

Étude de la cuisson par contact d'un produit céréalier

Pascal LE BIDEAU^{1*}, Jean-Pierre PLOTEAU¹, Patrick GLOUANNEC¹, Sylvain MARC¹

¹Univ. Bretagne Sud, IRDL, UMR CNRS 6027, F-56100, Lorient, France

*(auteur correspondant : pascal.le-bideau@univ-ubs.fr)

Résumé - Cette communication porte sur le développement d'un modèle numérique multiphysique destiné à mieux appréhender les transferts de chaleur et de masse ainsi que le gonflement rencontré lors de la cuisson par contact d'une pâte céréalière. Ce modèle numérique permet de simuler les températures, les teneurs en humidité, les distributions de pressions de gaz et le gonflement de la pâte provoqué par le dégagement de vapeur. Les résultats numériques sont analysés et comparés aux mesures obtenues à partir un dispositif expérimental instrumenté. Différentes conditions opératoires sont testées pour vérifier la robustesse des prédictions.

Mots-clés : Transferts couplés chaleur et masse ; Modélisation multiphysique ; Expérimentation ; milieux poreux déformable ;

Nomenclature

a_w	activité, -	<i>Symboles grecs</i>	
c_p	chaleur spécifique, $\text{J kg}^{-1} \text{K}^{-1}$	α_c	coefficient de transfert de chaleur, $\text{W m}^{-2} \text{K}^{-1}$
h	enthalpie massique, J kg^{-1}	α_m	coefficient de transfert de masse, m s^{-1}
K_ϕ	coefficient d'amortissement relatif à la fraction volumique d'eau, J m^{-3}	α	gravité, m s^{-2}
K_T	coefficient d'amortissement relatif à la température, $\text{J m}^{-3} \text{K}^{-1}$	β	coefficient d'advection, $\text{s}^2 \text{m}^{-2}$
K_W	coefficient d'amortissement relatif à la teneur en eau, J m^{-3}	ϵ	émissivité, -
K_{P_g}	coefficient d'amortissement relatif à la pression de gaz, $\text{J m}^{-3} \text{Pa}^{-1}$	λ	conductivité thermique, $\text{W m}^{-1} \text{K}^{-1}$
L_v	chaleur latente, J kg^{-1}	μ	viscosité dynamique, Pa s
M	masse molaire, kg mol^{-1}	ρ	masse volumique, kg m^{-3}
n	flux massique, $\text{kg m}^{-2} \text{s}^{-1}$	<i>Indices et exposants</i>	
P	pression, Pa	a	air
q	densité de flux de chaleur, W m^{-2}	atm	atmosphérique
R	constante des gaz parfaits, $\text{J mol}^{-1} \text{K}^{-1}$	eff	effective
RH	humidité relative, -	g	gaz
T	température, K	l	liquide
v	vitesse, m s^{-1}	ref	reference
W	teneur en eau en base sèche, kg kg^{-1}	s	solide
		sat	saturation
		$surf$	surface
		v	vapeur

1. Introduction

De nombreuses études sont menées dans le domaine de la cuisson des produits céréaliers [1–4]. L'étape de cuisson est très consommatrice d'énergie et fait généralement intervenir différents mode d'apport de chaleur qui doivent être bien maîtrisés afin d'obtenir un produit de qualité. La cuisson des produits céréaliers est un processus complexe qui induit des transferts de chaleur

et de masse, des réactions chimiques (libération de gaz carbonique, gélatinisation de l'amidon, dénaturation des protéines, réaction de Maillard...), des contraintes mécaniques. De plus, la plupart de ces phénomènes physiques se produisent simultanément ce qui rend difficile l'interprétation de la contribution de chaque phénomène lors de l'étape de cuisson et l'impact sur la qualité du produit.

Les travaux présentés concernent la modélisation de la cuisson d'une pâte par une approche multiphysique. Les particularités de cette étude sont liées au mode d'application où la pâte est étalée, à l'état liquide, sur une plaque chauffante. Dans cette configuration, le contact entre la surface chaude et la pâte est imparfait et évolue lors des premiers instants de cuisson. L'hypothèse d'une température de contact ou d'une résistance de contact constante à l'interface pâte/plaque, souvent retenue dans les études de cuisson du pain ou de la pâtisserie, n'est pas pertinente comme le souligne Cernela et al. [5] ou Rocca-Poliméni et al. [6]]. C'est pourquoi le flux de chaleur échangé entre la plaque chauffante et la pâte est imposé dans cette étude. Le flux de chaleur est estimé par méthode inverse basée sur des mesures de température effectuées au sein de la plaque chauffante. Plus de détails sur la procédure d'estimation sont présentés dans Marc et al. [7].

2. Matériels et méthodes

2.1. Pâte céréalière

La pâte étudiée est composée de 36 % (pourcentage en poids) d'un mix industriel (Francine[®] : farine de blé, maïzena, œufs et sel) et 64 % de lait demi-écrémé. Le lait est ajouté lentement au mélange en fouettant constamment pour obtenir une pâte homogène prête à l'emploi. La teneur en eau initiale du produit ainsi formulé a été estimée à $(1,52 \pm 0,05) \text{ kg kg}^{-1}$.

2.2. Pilote expérimental et protocole de cuisson

Un dispositif expérimental de laboratoire a été développé afin d'acquérir en continu les températures, les pertes en eau et les déformations de la pâte lors de la cuisson par contact direct [7] (figure 1 (a)). Le dispositif est constitué d'un élément chauffant positionné sur une base thermiquement isolée. Dans cette configuration, la chaleur générée est transférée par rayonnement infrarouge vers un disque en fonte placé à 10 mm au-dessus. Ce disque de 23 cm de diamètre et 2 cm d'épaisseur est suspendu à une balance de précision ($\pm 10 \text{ mg}$). Cette configuration permet de suivre la masse de l'échantillon en continu. Un moule sans fond en PTFE (dimension intérieure : 140 x 115 x 20 mm) est ensuite placé sur le disque en fonte. Concernant l'instrumentation, trois thermocouples de type K sont noyés dans l'épaisseur du disque à 3 mm (T_3), 12,5 mm (T_2) et 15 mm (T_1) de la surface (figure 1 (b)). Deux capteurs (T_4 et T_5) sont également collés en surface du disque. Pour suivre le comportement thermique de la pâte, deux thermocouples fixes (T_6 et T_7) sont tendus entre les parois du moule. Ainsi, la position des thermocouples est connue en continu même pendant la déformation du produit. Un appareil photo numérique suit cette déformation (c'est-à-dire les changements d'épaisseur). De plus, un pyromètre optique enregistre la température de surface de la pâte (T_S) et un capteur hygro-thermomètre placé dans l'ambiance suit les conditions environnementales (T_a et RH_a). La puissance électrique de l'élément chauffant est régulée en fonction d'une température positionnée dans le disque (à 3 mm (T_3) de la surface). Plusieurs expériences de cuisson ont été réalisées suivant un protocole défini afin d'assurer la répétabilité des expériences. Le disque en fonte et le moule sans fond vide sont d'abord amenés en régime thermique stable. La pâte fraîche, $(150 \pm 3) \text{ g}$ à température ambiante, est ensuite versée soudainement dans le moule. À

la fin du processus de cuisson, c'est-à-dire après 20 minutes, la pâte est démoulée.

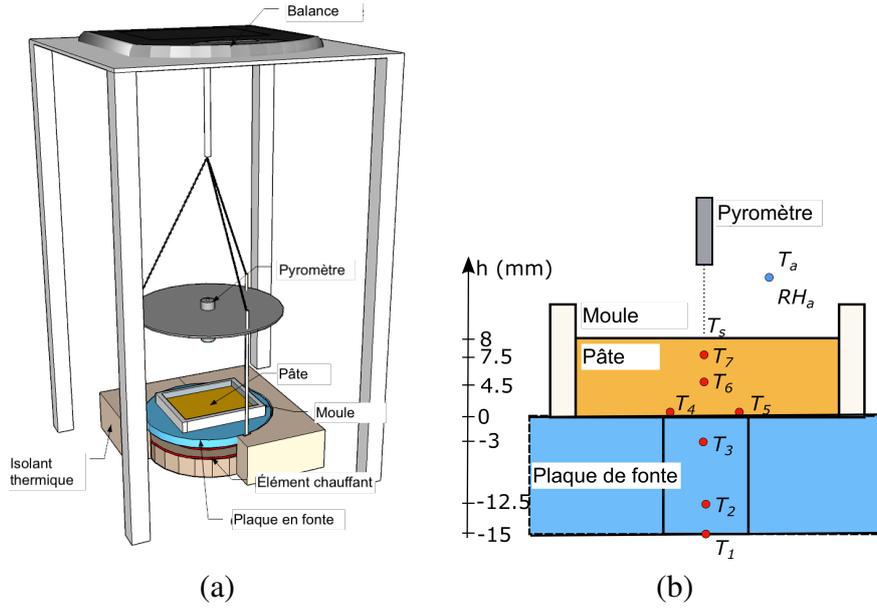


Figure 1: Pilote et instrumentation

3. Modélisation multiphysique de la cuisson

3.1. Phénomènes physiques et hypothèses

La pâte est considérée comme un milieu poreux déformable constitué de quatre espèces réparties en trois phases : matière solide, eau liquide, vapeur d'eau et air. La phase gazeuse est constituée d'air et de vapeur d'eau et est supposée être un mélange idéal de gaz parfaits. L'équilibre thermodynamique local est supposé, ce qui implique que la température des différentes espèces est identique pour une position et un temps fixés. Concernant le comportement mécanique, la pâte est considérée comme un fluide visqueux (newtonien).

3.2. Équations de conservation

Les équations régissant le transport multiphasique dans un milieu poreux sont développées sur la base de la conservation de la masse de chaque espèce. En combinant ces équations et en introduisant la teneur totale en eau W (liquide + vapeur) dans la base sèche, la conservation de l'eau s'exprime :

$$\rho_s \left(\frac{\partial W}{\partial t} + (\vec{v}_s \cdot \vec{\nabla}) W \right) = -\vec{\nabla} \cdot (\vec{n}_l + \vec{n}_v) \quad (1)$$

Où v_s représente la vitesse de déformation de la phase solide pendant la cuisson.

De même, l'équation de pression de gaz est obtenue à partir de l'équation de conservation de l'air. Après développement, celle-ci est exprimée à partir de 4 variables d'état : la teneur en eau (W), la température (T), la pression de gaz (P_g^g) and la fraction volumique d'eau ($\phi = V_l/V_t + V_v/V_t$) :

$$K_{P_g^g} \frac{\partial P_g^g}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot \left(\vec{v}_s (\beta_g P_g^g + \beta_v P_v^g) \right) = -\vec{\nabla} \cdot \vec{n}_a - K_T \frac{\partial T}{\partial t} - K_W \frac{\partial W}{\partial t} - K_\phi \frac{\partial \phi}{\partial t} \quad (2)$$

Où P_v^g est la pression de vapeur calculée à partir de l'activité du produit et de la pression de vapeur saturante ($P_v^g = a_w(W)P_{sat}(T)$).

A ces équations, s'ajoute l'équation relative à la conservation de la masse solide reformulée en fonction de la fraction volumique d'eau (ϕ) :

$$-\rho_s^s \frac{\partial \phi}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot (\vec{v}_s^s (1 - \phi) \rho_s^s) = 0 \quad (3)$$

Où ρ_s^s est la masse volumique intrinsèque de la phase solide.

La conservation de l'énergie est formulée selon une approche enthalpique :

$$\frac{\partial \rho h}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot (\vec{v}_s^s \rho h) = -\nabla \cdot (\vec{q} + \vec{n}_l^s h_l + \vec{n}_v^s h_v + \vec{n}_a^s h_a) \quad (4)$$

avec $\rho h = \rho c_p (T - T_{ref}) + \rho_v L_v$, $h_l = c_{p,l} (T - T_{ref})$, $h_v = c_{p,v} (T - T_{ref}) + L_v (T_{ref}) = h_l + L_v (T)$, $h_a = c_{p,a} (T - T_{ref})$ et $\vec{q} = -\lambda_{eff} \vec{\nabla} T$.

L'équation régissant la déformation de la pâte est basée sur la conservation de la quantité de mouvement définie pour un fluide newtonien visqueux. La surpression provoquée par l'augmentation de la pression du gaz à l'intérieur des bulles est la principale force contribuant à la déformation de la pâte. La force de gravité est également prise en compte dans ce modèle, ce qui tend à limiter le gonflement de la pâte.

$$\frac{\partial \rho \vec{v}_s^s}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot (\rho \vec{v}_s^s \vec{v}_s^s) = \vec{\nabla} \cdot \vec{\sigma} + \rho \vec{\alpha} \quad (5)$$

avec $\vec{\sigma} = - (P_v^g - P_{atm}) \mathbf{I} + \mu \left(\left(\vec{\nabla} \vec{v}_s^s + \nabla^t \vec{v}_s^s \right) - \frac{2}{3} \left(\vec{\nabla} \cdot \vec{v}_s^s \right) \mathbf{I} \right)$

3.3. Conditions aux limites

A l'interface entre la pâte et le plateau chauffant, aucun flux massique n'est considéré pour la migration de l'eau. A la surface de la pâte, en $z = h$, les transferts d'eau dépendent de la différence de densités de vapeur entre le produit en surface et l'air ambiant :

$$n_v|_{z=h} + n_l|_{z=h} = \alpha_m (\rho_{v,surf} - \rho_{v,a}) = \frac{\alpha_m M_v}{R} \left(\frac{P_v^g}{T} - RH_a \frac{P_{sat}(T_a)}{T_a} \right) \quad (6)$$

Pour l'équation de la pression du gaz, la pression à la surface est imposée à la pression atmosphérique.

A l'interface entre la pâte et le plateau chauffant, un flux thermique dépendant du temps $q(t)$ est ici imposé. Le flux de chaleur est estimé par méthode inverse basée sur des mesures de température effectuées dans la plaque [7]. En $z = 0$, on obtient :

$$-\lambda_{eff} \nabla T|_{z=0} + n_l|_{z=0} h_l + n_v|_{z=0} h_v + n_a|_{z=0} h_a = q(t) \quad (7)$$

A la surface supérieure de la pâte, les flux thermiques échangés par évaporation, convection et rayonnement infrarouge sont imposés.

Pour l'équation de conservation de la quantité de mouvement, une vitesse nulle de déplacement est imposée à l'interface pâte / plateau. A la surface, une contrainte nulle est considérée.

3.4. Implémentation numérique

Le système d'équations aux dérivées partielles obtenu est implémenté dans un code d'éléments Finis. Ce système implique cinq variables d'état : la teneur en humidité totale W , la pression du gaz P_g , la fraction volumique d'eau ϕ , la température T et la vitesse de déplacement v_s . Une approche 1D est adoptée. Une méthode ALE est utilisée pour prendre en considération la frontière mobile à l'interface pâte / air environnant. Le maillage unidimensionnel est composé de 166 éléments finis.

3.5. Propriétés thermophysiques

Ce modèle multiphysique nécessite une bonne connaissance des propriétés du produit (propriétés liées à l'humidité, propriétés thermiques et propriétés rhéologiques). Les valeurs ou relations considérées sont données dans le tableau 1. La conductivité thermique de la pâte non cuite a été mesurée par une méthode du fil chaud. Des mesures effectuées à plusieurs niveaux d'humidité ont montré une diminution de la conductivité thermique avec la diminution de l'humidité. Le modèle de Maxwell-Eucken est utilisé pour représenter les variations de conductivité thermique en fonction de la fraction liquide et de la fraction gazeuse à l'intérieur de la pâte [8]. Les capacités calorifiques de la pâte non cuite et de la pâte cuite ont été mesurées par calorimétrie différentielle. La capacité calorifique de la pâte est calculée avec une loi de mélange. L'activité de l'eau de la pâte initiale a été mesurée par un équipement de sorption dynamique de vapeur. Le modèle de Fontan a été utilisé pour ajuster la relation entre l'activité de l'eau et la teneur en humidité [9]. La variation dynamique de la viscosité est représentée par une fonction sigmoïde γ centrée sur une température de transition T_{trans} avec une plage de transition fixée à ΔT_{trans} [1]. Une faible valeur μ_{min} est fixée avant la réaction de gélatinisation, ce qui confère à la pâte un comportement liquide. Une valeur élevée de viscosité dynamique μ_{max} est imposée, une fois la réaction terminée, pour figer la géométrie en lui conférant un comportement solide. La plage de valeurs de viscosité dynamique et la température de transition sont ajustées en fonction des mesures de gonflement.

Tableau 1: Propriétés physiques de la pâte et conditions aux limites

Propriétés	Valeur / Expression	Propriétés	Valeur / Expression
a_w (-)	$\frac{0.99}{e^{0.042W^{-1.11}}}$	L_v (kJ kg ⁻¹)	2450
$c_{p,l}$ (J kg ⁻¹ K ⁻¹)	4180	λ_l (W m ⁻¹ K ⁻¹)	0.6
$c_{p,s}$ (J kg ⁻¹ K ⁻¹)	1800	λ_s (W m ⁻¹ K ⁻¹)	0.2
$c_{p,v}$ (J kg ⁻¹ K ⁻¹)	1868	λ_v (W m ⁻¹ K ⁻¹)	0.026
$c_{p,a}$ (J kg ⁻¹ K ⁻¹)	1007	λ_a (W m ⁻¹ K ⁻¹)	0.026
ρ_s^s (kg m ⁻³)	1871	ρ_l^l (kg m ⁻³)	1003
λ_d (W m ⁻¹ K ⁻¹)	$\frac{\lambda_s \phi_s + \lambda_l \phi_l}{\phi_s + \phi_l}$	λ_{eff} (W m ⁻¹ K ⁻¹)	$\lambda_d \frac{2\lambda_d + \lambda_a - 2\phi_g (\lambda_d - \lambda_a)}{2\lambda_d + \lambda_a + \phi_g (\lambda_d - \lambda_a)}$
μ_{min} (Pa s)	20	μ_{max} (Pa s)	1×10^8
T_{trans} (K)	363.15	ΔT_{trans} (K)	10
ϵ (-)	0.93	α_c (W m ⁻² K ⁻¹)	$1.32 \left(\frac{T - T_a}{L} \right)^{0.25}$

4. Résultats et discussions

4.1. Conditions expérimentales

Le premier test de cuisson est réalisé pour une température fixée à 200 °C. La figure 2 (a) présente le comportement thermique du disque en fonte lors de la cuisson à travers les variations moyennes de température enregistrées par les trois thermocouples noyés dans le disque (T_1, T_2 et T_3); la moyenne est basée sur trois tests. Des barres d'erreur représentant les variations de températures maximales et minimales obtenues sont tracées. Pendant les 3 premières minutes, la température du disque diminue fortement, de l'ordre de 15 °C . Cette baisse de température est due au transfert d'une grande quantité de chaleur à la pâte froide directement en contact avec la plaque chauffante tandis que la puissance dissipée par l'élément chauffant est maintenue constante. A partir des mesures de température à l'intérieur de la plaque chauffante et en utilisant une procédure de conduction thermique inverse décrite dans Marc et al. [7], le flux thermique directement transféré à la pâte est estimé. La figure 2 (a) montre le flux thermique moyen obtenu. Le flux de chaleur suit une fonction de décroissance exponentielle. Au moment du contact, le flux de chaleur atteint une valeur d'environ 35 kW m⁻² diminue fortement pendant les 5 premières minutes pour se stabiliser à environ 3,5 kW m⁻². Afin de valider l'approche dans diverses conditions, un autre essai de cuisson est réalisé avec une température fixée à 170 °C au lieu de 200 °C. Dans cette configuration, le flux de chaleur transmis du disque à la pâte est plus faible que le cas précédent mais présente une tendance similaire (figure 2 (b)). Au moment du contact, le flux de chaleur atteint une valeur d'environ 30 kW m⁻² et diminue fortement pendant les 5 premières minutes pour se stabiliser à environ 3 kW m⁻². Ces flux de chaleur estimés basés sur les températures sont utilisés comme données d'entrée pour le modèle numérique tel que défini par l'équation 7.

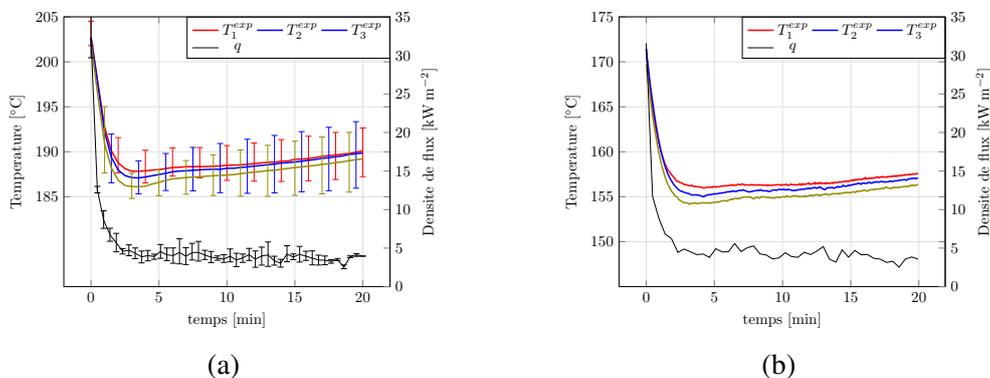


Figure 2: Mesures expérimentales des températures de la fonte et des densités de flux de chaleur estimées à 200 °C (a) et 170 °C (b)

4.2. Confrontation simulation / expérimentation

La figure 3 (a) compare les températures expérimentales (symboles) et simulées (traits pleins) de la pâte pour un test réalisé à 200 °C. Les barres d'erreur représentant le maximum et variations de températures minimales obtenues à partir des trois essais sont également tracés. Les températures simulées sont cohérentes avec les mesures. Les variations et les températures finales sont globalement bien représentées par le modèle numérique tandis que la température finale à la surface libre est légèrement sous-estimée. Dans les détails, une fois la pâte versée dans le moule, la température à l'interface pâte/disque de fonte (côté pâte) augmente brusquement pour atteindre une température proche de 100 °C en moins de 2 minutes. La température

de l'interface augmente ensuite lentement jusqu'à 135 °C. Dans la pâte et à sa surface libre, les variations de température ne présentent pas la même tendance qu'à l'interface. Les températures augmentent moins vite pour atteindre des plateaux. En fin de cuisson, les températures T_7 et T_s sont voisines de 85 °C alors que la température T_6 est supérieure à 90 °C. Ces différences de tendances s'expliquent, d'une part, par les variations des propriétés thermiques qui sont fortement dépendantes des taux d'humidité et, d'autre part, par le changement de phase liquide - vapeur à l'interface.

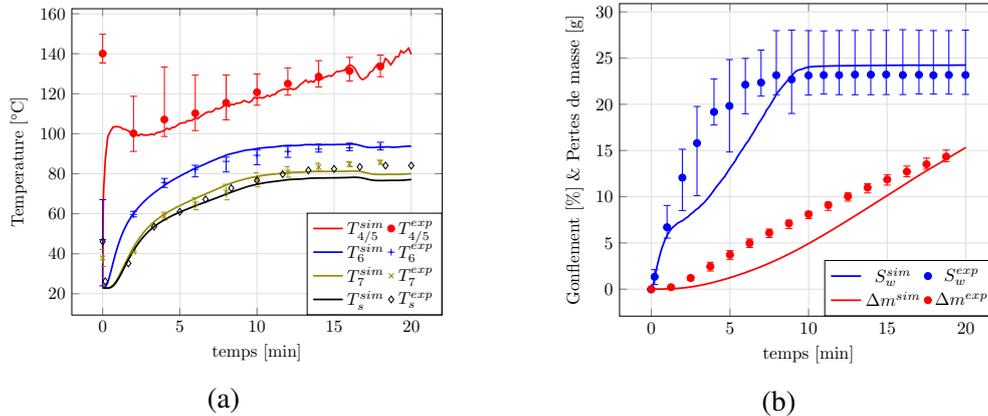


Figure 3: Confrontations simulation / expérimentation à 200 °C : températures de la pâte (a) et gonflement / pertes de masse (b)

Les mesures des pertes de masse et du gonflement de la pâte sont comparées à celles prédites par le modèle numérique de la figure 3 (b). Le gonflement est globalement sous-estimé par le modèle pendant les sept premières minutes mais la hauteur finale est bien appréhendée. Le gonflement de la pâte est provoqué par l'augmentation de la pression du gaz et en même temps, la viscosité de la pâte est suffisamment faible pour permettre ce gonflement. Après 10 min, la température élevée induit la gélatinisation de l'amidon qui conduit à une augmentation de la viscosité de la pâte. L'évolution de perte de masse simulée est sous-estimée en comparaison de celle expérimentale. En fin de cuisson, la perte de masse atteint 15 g et elle est bien prédite par le modèle numérique.

La figure 4 montre et compare les températures expérimentales (symboles) et simulées (traits pleins) de la pâte pour le test réalisé à 170 °C. Les variations de températures sont un peu moins brutales par rapport aux précédentes obtenues à 200 °C. Concernant les résultats simulés, un accord global des températures est observé avec de faibles écarts durant les 15 premières minutes. Les écarts deviennent plus importants en fin de cuisson et notables pour des températures proches de la surface libre. Le comportement global reste satisfaisant. La perte de masse simulée présente un relativement bon accord avec l'expérimentation. En fin de cuisson, la perte de masse atteint 13 g soit 2 g de moins que pour les essais réalisés à 200 °C.

5. Conclusion

Ce travail porte sur la modélisation du processus de cuisson d'un produit céréalier par conduction thermique directe. Une approche multiphase basée sur la conservation de l'énergie et de la masse est utilisée pour suivre le transport des phases individuelles à l'intérieur du milieu à l'échelle macroscopique. La déformation causée par l'augmentation de la pression du gaz est incluse. Ici, seule la cuisson unilatérale est étudiée. Des mesures effectuées sur un montage expérimental instrumenté permettent de valider le modèle développé. Ces mesures sont réalisées dans différentes conditions pour vérifier la robustesse de la modélisation. Les

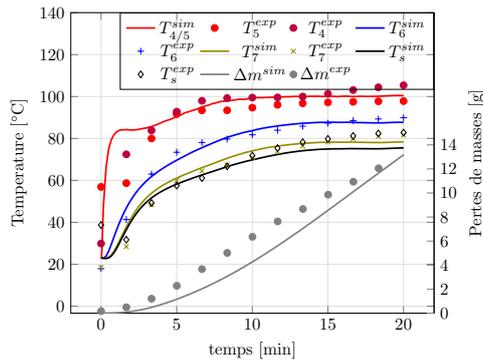


Figure 4: Confrontations simulation / expérimentation à 170 °C : températures de la pâte et pertes de masse

cinétiques simulées et mesurées sont globalement concordantes pour la température, la masse et la déformation.

Références

- [1] V. Nicolas, P. Glouannec, J. P. Ploteau, P. Salagnac, V. Jury, Experiment and multiphysic simulation of dough baking by convection, infrared radiation and direct conduction, *International Journal of Thermal Sciences* 115 (2017) 65–78.
- [2] A. Mondal, A. K. Datta, Bread baking – A review, *Journal of Food Engineering* 86 (2008) 465–474.
- [3] M. Lostie, R. Peczalski, J. Andrieu, M. Laurent, Study of sponge cake batter baking process. Part I : Experimental data, *Journal of Food Engineering* 51 (2002) 131–137.
- [4] P. Jayapragasam, P. Le Bideau, T. Loulou, Approximation of heat and mass transport properties for one sided cake baking, *Journal of Food Engineering* 290 (2021) 110211.
- [5] J. Cernela, B. Heyd, S. Keller, J. L. Bailleul, M. N. Maillard, C. Bonazzi, B. Broyart, Experimental study of heat and mass transfer phenomena during the contact heating of solid food models, *Journal of Food Engineering* 146 (2015) 99–106.
- [6] R. Rocca-Poliméni, N. Zárate Vilet, S. Roux, J.-L. Bailleul, B. Broyart, Continuous measurement of contact heat flux during minced meat grilling, *Journal of Food Engineering* 242 (2019) 163–171.
- [7] S. Marc, J.-P. Ploteau, P. Le Bideau, P. Glouannec, Transient heat flux estimation during the baking of cereal batter by contact heating, *International Journal of Heat and Mass Transfer* 155 (2020) 119848.
- [8] J. K. Carson, S. J. Lovatt, D. J. Tanner, A. C. Cleland, Thermal conductivity bounds for isotropic, porous materials, *International Journal of Heat and Mass Transfer* 48 (2005) 2150 – 2158.
- [9] C. F. Fontan, J. Chirife, E. Sancho, H. A. Iglesias, Analysis of a Model for Water Sorption Phenomena in Foods, *Journal of Food Science* 47 (1982) 1590–1594.