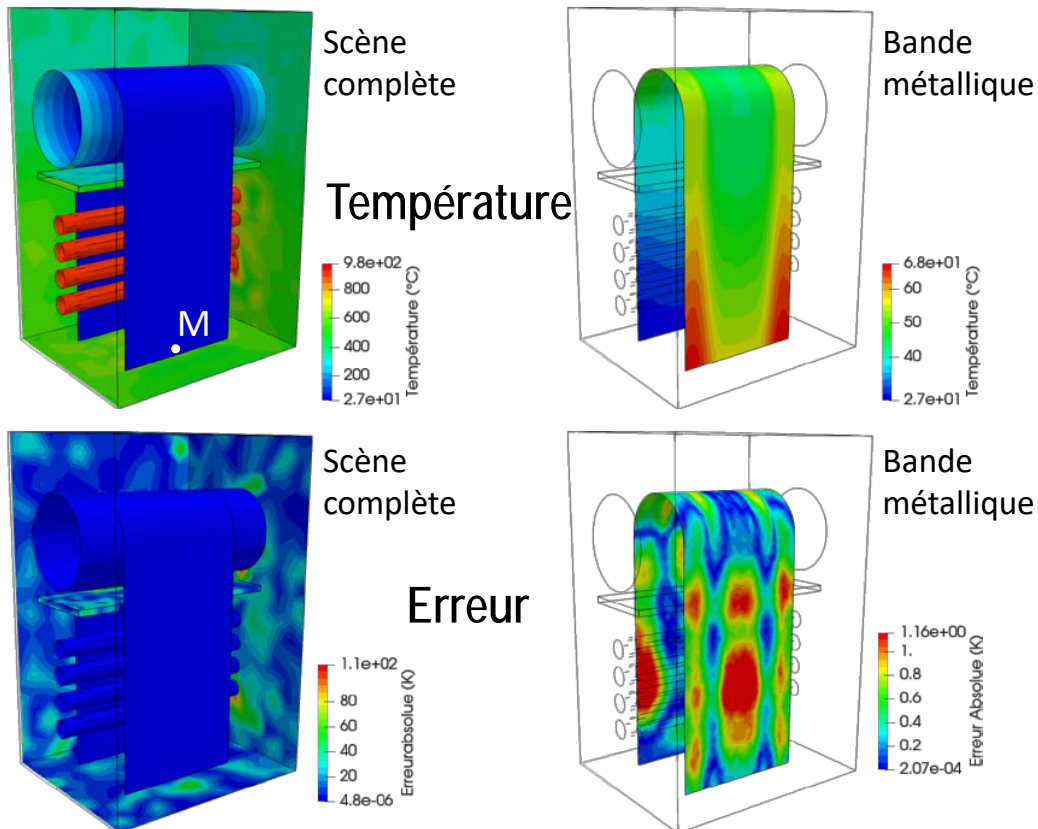


Figure 5 : Champ de température et écart entre modèle réduit et modèle complet au temps où cette dernière est maximale $t = 3770 \text{ s}$

thermique, avec un écart maximum situé au niveau de l'écran thermique de 12,6 % par rapport à l'amplitude maximum subie par l'ensemble de la scène thermique de 873°C . Cette erreur est très localisée puisque l'écart moyen sur tout le domaine et pendant la durée du processus ne dépasse pas 1 %. Si on se focalise sur la bande métallique en mouvement, les résultats sont meilleurs, avec un écart maximum qui ne dépasse pas $1,6^\circ\text{C}$ soit 3,3 % par rapport à son amplitude. La figure 6 permet de se focaliser sur l'évolution de la température au point M (représenté sur la figure 5). On note ainsi une très bonne capacité du modèle réduit à suivre la variation de vitesse qui apparait au temps 3600 s et qui entraîne alors une baisse de température par rapport au régime stabilisée atteinte avec la vitesse initiale.

Un dernier essais est effectué en imposant cette fois une modification d'épaisseur, multipliée par deux par rapport à sa valeur initiale, toujours au temps $t = 3600 \text{ s}$. Là encore le suivi de l'évolution de la température au point M (figure 7) montre la précision obtenue avec ce modèle réduit de 100 modes. En termes de temps calcul, une telle résolution par modèle réduit s'effectue

en 36 s, soit un calcul 116 fois plus rapide que celui effectué pour un modèle complet.

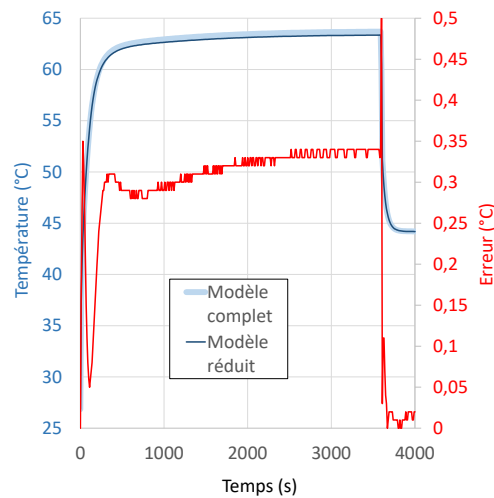
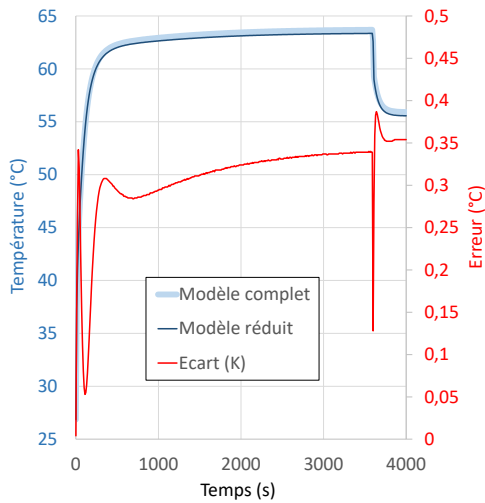


Figure 6 : *Changement de vitesse de défilement : Evolution de température au point M*

Figure 7 : *Changement d'épaisseur de bande : Evolution de température au point M*

5. Conclusion

Cette étude avait pour but de tester la capacité d'un modèle réduit de type AROMM à reconstruire rapidement une évolution de température gouvernée par un ensemble de phénomènes thermiques couplés entre eux, tels que la diffusion, la convection, le rayonnement et le transport. Dans cette application de four de traitement thermique de bandes métalliques, nous avons de plus imposé des changements de paramètres (vitesse de défilement, épaisseur de bande), susceptibles d'apparaître en cas de changement de bande qui s'effectue en continu durant le processus. Les résultats obtenus montrent ainsi l'efficacité de la technique, à la fois en termes de précision et de vitesse de calcul. Cette première étude, très prometteuse, montre ainsi l'intérêt de mettre en place une modélisation de type AROMM plus complète, alliant géométries tridimensionnelles et de type coque, et appliquée à un four complet.

Références

- [1] S. Carmona, Y. Rouizi, O. Quéméner, F. Joly, A. Neveu, Estimation of heat flux by using reduced model and the adjoint method. application to a brake disc rotating, IJTS 131 (2018) 94 – 104. doi:<https://doi.org/10.1016/j.ijthermalsci.2018.04.036>.
- [2] B. Gaume, F. Joly, O. Quéméner, Modal reduction for a problem of heat transfer with radiation in an enclosure, IJHMT 141 (2019) 779 – 788. doi:<https://doi.org/10.1016/j.ijheatmasstransfer.2019.07.039>.
- [3] M. Niederer, S. Strommer, A. Steinboeck, A. Kugi, A simple control-oriented model of an indirect-fired strip annealing furnace, International Journal of Heat and Mass Transfer 78 (2014) 557–570. doi:<https://doi.org/10.1016/j.ijheatmasstransfer.2014.06.080>.
- [4] S. Strommer, M. Niederer, A. Steinboeck, A. Kugi, Hierarchical nonlinear optimization-based controller of a continuous strip annealing furnace, Control Engineering Practice 73 (2018) 40–55. doi:<https://doi.org/10.1016/j.conengprac.2017.12.005>.