

# Méthodologie de dimensionnement d'un dissipateur thermique pour les convertisseurs de puissance

Gaël PONGNOT<sup>1,3,\*</sup>, Mickaël PETIT<sup>1,4</sup>, Marie-Christine DULUC<sup>2,4</sup>, Clément MAYET<sup>1,4</sup>, Denis LABROUSSE<sup>1,4</sup>

<sup>1</sup> Laboratoire SATIE - Systèmes et Applications des Technologies de l'Information et de l'Énergie.

<sup>2</sup> Laboratoire Lafset - Laboratoire du Froid et des Systèmes Énergétiques et Thermiques.

<sup>3</sup> École Normale Supérieure Paris-Saclay. 4 avenue des sciences, 91190 Gif-sur-Yvette.

<sup>4</sup> Conservatoire National des Arts et Métiers. 292 Rue Saint-Martin, 75003 Paris.

\* auteur correspondant : gael.pongnot@ens-paris-saclay.fr

**Résumé** - Ce travail propose un adimensionnement et une résolution analytique d'un problème thermique appliqué à l'électronique de puissance. Une étude de l'influence des paramètres sur le facteur de surchauffe est réalisée afin d'appréhender les phénomènes sous-jacents. Enfin, deux méthodes de dimensionnement sont proposées, sur la base d'abaques calculés à partir de la résolution proposée.

## Nomenclature

$e$	épaisseur de conducteur, m	$Q$	facteur de pertes volumiques, –
$F$	facteur de forme, –	$R$	résistance électrique du composant, $\Omega$
$h$	coefficient d'échange convectif, $W \cdot m^{-2} \cdot K^{-1}$	$S$	facteur d'étalement, –
$I$	courant électrique, A	$T$	température, K
$J$	densité de courant électrique, $A \cdot m^{-2}$	<i>Symboles grecs</i>	
$k$	conductivité thermique, $W \cdot m^{-1} \cdot K^{-1}$	$\theta$	température adimensionnée, –
$L$	largeur du conducteur, m	$\xi$	facteur de surchauffe, $K \cdot W^{-1}$
$l$	largeur de la source, m	$\rho$	résistivité électrique du matériau, $\Omega \cdot m$
$Bi_l$	nombre de Biot adapté, –	$\omega$	terme source volumique, $W \cdot m^{-3}$
$q''$	densité de flux, $W \cdot m^{-2}$		

## 1. Introduction

Les applications de l'électronique de puissance dans les transports (automobile, aéronautique) et les objets du quotidien poussent à la miniaturisation croissante des composants de puissance. Celle-ci est permise par le développement de nouvelles technologies de semi-conducteurs (SiC, GaN) et d'intégration. De part l'augmentation des densités de chaleur à dissiper, le refroidissement de ces composants est aujourd'hui la contrainte dimensionnante de nombreux convertisseurs de puissance.

Traditionnellement, le refroidissement thermique en régime stationnaire est étudié par la communauté du génie électrique au moyen de modèles empiriques simples (cône de diffusion) ou à l'aide de simulations par éléments finis, les résolutions analytiques [1] étant souvent évitées. Les modèles empiriques ne s'appuient pas sur une formulation rigoureuse d'un problème de conduction thermique ce qui conduit à des marges d'erreur importantes [2, 3]. Quant aux simulations numériques, elles permettent une modélisation fine des systèmes complexes. Cependant la réalisation d'une étude préliminaire ou d'une optimisation, pour lesquelles de nombreux paramètres électriques et thermiques restent indéterminés, est difficile. De plus, les temps de simulation sont parfois prohibitifs.

Nous proposons ici d'aborder le problème du dimensionnement géométrique d'un dissipateur thermique associé à une puce quelconque. Une approche bidimensionnelle et un régime

permanent sont considérés, ce qui est représentatif du fonctionnement de systèmes de conversion DC-DC. Une solution analytique de conduction thermique est proposée dans le cas d'un dissipateur rectangulaire thermiquement et électriquement isotrope. Un adimensionnement permet de réduire l'espace des paramètres physiques, et de simplifier l'analyse.

L'influence des paramètres adimensionnés sur le facteur de surchauffe du dissipateur et l'étalement du flux de chaleur, grandeurs recherchées par l'électronicien de puissance, est étudiée afin d'élaborer une aide à la décision. En particulier, deux méthodes sont présentées : la première permet d'obtenir les dimensions optimales du dissipateur connaissant le composant de puissance et son point de fonctionnement ; la seconde donne le point limite de fonctionnement du composant connaissant la source de refroidissement disponible. Ces résultats sont confrontés à une technologie connue afin de vérifier la représentativité du modèle proposé.

## 2. Modèle physique

Le système étudié est une plaque de conductivité thermique  $k$ , d'épaisseur  $e$ , de longueur infinie et de largeur  $2L$  sur laquelle est imposée une densité de flux  $q_0''$  homogène sur une partie centrée, de largeur  $2l$ , de la face inférieure. Un coefficient d'échange  $h$  est imposé sur la face supérieure. La figure 1 illustre ce système. Dans cette communication on se limitera à une modélisation 2D, afin d'alléger les expressions analytiques.

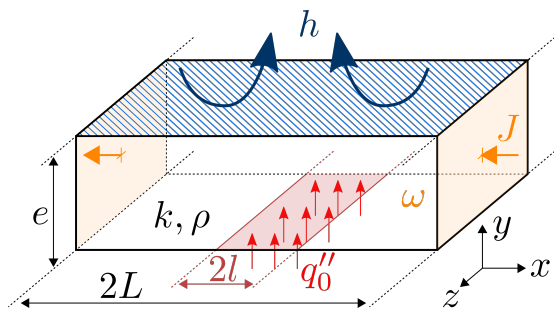


Figure 1 : Géométrie 3D dimensionnée

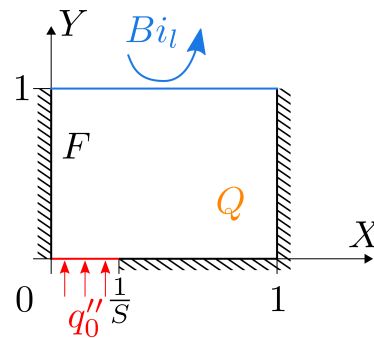


Figure 2 : Géométrie 2D adimensionnée

Le problème ainsi posé se veut simple et représentatif de dispositifs classiques en électronique de puissance : un composant dissipe une certaine puissance en surface d'un substrat, de type DBC<sup>1</sup>, PCB<sup>2</sup> ou MCPCB<sup>3</sup>, lui-même refroidi sur la face opposée par un dissipateur à ailettes ou une plaque froide à fluide.

Le matériau est considéré homogène, de conductivité thermique constante. Le coefficient d'échange est supposé homogène, ainsi que la densité de flux  $q_0''$  sur la surface correspondant à la source de chaleur. Le milieu extérieur est considéré comme étant à température  $T_\infty$ . Les propriétés du matériau étant linéaires, seule la surchauffe  $\Delta T = T - T_\infty$  est prise en compte.

La puissance à dissiper ayant pour origine des pertes Joule dans le composant, les grandeurs  $R$  et  $I$ , respectivement la résistance équivalente et le courant efficace dans le composant, sont intéressantes à introduire. Le composant, considéré carré, est de surface  $4l^2$ . Ainsi la densité de flux s'exprime  $q_0'' = \frac{RI^2}{4l^2}$ . Le conducteur thermique considéré peut également avoir la fonction

1. Direct Bonded Copper
2. Printed Circuit Board
3. Metal Core Printed Circuit Board ou SMI pour Substrat Métallique Isolé

de conducteur électrique pour apporter au composant le courant  $I$ . Le terme source, uniforme,  $\omega = \rho J^2$  dû au passage d'une densité de courant  $J = \frac{I}{el}$  est alors intéressant à considérer. Cette contribution se superpose à la première.

Certaines hypothèses prises sont fortes et contestables vis-à-vis de l'application visée, mais l'étude en est fortement simplifiée. En effet, les symétries et invariances permettent de réduire le problème à une étude 2D plane, dont la résolution par les séries de Fourier est aisée. Les résultats obtenus permettront d'établir des tendances, qui serviront pour des géométries plus complexes.

### 3. Résolution

L'énoncé du problème laisse apparaître onze grandeurs physiques indépendantes : deux variables géométriques ( $x, y$ ), une grandeur de sortie ( $\Delta T$ ) et huit paramètres ( $L, l, e, k, \rho, I, R, h$ ). Le théorème de Vashy-Buckingham assure alors que le problème peut se réduire à un problème équivalent mettant en jeu sept variables sans dimensions.

#### 3.1. Adimensionnement

Les variables adimensionnées sont déterminées de sorte à simplifier l'expression des conditions aux limites. Les grandeurs  $l, k, \rho$  et  $R$  ayant vocation à être fixées par notre application, elles serviront de grandeurs de base. Le nouveau jeu de paramètres est présenté ci-dessous, le problème ainsi posé est représenté par la figure 2.

$$X = \frac{x}{L} \quad Y = \frac{y}{e} \quad \theta = \frac{4kl^2}{eRI^2} \Delta T \quad (1)$$

$$F = \frac{e}{l} \quad S = \frac{L}{l} \quad Bi_l = \frac{hl}{k} \quad Q = \frac{4\rho}{Rl} \quad (2)$$

Les paramètres de l'équation (1) représentent les grandeurs physiques adimensionnées associées au problème : position et température. Ceux de l'équation (2) sont les paramètres adimensionnés déterminant la nature du problème :  $F$  est un facteur de forme,  $S$  est un facteur d'étalement ( $S \geq 1$ ) et  $Bi_l$  est un facteur de performance dérivé du nombre de Biot traduisant le ratio entre résistance de conduction et de convection. Le paramètre  $Q$  traduit l'influence des pertes Joule volumiques. Son annulation correspond à l'utilisation du conducteur thermique sans passage de courant électrique.

Les tableaux 1 et 2 synthétisent les plages de valeurs admissibles des différents paramètres du problème. La déduction des plages de variation des paramètres adimensionnés est nécessaire pour restreindre l'étude aux seules plages utiles.

#### 3.2. Résolution par les séries de Fourier

La résolution du problème consiste à trouver la fonction  $\theta(X, Y)$  qui respecte l'équation (3) ainsi que les conditions aux limites (4). La température adimensionnée  $\theta(X, Y)$  est cherchée sous la forme d'une série de Fourier en cosinus, pour correspondre aux symétries du problème.

Le résultat obtenu est présenté par l'équation (5) sous une forme compatible avec les calculs numériques. Il permet un calcul direct en n'importe quel point de la géométrie moyennant une troncature de la série de Fourier à l'ordre voulu.

	$L$	$l$	$e$	$k$
	mm	mm	$\mu\text{m}$	$\text{W}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$
Min.	$l$	1	10	0,3
Typ.	50	10	100	400
Max.	200	20	30000	400

	$h$	$R$	$I$	$\rho$
	$\text{W}\cdot\text{m}^{-2}\cdot\text{K}^{-1}$	$\text{m}\Omega$	A	$\Omega\cdot\text{m}$
Min.	10	0,1		
Typ.	1000	1	100	$2\cdot 10^{-8}$
Max.	10000	10		

Tableau 1 : Valeurs typiques des grandeurs dimensionnées

	$S$	$F$	$Bi_l$	$Q$
Min.	1	$0,5\cdot 10^{-3}$	$25\cdot 10^{-6}$	0
Typ.	5	$10\cdot 10^{-3}$	$25\cdot 10^{-3}$	$2\cdot 10^{-3}$
Max.	200	30	700	0,2

Tableau 2 : Valeurs typiques des grandeurs adimensionnées

$$\frac{F^2}{S^2} \frac{\partial^2 \theta}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial Y^2} + \frac{Q}{F} = 0 \quad (3)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{pour } X = 0, \quad \frac{\partial \theta}{\partial X} = 0 \\ \text{pour } X = 1, \quad \frac{\partial \theta}{\partial X} = 0 \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} \text{pour } Y = 1, \quad \frac{\partial \theta}{\partial Y} + Bi_l F \theta = 0 \\ \text{pour } Y = 0, \quad \frac{\partial \theta}{\partial Y} = \begin{cases} -1 & \text{si } X \in \left[0, \frac{1}{S}\right] \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \end{array} \right. \quad (4)$$

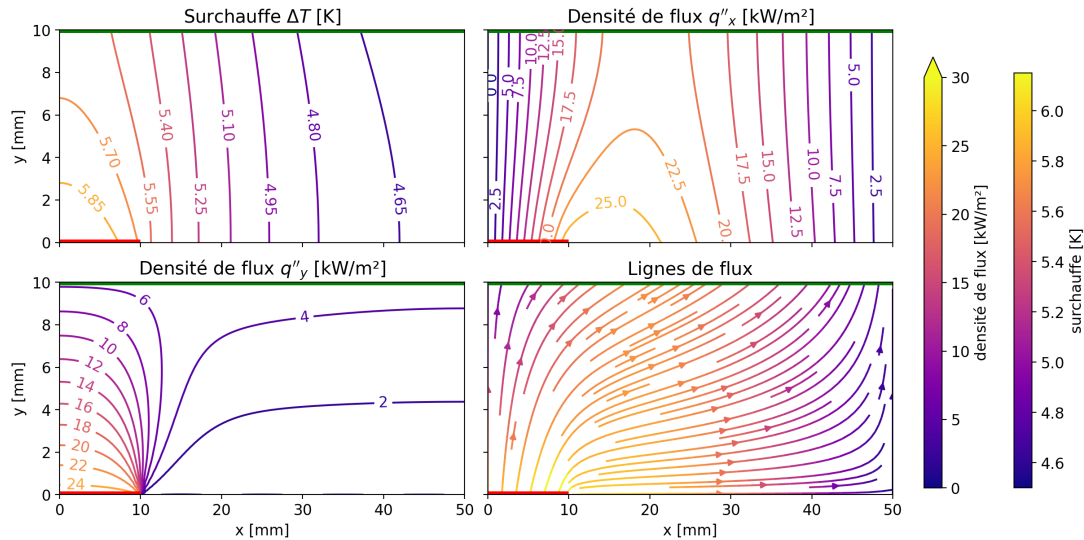
$$\theta(X, Y) = \frac{1}{S} \left( 1 - Y + \frac{1}{Bi_l F} \right) + \frac{Q}{F} \left( \frac{1}{Bi_l F} + \frac{1 - Y^2}{2} \right) + \sum_{n=1}^{+\infty} 2 \operatorname{sinc} \left( \frac{n\pi}{S} \right) \frac{\left( \frac{1}{S} - \frac{Bi_l}{n\pi} \right) e^{-\frac{Fn\pi}{S}(2-Y)} + \left( \frac{1}{S} + \frac{Bi_l}{n\pi} \right) e^{-\frac{Fn\pi}{S}Y}}{F \left( Bi_l + \frac{n\pi}{S} \tanh \frac{Fn\pi}{S} \right) \left( 1 + e^{-2\frac{Fn\pi}{S}} \right)} \cos(n\pi X) \quad (5)$$

Le calcul numérique a été réalisé avec 1000 termes pour assurer la convergence. Il reste rapide, fiable et toujours préférable à un logiciel commercial. À titre d'illustration, les champs de température et de flux sont tracés sur la figure 3 dans une configuration particulière. L'influence des paramètres est dès lors simple à étudier pour en comprendre les conséquences physiques.

### 3.3. Facteur de surchauffe

La grandeur d'intérêt pour l'électronicien de puissance est le facteur de surchauffe, rapport entre l'élévation de température du composant et la puissance dissipée. Cette grandeur est définie par l'équation (6), l'élévation de température choisie comme référence correspond au point  $(0, 0)$ , lieu où la température est maximale  $\theta_{max} = \theta(0, 0)$ .

$$\xi = \frac{\Delta T(0, 0)}{l^2 q_0''} = \frac{4}{RI^2} \Delta T(0, 0) = \frac{1}{kl} F \theta(0, 0) \quad (6)$$



$$L = 50 \text{ mm}, l = 10 \text{ mm}, e = 10 \text{ mm}, h = 1000 \text{ W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-1}$$

$$R = 1 \text{ m}\Omega, I = 100 \text{ A}, k = 400 \text{ W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}, \rho = 2.10^{-8} \Omega \cdot \text{m}$$

Figure 3 : Champs de surchauffe et de flux

Cette grandeur est confondue avec la résistance thermique lorsque le terme source  $Q$  est nul [4]. L'avantage d'une approche analytique est ici que l'on peut calculer la surchauffe uniquement au point d'intérêt. Dans la suite,  $kl\xi = F\theta(0, 0)$  sera la grandeur adimensionnée d'intérêt.

## 4. Résultats et discussions

Cette partie a pour objectif d'extraire, de la résolution analytique précédente, des analyses pertinentes pour l'application visée. Elle discutera en particulier de la répartition du flux de chaleur dans le conducteur, de l'optimisation géométrique du facteur de surchauffe et de la représentativité de la solution face à des dispositifs réels.

### 4.1. Influence des paramètres sur le facteur de surchauffe

La figure 4 permet d'appréhender l'étalement du flux de chaleur, en considérant la répartition de la densité de flux  $q''_y$  sur la paroi supérieure. Le trait vertical pointillé représente l'extrémité du composant. Le résultat communément admis est retrouvé : lorsque le coefficient d'échange est faible ( $Bi_l \rightarrow 0$ ) la composante verticale de la densité de flux s'homogénéise, alors que lorsque  $Bi_l \rightarrow \infty$  elle se concentre à la verticale de la source. De même, le flux s'étale d'autant mieux que l'épaisseur, représentée par le paramètre adimensionné  $F$ , est importante.

Le facteur de surchauffe  $\xi$  étant la grandeur d'intérêt, l'étude de l'influence des paramètres sur cette grandeur est indispensable. Les figures 5 et 6 représentent le facteur de surchauffe adimensionné  $kl\xi$  en fonction de  $S$ . La figure 5 prend comme paramètres le facteur de forme  $F$  et le terme source  $Q$ , alors que la figure 6 s'intéresse aux paramètres  $Bi_l$  et  $Q$ .

Deux types d'asymptotes sont visibles sur la figure 5. La première catégorie comprend celles en  $1/S$  qui apparaissent pour des  $S$  faibles, des  $Bi_l$  faibles et des  $F$  importants. Ici apparaît l'effet *spreader* : l'augmentation de la largeur  $L$  permet un meilleur étalement du flux sur la paroi supérieure et l'utilisation d'une plus grande surface d'échange avec le fluide de refroidissement. La seconde catégorie est indépendante de  $S$ . Elle apparaît dans les cas opposés à la précédente

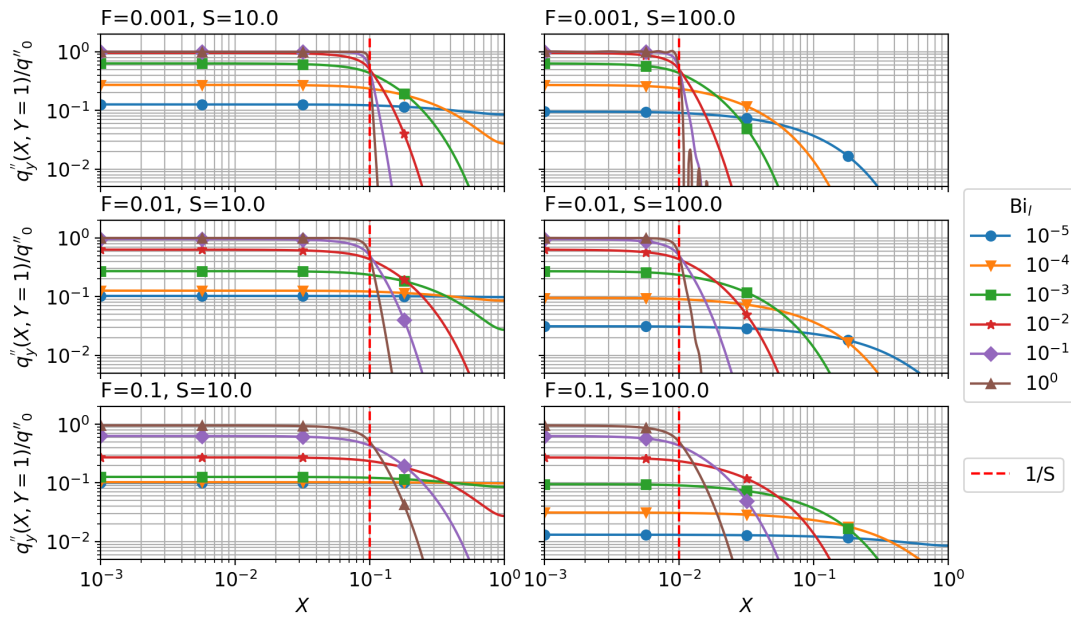


Figure 4 : Répartition du flux de chaleur vertical au niveau de la face supérieure

et traduit un effet de *couche mince* : le flux ne s'étale pas par l'augmentation de la largeur du conducteur car la transmission est favorisée dans la direction verticale par une faible épaisseur et un  $Bi_l$  important. L'ajout de la contribution volumique  $Q$  est, quant à elle, non-négligeable pour les faibles épaisseurs  $F$ .

La figure 6 présente deux types d'asymptotes du même ordre que précédemment, mais aussi parfois un croisement des courbes pour des valeurs de  $Bi_l$  suffisamment importantes. Dans ce cas, pour un même triplet  $(S, Bi_l, Q)$ , au moins deux configurations  $F$  peuvent conduire à la même valeur du facteur de surchauffe. Cela indique que des optimisations sont possibles. En particulier, pour  $Bi_l = 0,1$  et  $Q = 2.10^{-3}$ , à  $S = 5$  les valeurs  $F = 30$  et  $F = 30.10^{-3}$  permettent d'obtenir la même valeur  $kl\xi = 9$ . Un autre critère, tel que la minimisation du volume ou la maximisation de la capacité thermique (pour le régime transitoire non-étudié ici), est alors nécessaire pour sélectionner la configuration la plus adaptée.

## 4.2. Abaques et aide au dimensionnement

Dès lors, représenter  $kl\xi$  dans le plan  $(S, F)$  apparaît utile afin d'obtenir un réseau de lignes de niveau (figure 7). Trois zones d'évolution sont identifiables : indépendante de  $S$ , indépendante de  $F$  et indépendante de  $F/S$ . Ces courbes laissent apparaître des minima globaux, qui peuvent être exploités lors d'une optimisation. La vision empirique du *spreader* large et épais, dont l'intérêt est net lorsque le refroidissement n'est pas excellent, est ici retrouvée. Cette figure montre cependant, que rien ne sert d'élargir le *spreader* à outrance car cela n'aura aucun effet bénéfique. De plus, l'augmentation excessive de l'épaisseur peut conduire à une diminution des performances lorsque le refroidissement est bon (forte valeur de  $Bi_l$ ).

Ces courbes permettent d'élaborer des stratégies de dimensionnement à destination d'un concepteur de système de refroidissement. La recherche du courant maximal admissible dans le composant s'appuie sur la recherche de  $L, e,$  et  $I$  connaissant les autres paramètres. L'étude débute par le calcul de  $Q$  et  $Bi_l$  à partir des données du problème, ce qui permet de sélectionner l'abaque à lire pour déterminer le couple  $(S, F)$  qui minimise le facteur de surchauffe  $kl\xi$ . La

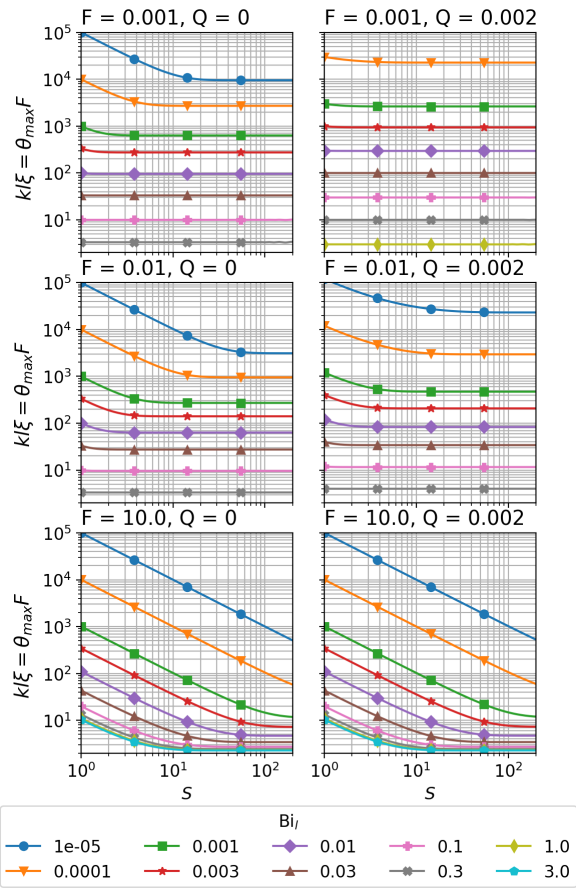


Figure 5 : Influence de  $Bi_l$  sur  $kl\xi$

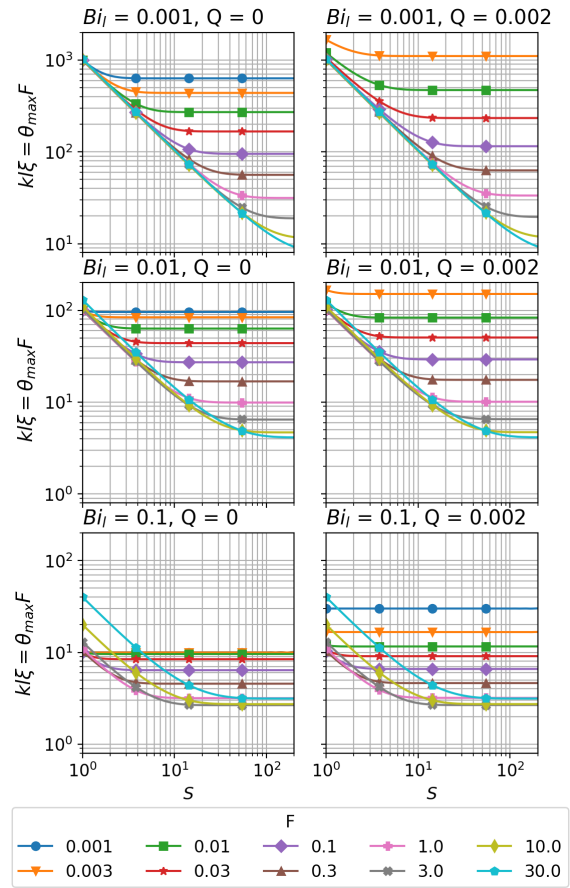


Figure 6 : Influence de  $F$  sur  $kl\xi$

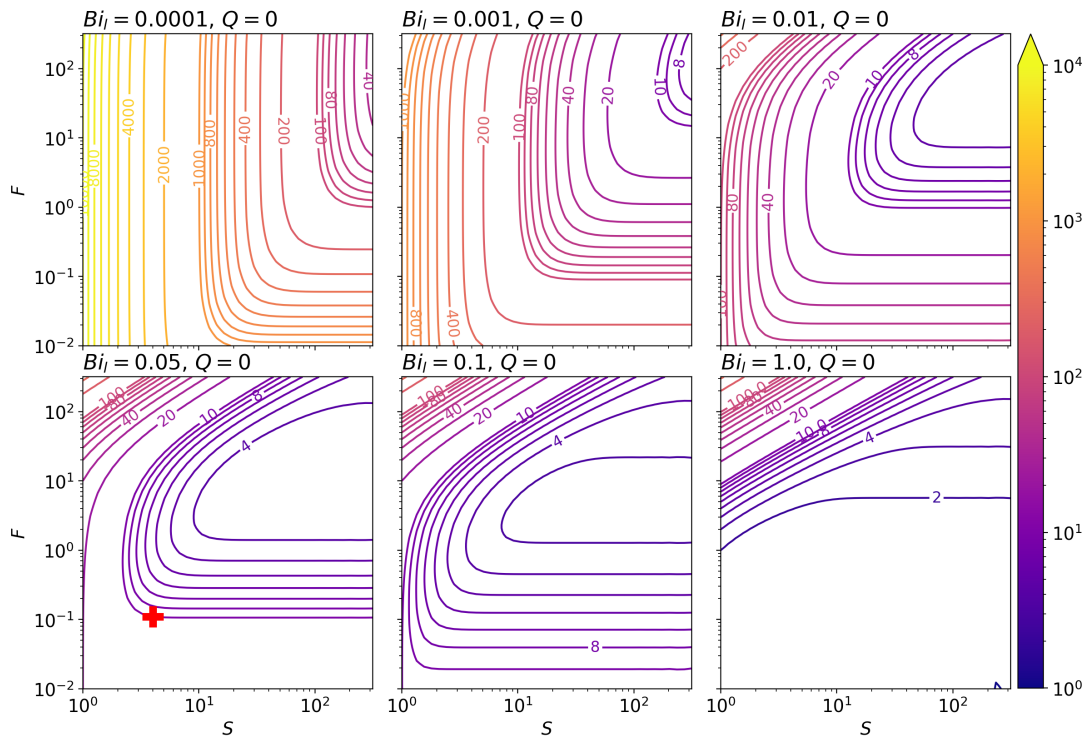


Figure 7 : Cartographie de  $kl\xi(S, F)$  pour différentes valeurs de  $Bi_l$  et pour  $Q = 0$

conversion en grandeurs dimensionnées conclut cette méthode.

Une seconde démarche consiste à déterminer le refroidissement optimal ( $L$ ,  $e$ , et  $h$ ) et débute par le calcul de  $Q$  et  $kl\xi$ . La lecture des abaques permet de choisir un point ( $S, F, Bi_l$ ) d'après des critères propres à l'utilisateur, et d'en déduire les grandeurs dimensionnées.

### 4.3. Application

Afin d'illustrer l'utilisation des méthodes précédentes, un dispositif de refroidissement au potentiel électrique, constitué d'une semelle de cuivre placée entre le composant et l'échangeur thermique, est étudié. Les hypothèses sont :  $2l = 13$  mm,  $k = 400$  W·m<sup>-1</sup>·K<sup>-1</sup>,  $\Delta T = 50$  K,  $4l^2q_0'' = 50$  W et  $Q = 0$ . Viennent alors  $\xi = 4$  K·W<sup>-1</sup>, et  $kl\xi = 10$ . La minimisation du volume porte d'abord sur la minimisation de l'épaisseur  $e$  (liée à  $F$ ) puis de la largeur  $L$  ( $S$ ).

La recherche de la valeur  $kl\xi = 10$  dans les abaques conduit à s'intéresser au cas  $Bi_l = 5 \cdot 10^{-2}$ . La valeur  $h = 3077$  W·m<sup>-2</sup>·K<sup>-1</sup> correspondante est jugée acceptable (convection forcée d'un liquide). Le point ( $S, F$ ) est alors déterminé par lecture graphique, représenté sur la figure 7. Finalement, l'épaisseur et la largeur nécessaires sont  $e = 650$  μm et  $L = 26$  mm.

## 5. Conclusion et perspectives

Ce travail permet de dégager et d'interpréter les phénomènes mis en jeu par le refroidissement de composants de l'électronique de puissance. Les paramètres importants et leur influence sont mis en évidence par un adimensionnement conçu pour correspondre à l'usage qu'aurait un électronicien souhaitant concevoir un système de refroidissement. Dans ce but, deux méthodes de dimensionnement sont proposées, s'appuyant sur un calcul numériquement direct.

Cependant, la plupart des dispositifs nécessitent la prise en compte d'au moins trois couches de matériaux différents, or la résolution présentée se limite à un matériau homogène, une étude multicouche devra donc être menée. Cette étude pourra s'appuyer sur une résolution analytique ou des simulations par éléments finis utilisant un adimensionnement pertinent. De plus, une étude en régime transitoire introduisant la notion de capacité thermique peut être intéressante pour certaines applications ayant des variations de puissance importantes. Enfin, la modélisation 2D surestime l'élévation de température des applications 3D visées. Une étude analytique 3D est donc envisagée afin d'approcher au mieux les situations réelles.

### Références

- [1] H. S. Carslaw and J. C. Jaeger. *Conduction of Heat in Solids*. Clarendon press, Oxford, 2nd ed. edition, 1959. ISBN 978-0-19-853368-9.
- [2] F. N. Masana. A closed form solution of junction to substrate thermal resistance in semiconductor chips. *IEEE Transactions on Components, Packaging, and Manufacturing Technology : Part A*, 19(4) :539–545, December 1996. ISSN 1558-3678. doi : 10.1109/95.554935.
- [3] Y. Koito, S. Okamoto, and T. Tomimura. Two-Dimensional Numerical Investigation on Applicability of 45° Heat Spreading Angle. *Journal of Electronics Cooling and Thermal Control*, 4(1) :1–11, March 2014. doi : 10.4236/jectc.2014.41001.
- [4] A. El Maakoul, C. Moyne, and A. Degiovanni. A general approach to solve heat conduction problems with internal heat sources using resistance and quadrupole concepts. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 129 :793–800, February 2019. ISSN 00179310. doi : 10.1016/j.ijheatmasstransfer.2018.10.008.