

Origine des transferts thermiques dans la convection forcée d'un gaz en milieu micro-poreux

Eric CHENIER¹, Xavier NICOLAS^{1*}, Samy RAMDANE¹, Ghiles DEMRI¹

¹Université Gustave Eiffel, MSME UMR 8208 CNRS, 5 boulevard Descartes, 77454 Marne-la-Vallée Cedex 2, France

*(auteur correspondant : xavier.nicolas@univ-eiffel.fr)

Résumé - Un modèle continu tenant compte de la raréfaction à l'interface gaz/solide est utilisé pour analyser les transferts thermiques dans des écoulements de gaz en milieu micro-poreux. Le gaz subit des variations de température liées uniquement au travail des forces de pression, à la dissipation visqueuse et aux effets de raréfaction : il n'y a pas de chauffage extérieur. Plus de 800 simulations sont effectuées pour les nombres de Reynolds, Mach et Knudsen suivants : $Re < 100$, $Ma < 1$ et $Kn < 0,1$. La moyenne intrinsèque de l'équation de l'énergie sur un VER est établie et les simulations sont utilisées pour évaluer l'importance relative de chaque terme de cette équation. La moyenne intrinsèque du travail de la pression sur un VER est en général le terme dominant qui agit comme un puits de chaleur. En revanche, pour des écoulements faiblement compressibles à basse pression, le gaz peut chauffer sous l'effet de trois sources de chaleur : la dissipation visqueuse, la puissance des contraintes visqueuses à l'interface gaz/solide et la moyenne intrinsèque des fluctuations du terme de convection.

Nomenclature

CVF	moy. intrinsèque de la convection fluctuante	ΔP	écart de pression entrée/sortie, $P_{in}-P_{out}$ [Pa]
d	plus petite distance entre 2 obstacles, $4 \mu m$	ϵ	porosité du milieu micro-poreux, 0,7777
DV	dissipation visqueuse	λ	libre parcours moyen, $\frac{\mu}{P} \left(\frac{\pi r T}{2}\right)^{1/2}$ [m]
H	hauteur du canal micro-poreux, $6 \mu m$	λ_{av}	libre parcours moyen basé sur P_{av} et T_{in} [m]
K_D	perméabilité de Darcy, $7,2188 \times 10^{-13} m^2$	λ_{out}	λ maximum en sortie, $\frac{\mu}{P_{out}} \left(\frac{\pi r T_{f,out}}{2}\right)^{1/2}$ [m]
Kn_{av}	nombre de Knudsen moyen, $\frac{\lambda_{av}}{d}$	Ω	domaine poreux complet, $\Omega_f + \Omega_s$
Kn_{out}	nombre de Knudsen max. en sortie, $\frac{\lambda_{out}}{d}$	$\partial\Omega$	frontière du domaine Ω
L	longu. du canal de 10 VER, $20L_1 = 240 \mu m$	ξ_T, ξ_v	paramètres d'accommodation therm. et dyn.
L_1	dist. entre les centres de 2 obstacles, $12 \mu m$	ψ_f	moyenne intégrale d'une variable ψ_f sur une section du canal, $\frac{1}{S_f} \int_{S_f} \psi_f dS_f$
Ma_{out}	nombre de Mach max. en sortie, $\frac{u_{out}}{\sqrt{\gamma r T_{f,out}}}$	$\langle \psi_f \rangle$	moyenne de phase de ψ_f calculée avec un filtre triangle [16], $\frac{1}{V} \int_{\Omega} \psi_f dV$
\vec{n}_{fs}	normale unitaire à l'interface fluide/solide, dirigée du fluide vers le solide	$\langle \psi_f \rangle^f$	moyenne intrinsèque de ψ_f calculée avec un filtre triangle [16], $\frac{1}{V_f} \int_{\Omega_f} \psi_f dV$
P_{av}	moy. arithmétique de la pression, $\frac{P_{in}+P_{out}}{2}$ [Pa]		
PCV	puissance de la contrainte visqueuse sur $\partial\Omega_{fs}$		
R_s	rapport des termes sources, $\frac{PCV+CVF}{TP+DV}$	Indices	
Re_D	nombre de Reynolds de Darcy, $\frac{\rho u d}{\mu} \sqrt{K_D}$	av	moyen
Re_{out}	Reynolds en sortie, $\frac{\rho_{out} u_{out} d}{\mu} = \sqrt{\frac{\pi \gamma}{2}} \frac{Ma_{out}}{Kn_{out}}$	f, s	phase fluide et phase solide
S_f	section de la zone fluide du canal poreux [m^2]	fs	interface fluide/solide
TP	travail de la pression	in	à l'entrée
V, V_f	volumes du VER et de sa zone fluide [m^3]	out	en sortie

1. Introduction

Au cours des 30 dernières années, de nombreux travaux ont porté sur la modélisation des effets thermiques dans les écoulements en milieux micro-poreux, en raison du grand nombre d'applications pour les NEMS et MEMS [1] et pour l'extraction des ressources gazières non

conventionnelles piégées dans des pores rocheux submicrométriques [2]. La plupart de ces travaux ont modélisé les transferts de chaleur dans des régimes incompressibles avec un apport de chaleur externe. Relativement rares sont ceux qui tiennent compte des effets thermiques dus à la dissipation visqueuse, DV , et au travail de la pression, TP . Encore plus rares, sont les contributions qui tiennent compte des effets de raréfaction dans la couche de Knudsen, en particulier le glissement thermique, lorsque $0,001 < Kn < 0,1$, où Kn est le nombre de Knudsen [1, 3]. La source de chaleur liée à la dissipation visqueuse est généralement étudiée pour des écoulements gazeux incompressibles [4]. Le travail de la pression est un puits de chaleur pour les écoulements en conduite [5], mais ce n'est pas toujours vrai dans les milieux poreux [6, 12]. Certains auteurs ont étudié et quantifié les effets combinés de DV , TP et de la raréfaction en micro canal [1, 5, 7, 8], mais pas dans les milieux micro-poreux. La majorité de ces papiers montre l'importance d'inclure la puissance des contraintes visqueuses, PCV , à la paroi dès qu'un écoulement glissant raréfié est présent.

Dans cette étude, nous simulons à l'échelle locale des pores, avec un modèle continu, les effets thermiques d'un gaz compressible circulant dans un réseau périodique d'obstacles solides séparés de quelques micromètres, sous de forts gradients de pression. Les équations de Navier-Stokes et de l'énergie sous forme compressible sont résolues avec un modèle thermique complet, c'est-à-dire avec les termes source et de puits dus à DV et TP dans l'équation de l'énergie et en prenant en compte les trois effets de raréfaction aux interfaces gaz/solide : glissement de vitesse, saut de température et PCV . Toutes ces contributions au chauffage ou au refroidissement sont analysées en détail sur un ou plusieurs VER (Volume Élémentaire Représentatif). Par ailleurs, une analyse théorique permet d'établir la moyenne intrinsèque de l'équation de l'énergie sur un VER du milieu poreux modèle, dans le cas d'écoulements compressibles et raréfiés. Les simulations sont utilisées pour évaluer l'importance relative des différents termes de cette équation et tracer leur évolution en fonction des paramètres de l'écoulement. La section 2 présente la modélisation du problème et le code de résolution, la section 3 le domaine de paramètres étudiés, la section 4 l'analyse des résultats et la section 5 les conclusions.

2. Modélisation et méthodes de résolution

2.1. Modèle continu

On considère des écoulements de gaz dans le milieu micro-poreux de la Fig. 1, constitué de

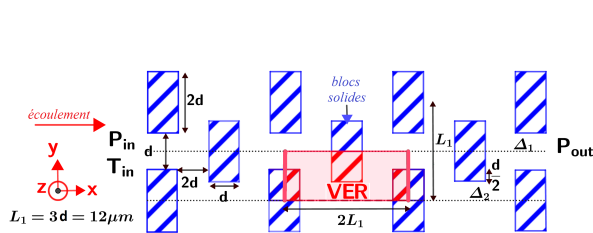


Figure 1 : Milieu poreux modèle et VER.

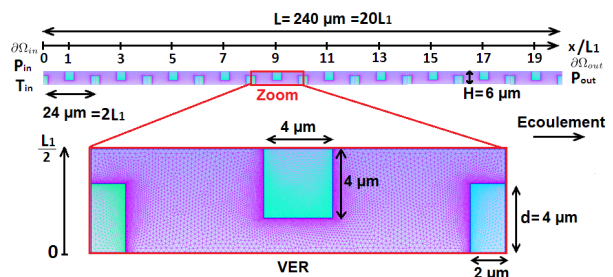


Figure 2 : Canal poreux simulé et exemple d'un motif géométrique élémentaire (VER).

barres rectangulaires de section micrométrique placées régulièrement et perpendiculairement à l'écoulement principal. Compte-tenu des symétries du milieu poreux et des écoulements stationnaires considérés, le problème est simulé dans le canal constitué de 10 VER présenté dans la Fig. 2. Ce canal est 2D dans un plan (x,y) , de longueur $L = 240 \mu m$ et de hauteur $H = 6 \mu m$. L'écoulement est contrôlé par la différence de pression $\Delta P = P_{in} - P_{out}$ entre l'entrée et la sor-

tie du canal. La température d'entrée du gaz est uniforme égale à $T_{in} = 300 K$. Les propriétés physiques du gaz et du solide sont supposées constantes car les variations de température (mais pas leurs gradients) restent relativement modérées dans le milieu micro-poreux. Leurs valeurs sont données dans le tableau 1 et correspondent à l'azote et à l'aluminium. En utilisant la loi des gaz parfaits et l'hypothèse de Stokes, la vitesse, $\vec{v} = u\vec{e}_x + v\vec{e}_y$, la pression, p , et la température du gaz, T_f , sont les solutions des équations stationnaires :

L	H	r	Pr	ξ_v	ξ_T	T_{in}	μ	k_f	c_p	k_s
μm	μm	$J/kg.K$				K	$kg/m.s$	$W/m.K$	$J/kg.K$	$W/m.K$
240	6	295	0.7	1	2	300	$1.6588.10^{-5}$	0.024712	1042,82	240

Tableau 1 : Dimensions du micro-canal et propriétés du gaz (azote) et du solide (aluminium) utilisés.

$$\forall \vec{x} \in \Omega_f, \begin{cases} \nabla \cdot (\rho \vec{v}) = 0 & (1a) \\ \nabla \cdot (\rho \vec{v} \otimes \vec{v}) + \nabla p - \nabla \cdot \bar{\tau} = \vec{0} & (1b) \\ c_p \nabla \cdot (\rho \vec{v} T_f) - \vec{v} \cdot \nabla p - \bar{\tau} : \bar{d} - \nabla \cdot (k_f \nabla T_f) = 0 & (1c) \\ p - \rho r T_f = 0 & (1d) \end{cases}$$

avec $\bar{\tau} = 2\mu\bar{d} - \frac{2\mu}{3}(\nabla \cdot \vec{v})\bar{I}$ le tenseur des contraintes visqueuses, $\bar{d} = \frac{1}{2}(\nabla \vec{v} + (\nabla \vec{v})^t)$ et $r = \frac{R}{M}$ le rapport entre la constante universelle des gaz parfaits et la masse molaire du gaz. Le champ de température de la phase solide, T_s , est solution de l'équation de conduction de la chaleur :

$$\forall \vec{x} \in \Omega_s, \nabla \cdot (k_s \nabla T_s) = 0 \quad (2)$$

Les conditions de raccord entre les phases solide et fluide s'écrivent :

$$\forall \vec{x} \in \partial\Omega_{fs}, \begin{cases} \vec{v} = -\xi_v \lambda \left(\bar{I} - \vec{n}_{fs} \otimes \vec{n}_{fs} \right) \cdot \left(2\bar{d} \cdot \vec{n}_{fs} \right) & (3a) \end{cases}$$

$$\forall \vec{x} \in \partial\Omega_{fs}, \begin{cases} T_s = T_f + \xi_T \lambda \frac{\partial T_f}{\partial \vec{n}_{fs}} & (3b) \end{cases}$$

$$\forall \vec{x} \in \partial\Omega_{fs}, \begin{cases} k_s \frac{\partial T_s}{\partial \vec{n}_{fs}} = k_f \frac{\partial T_f}{\partial \vec{n}_{fs}} + 2\mu \vec{v} \cdot (\bar{d} \cdot \vec{n}_{fs}) & (3c) \end{cases}$$

avec $\xi_v = 1$ et $\xi_T = 2$ les paramètres d'accommodation dynamique et thermique et λ le libre parcours moyen des molécules du gaz. Les conditions (3a) et (3b) traduisent le glissement dynamique et thermique entre phases au premier ordre, et la relation (3c) modélise la continuité du flux d'énergie à l'interface entre le gaz et le solide. Le terme de pompage thermique est omis dans (3a) car soit les gradients de température axiaux sont faibles lorsque ΔP est faible, soit le cisaillement dans (3a) est dominant lorsque ΔP est grand.

Aux Eqs. (1) et (2), il faut ajouter des conditions aux limites sur les frontières du domaine, pour $\vec{x} \in \partial\Omega$. Compte tenu de la symétrie géométrique du VER représenté sur les Figs. 1 et 2 et de la symétrie de la solution autour des droites Δ_1 et Δ_2 de la Fig. 1, nous travaillerons par la suite soit sur un VER centré à une abscisse $x/L_1 \in [2; 18]$, soit sur le canal de 10 VER en imposant toujours des conditions de symétrie sur les frontières communes avec Δ_1 et Δ_2 . Ainsi, les conditions aux limites s'écrivent :

$$\text{Entrée, } \vec{x} \in \partial\Omega_{in} : p = p_{in}, T_f = T_{in}, \frac{\partial T_s}{\partial x} = 0, \frac{\partial u}{\partial x} = 0, v = 0 \quad (4)$$

$$\text{Sortie, } \vec{x} \in \partial\Omega_{out} : p = p_{out}, \frac{\partial T_f}{\partial x} = \frac{\partial T_s}{\partial x} = \frac{\partial u}{\partial x} = \frac{\partial v}{\partial x} = 0 \quad (5)$$

$$\text{Symétrie, } \vec{x} \in \partial\Omega_{sym} : \frac{\partial p}{\partial y} = \frac{\partial T_f}{\partial y} = \frac{\partial T_s}{\partial y} = \frac{\partial u}{\partial y} = 0, v = 0 \quad (6)$$

2.2. Code de résolution numérique

Un code parallèle en volumes finis écrit en Fortran et développé au laboratoire est utilisé pour résoudre les équations stationnaires de Navier-Stokes et de l'énergie pour un gaz parfait, avec des conditions de glissement du premier ordre, sur des maillages non-structurés [9, 10]. Un schéma implicite centré du second ordre est utilisé pour les termes diffusifs et convectifs. Toutes les équations discrètes sont résolues de façon couplée par un algorithme de Newton-Raphson. La description et la validation du code et des maillages utilisés ont déjà été présentées dans de précédents travaux [6, 11, 12]. Ce code, très efficace en terme de coût de calcul, a permis de réaliser une étude paramétrique comprenant plus de 800 simulations, sur un maillage 2D de $3,5 \cdot 10^6$ cellules, où chaque simulation dure entre 10 et 40 minutes sur 20 processeurs.

2.3. Moyenne intrinsèque de l'équation de l'énergie

La technique de prise de moyenne généralisée en milieu poreux [13] est appliquée ici pour établir la moyenne intrinsèque de l'équation de l'énergie, pour des écoulements compressibles et raréfiés dans le canal micro-poreux de la Fig. 2. Cette technique est basée sur la décomposition des variables ψ_f définies dans le domaine fluide sous la forme $\psi_f = \langle \psi_f \rangle^f + \psi'_f$, où $\langle \psi_f \rangle^f$ est la moyenne intrinsèque de ψ_f sur le volume fluide V_f du VER et ψ'_f est sa fluctuation. Les théorèmes de prise de moyenne de Slattery [14] et de Gray modifié [15] appliqués à la moyenne intrinsèque de l'équation de l'énergie (1c) donnent directement l'équation suivante :

$$c_p \left[\nabla \cdot \left(\langle \rho_f \vec{v} \rangle^f \langle T_f \rangle^f \right) + \nabla \cdot \left(\langle (\rho_f \vec{v})' T_f' \rangle^f \right) \right] = \langle \vec{v} \cdot \nabla P \rangle^f + \left\langle \bar{\tau} : \bar{d} \right\rangle^f + \nabla \cdot \left(k_f \nabla \langle T_f \rangle^f \right) + \nabla \cdot \left(\frac{k_f}{V_f} \int_{\partial \Omega_{fs}} T_f \vec{n}_{fs} dS \right) + \frac{1}{V_f} \int_{\partial \Omega_{fs}} k_f \nabla T_f \cdot \vec{n}_{fs} dS \quad (7)$$

Chaque VER étant une tranche du canal micro-poreux de longueur $2L_1 = 24 \mu\text{m}$ (Fig. 2), les moyennes intrinsèques de l'Eq. (7) ne dépendent que de x et pas de y . En outre le débit massique reste constant dans tous les VER : $\langle \rho_f u \rangle^f = cst$. En conséquence, l'Eq. (7) s'écrit encore :

$$\underbrace{c_p \langle \rho_f u \rangle^f \frac{d}{dx} \langle T_f \rangle^f}_{=CVM} = \underbrace{\langle \vec{v} \cdot \nabla P \rangle^f}_{=TP} + \underbrace{\left\langle \bar{\tau} : \bar{d} \right\rangle^f}_{=DV} - \underbrace{c_p \frac{d}{dx} \langle (\rho_f u)' T_f' \rangle^f}_{=CVF} + \underbrace{\frac{1}{V_f} \int_{\partial \Omega_{fs}} k_f \nabla T_f \cdot \vec{n}_{fs} dS}_{=DIF1} + \underbrace{\frac{d}{dx} \left(k_f \frac{d}{dx} \langle T_f \rangle^f \right)}_{=DIF2} + \underbrace{\frac{d}{dx} \left(\frac{k_f}{V_f} \int_{\partial \Omega_{fs}} T_f \vec{n}_{fs} \cdot \vec{e}_x dS \right)}_{=DIF3} \quad (8)$$

Cette équation indique que la variation axiale de la moyenne intrinsèque de la température, $\frac{d}{dx} \langle T_f \rangle^f$, donnée par le terme de ConVection Moyenne (CVM), est due aux six contributions du membre de droite : le travail de la pression (TP), la dissipation visqueuse (DV), le terme de ConVection Fluctuante (CVF) et les trois termes de DIFfusion ($DIFi$, $i = 1,2,3$). Or l'étude des ordres de grandeurs et le calcul des termes de l'Eq. (8) dans nos simulations ont montré que $DIF2$ et $DIF3$ sont négligeables devant les quatre autres termes du membre de droite. De plus, on peut transformer $DIF1$ en utilisant l'intégrale de la condition (3a) sur l'interface $\partial \Omega_{fs}$:

$$\underbrace{\frac{1}{V_f} \int_{\partial \Omega_{fs}} k_s \frac{\partial T_s}{\partial \vec{n}_{fs}} dS}_{\approx 0} = \underbrace{\frac{1}{V_f} \int_{\partial \Omega_{fs}} k_f \frac{\partial T_f}{\partial \vec{n}_{fs}} dS}_{=DIF1} + \underbrace{\frac{1}{V_f} \int_{\partial \Omega_{fs}} \vec{v} \cdot \bar{\tau} \cdot \vec{n}_{fs} dS}_{=PCV} \quad (9)$$

où le dernier terme est la puissance des contraintes visqueuses, PCV , sur $\partial\Omega_{fs}$. Dans le présent micro-canal poreux (Fig. 2), en raison de la condition de symétrie sur une face des blocs solides et de la conductivité thermique élevée du solide par rapport au gaz (voir Tab. 1), le solide peut être considéré quasi isotherme et l'interface fluide/solide adiabatique : par conséquent le terme de gauche de l'Eq. (9) peut être négligé et $DIF1 \approx -PCV$. Ainsi l'Eq. (8) simplifiée s'écrit :

$$c_p \langle \rho_f u \rangle^f \frac{d}{dx} \langle T_f \rangle^f \approx TP + DV - CVF - PCV \quad (10)$$

Les intégrales des quatre termes de source et de puits de chaleur sont calculées sur des VER d'abscisse mobile ou sur tout le domaine, en utilisant des filtres triangulaires [16]. Localement, le travail de la pression, TP , peut être positif ou négatif, mais il est toujours négatif en moyenne sur les VER [6]. La dissipation visqueuse, DV , est toujours positive car $\bar{\bar{d}} = 2\mu\bar{\bar{d}} : \bar{\bar{d}} - \frac{2}{3}\mu(\nabla \cdot \vec{v})^2 \geq 0$. Nos simulations montrent que le terme convectif fluctuant, CVF , est pratiquement partout négatif. Enfin, la puissance des contraintes visqueuses, PCV , est toujours négative car le terme $\vec{v} \cdot \bar{\tau} \cdot \vec{n}_{fs}$, qui est égal par exemple à $\mu u \frac{\partial u}{\partial \vec{n}_{fs}}$ sur une interface horizontale, est négatif, car u décroît dans la direction de \vec{n}_{fs} , orienté du fluide vers le solide. Ainsi, dans l'éq. (10), TP est un terme puits de chaleur tandis que les trois derniers termes sont des termes de sources. Par conséquent, $\langle T_f \rangle^f$ augmente (resp. diminue) dans le sens de l'écoulement si la somme $TP + DV - CVF - PCV$ est positive (resp. négative), ce qui est équivalent à dire que le rapport des termes de source $R_s(X) = \frac{PCV+CVF}{TP+DV} > 1$ (resp. < 1) car $TP + DV < 0$ [1, 6].

3. Domaine de paramètres des écoulements étudiés

Dans la présente étude, le gaz rentre dans le canal micro-poreux à $T_{in} = 300 K$ et le canal n'est pas chauffé extérieurement. Ce sont les effets de compressibilité, de viscosité et de raréfaction qui chauffent ou refroidissent le gaz et la matrice solide. Une large gamme de pressions d'entrée et de sortie est imposée permettant de couvrir les régimes non inertiels et inertiels ($Re_{out} < 30$), incompressibles et compressibles ($Ma_{out} < 0,6$) et raréfiés ou non ($Kn_{out} < 0,1$). Un total de 838 simulations est effectué pour différents couples $(\Delta P, P_{av})$, telles que la pression moyenne $P_{av} = (P_{in} + P_{out})/2$ varie entre 0,5 et 2 bar, avec un pas de 0,05 bar, et la différence de pression $\Delta P = P_{in} - P_{out}$ varie entre 0,1 et 1,6 bar, avec un pas de 0,05 bar. Ce domaine de pression est présenté en couleur sur les Figs. 4 et 5. La zone triangulaire en blanc, en bas à droite du plan, contient les points qui ne peuvent pas être simulés en raison de la pression de sortie négative ou de la divergence de la résolution ou parce que $Ma_{out} > 1$ ou $Kn_{out} > 0,1$.

Les écoulements simulés sont caractérisés par les paramètres sans dimension définis dans la nomenclature. Certains sont basés sur des quantités moyennes et d'autres sur des quantités extrémales obtenues en sortie de canal. En effet, la vitesse maximale, la température minimale et la masse volumique minimale des écoulements sont situées en sortie, à $P_{min} = P_{out}$, pour la plupart des cas simulés. L'inertie est mesurée par les nombres de Reynolds Re_{out} et Re_D . L'effet de compressibilité est quantifié par le nombre de Mach Ma_{out} . Les effets de raréfaction à l'interface fluide/solide sont évalués par Kn_{out} et Kn_{av} . On note que $Re_{out} = \sqrt{\frac{\pi\gamma}{2}} \frac{Ma_{out}}{Kn_{out}}$.

Quatre points bleus, notés A, B, C et D, sont placés sur les Figs. 4 et 5. Ils correspondent à quatre cas extrêmes dans le domaine de pressions étudié. Le point A se caractérise par la plus forte inertie ($Re_{out} \approx 29$, $P_{av} = 2 bar$ et $\Delta P = 1,6 bar$), le point B par la plus forte compressibilité ($Ma_{out} \approx 0,5$, $P_{av} = 1,2 bar$ et $\Delta P = 1,6 bar$), le point C par le plus fort taux de raréfaction ($Kn_{av} \approx 0,03$ et $Kn_{out} \approx 0,09$, $P_{av} = 0,5 bar$ et $\Delta P = 0,65 bar$), ainsi que le point D dans une moindre mesure ($Kn_{av} \approx 0,03$, $P_{av} = 0,5 bar$ et $\Delta P = 0,1 bar$). Le tableau 2 résume les valeurs des paramètres sans dimension de ces quatre cas.

Cas	P_{av} [bar]	ΔP [bar]	Re_D	Re_{out}	Ma_{out}	Kn_{av}	Kn_{out}	Plus grande ...
A	2	1,6	2,051	28,88	0,2499	0,007744	0,01283	inertie
B	1,2	1,6	1,449	20,28	0,5138	0,01291	0,03761	compressib.
C	0,5	0,65	0,0578	5,043	0,2985	0,03098	0,08778	raréfaction
D	0,5	0,1	0,3578	0,816	0,0190	0,03098	0,03442	raréfaction

Tableau 2 : Paramètres adimensionnels des 4 cas extrêmes du domaine d'étude

4. Analyse des résultats

Les écoulements dans le canal micro-poreux de la Fig. 2 ont déjà été décrits à l'échelle locale dans [6, 12]. On présente dans la Fig. 3 le champ de température et les lignes de courant pour

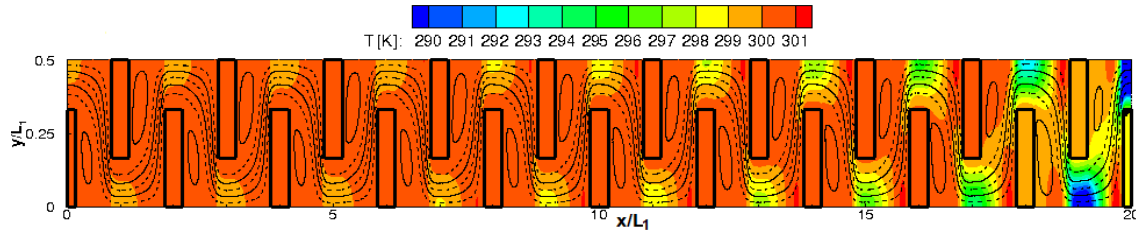


Figure 3 : Champ de température, $T(x,y)$, et lignes de courant (lignes noires continues et pointillées) sur tout le canal micro-poreux du cas B le plus compressible à $P_{av} = 1,2$ bar et $\Delta P = 1,6$ bar.

le cas B. La diminution de la pression aval crée une détente du gaz (chute de masse volumique) qui, compte tenu de la conservation du débit massique, fait augmenter l'énergie cinétique dans le sens de l'écoulement. Celle-ci est contrebalancée par une forte diminution de l'énergie interne et de la température en sortie. Le nombre de Reynolds étant assez grand, $Re_{out} \approx 20$, des recirculations stationnaires se forment à l'aval de chaque obstacle rectangulaire. Pour ce cas très compressible, $Ma_{out} = 0,51$, on peut lire sur la Fig. 3 que la différence de température maximale dans tout le domaine est très grande : elle atteint environ 10 K avec de fortes variations à l'aval. En raison du rapport élevé entre les conductivités du solide et du gaz (voir tableau 1), la température de chaque obstacle en aluminium apparaît uniforme à cette échelle.

Les Figs. 4 et 5 présentent, pour tous les cas simulés, les cartes des écarts de températures moyennes intrinsèques, $\langle T_f \rangle^f$, entre le VER de sortie et celui d'entrée, et entre le VER du milieu et celui d'entrée. L'étendue du filtre triangulaire est telle que le premier (resp. dernier) VER est à l'abscisse $x/L_1 = 2$ (resp. $x/L_1 = 18$). L'analyse des figures montre que pour de faibles écarts de pression ($\Delta P \lesssim 0,5$ bar), le gaz chauffe faiblement entre l'entrée et la sortie. Cet échauffement est plus prononcé pour les faibles pressions moyennes ($P_{av} \lesssim 0,75$ bar) où le fluide gagne au plus +0,2 K. Dans cette gamme de pression, l'augmentation de température semble linéaire : au point D, l'accroissement de température passe de +0,05 K au milieu du canal à +0,1 K en sortie. En revanche, dès que $\Delta P \gtrsim 0,6$ bar, la température du gaz en sortie devient inférieure à celle de l'entrée. Malgré cette chute de température, on peut remarquer une petite gamme de paramètres dans laquelle un faible échauffement du gaz est observé au milieu du canal (point C de la Fig. 5).

L'évolution axiale de $\langle T_f \rangle^f$ est présentée en trait continu violet, pour les 4 cas extrêmes, dans la Fig. 6. Les courbes pointillées représentent les rapports des termes de source et de puits de chaleur de l'Eq. (10) : $R_s = \frac{PCV+CVF}{TP+DV}$ en bleu et $\frac{PCV}{TP+DV}$ en vert. On constate que pour les cas A et B, à pression moyenne élevée, $P_{av} \geq 1,2$ bar, la température moyenne sur les VER chute tout le long du canal, de 0,9 K dans le cas A et de 2 K dans le cas B. Cela confirme l'observation faite sur la Fig. 3. Cette chute de température liée à la détente du gaz est bien connue pour les

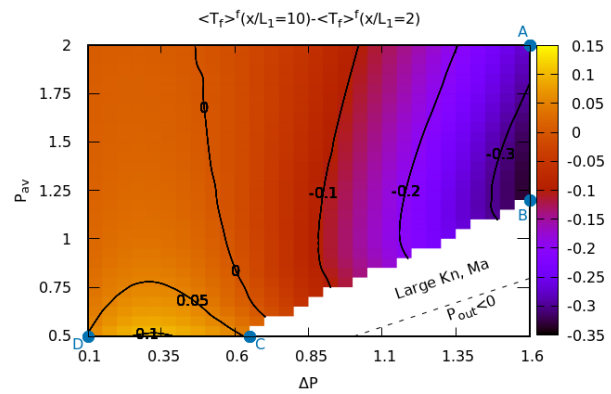
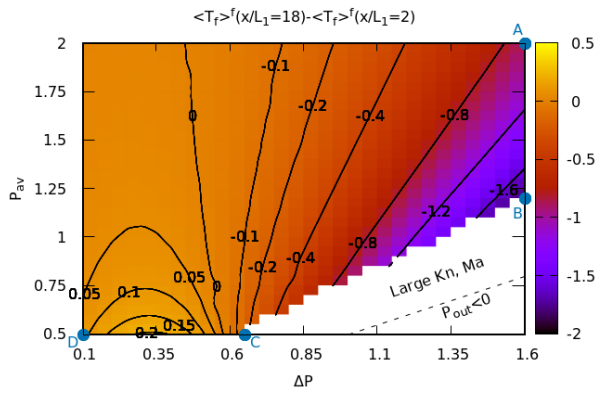


Figure 4 : Carte des écarts entre les températures. Figure 5 : Carte des écarts entre les températures moyennes intrinsèques du dernier et du 1^{er} VER. moy. intrinsèq. du VER du milieu et du 1^{er} VER.

écoulements en conduite lisse [1, 5, 7, 8] : elle provient essentiellement du travail de la pression ($TP < 0$) qui domine la dissipation visqueuse ($|TP| > DV > 0$), de sorte que $TP + DV < 0$ est globalement un puits de chaleur. On voit ici que ce puits de chaleur n'est pas compensé par la puissance des contraintes visqueuses à l'interface fluide/solide, $-PCV > 0$, et par la moyenne des fluctuations du terme convectif, $-CVF > 0$. Comme sur les deux graphes du haut de la Fig. 6 on a $0,7 < R_s < 0,8$, la somme $PCV + CVF$ représente entre 70 et 80% de $TP + DV$ et, à elle seule, la puissance PCV , qui a pour origine le glissement à la paroi, représente entre 40 et 60% de $TP + DV$: ainsi PCV ne peut pas être négligée dans le bilan thermique alors qu'elle le fut dans la plupart des publications pendant de nombreuses années [1].

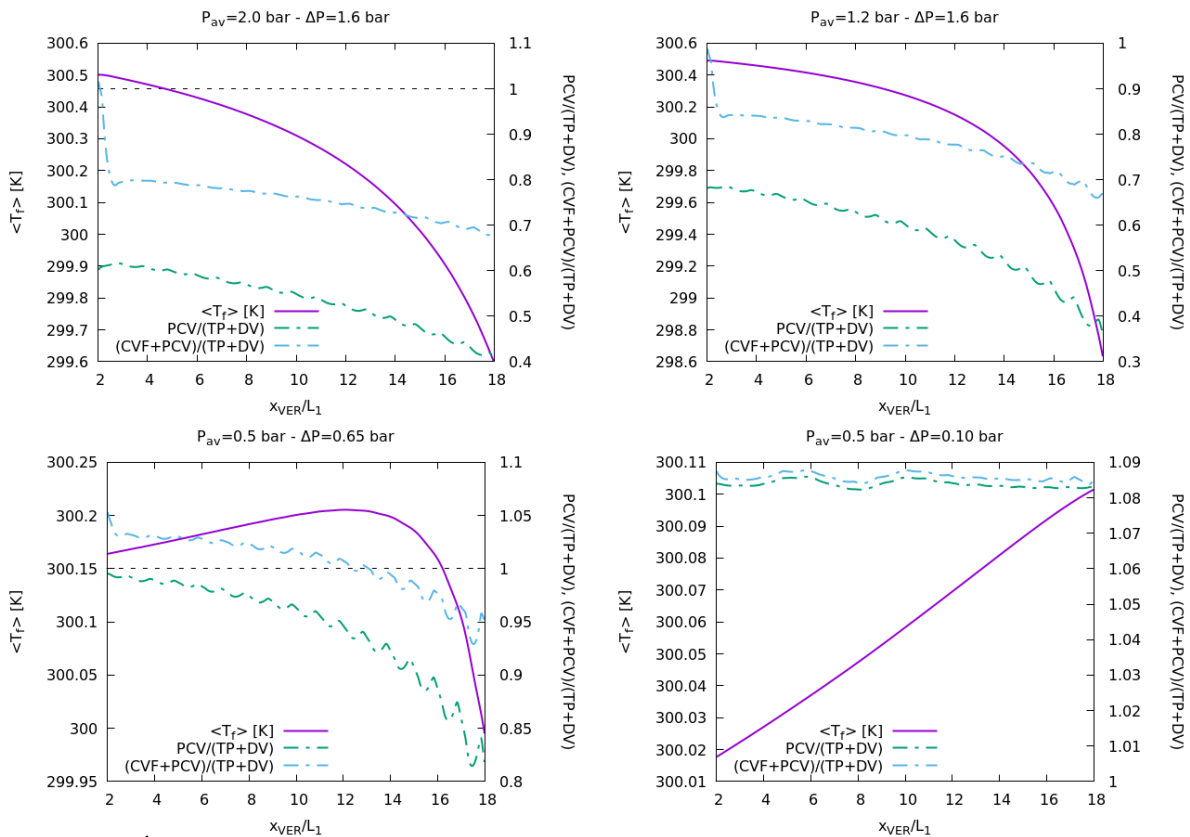


Figure 6 : Évolution axiale de la température moyenne intrinsèque du gaz et des rapports des termes de source $R_s = \frac{PCV+CVF}{TP+DV}$ et $\frac{PCV}{TP+DV}$ pour les 4 cas extrêmes A, B, C, D du tableau 2 et des Figs. 4 et 5.

L'influence de PCV est encore plus forte dans les deux graphes du bas de la Fig. 6, pour les cas C et D à basse pression, $P_{av} = 0,5$ bar, car le glissement sur $\partial\Omega_{fs}$ est plus marqué

($Kn_{av} = 0,03$). Pour le cas C, on retrouve que le gaz chauffe légèrement de $0,06 K$ sur la 1ère partie du canal puis se détend et refroidit de $0,15 K$. Ici, PCV représente plus de 85% de $TP + DV$. Notez que le rapport $R_s = 1$ au maximum de $\langle T_f \rangle^f$, en $x/L_1 \approx 13$, ce qui confirme l'analyse de l'Eq. (10) et des termes de source faite à la fin de la section 2. Enfin, dans le cas D, le fluide chauffe quasi linéairement d'environ $0,1 K$ le long du canal car R_s est constant et plus grand que 1 : $R_s \approx 1,085$. Dans ce cas, la différence de pression entrée/sortie étant faible, $\Delta P = 0,1 \text{ bar}$, la vitesse du gaz est faible et il n'y a pas de détente du gaz en sortie.

5. Conclusion

Nous avons montré que, dans un canal micro-poreux soumis à une différence de pression entre l'entrée et la sortie, la moyenne intrinsèque de TP sur un VER est en général le terme dominant et qu'il agit comme un puits de chaleur, c'est-à-dire que globalement l'écoulement se refroidit en sortie sous l'effet de la détente du gaz. Par contre, pour des écoulements faiblement compressibles à basse pression, le gaz peut chauffer en sortie sous l'effet de trois sources de chaleur : la dissipation visqueuse, DV , la puissance des contraintes visqueuses à la paroi, $-PCV$, et la moyenne intrinsèque des fluctuations du terme de convection, $-CVF$. On montre qu'à faible pression moyenne et, donc, à grand nombre de Knudsen, PCV (qui est un terme souvent négligé dans la littérature) est de l'ordre de grandeur de la somme des deux termes $TP + DV$ et donc que PCV ne doit pas être négligé.

Références

- [1] X. Nicolas, E. Chénier, C. Tchekiken, G. Lauriat, Revisited analysis of gas convection and heat transfer in micro channels : influence of viscous stress power, *Int. J. Therm. Sc.* 134 (2018), 565-584.
- [2] H. Darabi, A. Etehad, F. Javadpour, K. Sepehrnoori, Gas flow in ultra-tight shale strata, *J. Fluid Mechanics* 710 (2012), 641-658.
- [3] X. Nicolas, E. Chénier, G. Lauriat, Thermal boundary conditions for convective heat transfer of dilute gases in slip flow regime, *Int. J. Thermal Sciences* 135 (2019), 298-301.
- [4] D. Nield, The modeling of viscous dissipation in a saturated porous medium, *J. Heat Transfer* 129.10 (2007), 1459-1463.
- [5] Z. Sun, Y. Jaluria, Convective heat transfer in pressure-driven nitrogen slip flows in long microchannels : The effects of PW and VD, *Int. J. Heat Mass Transf.* 55.13-14 (2012), 3488-3497.
- [6] S. Ramdane, E. Chenier, X. Nicolas, Effets thermiques lors de la convection d'un gaz dans un milieu micro-poreux, *Congrès Français de Thermique SFT2018 Pau*, (2018).
- [7] M. Miyamoto, W. Shi et al., Choked flow and heat transfer of low density gas in a narrow parallel-plate channel with uniformly heating walls, *Int. J. Heat Mass Transf.* 46 (2003), 2685-2693.
- [8] C. Hong, Y. Asako, K. Suzuki, Y.-E. Nahm, Heat transfer characteristics of gaseous slip flow in a micro-channel, *J. Mechanical Science and Technology* 24.12 (2010), 2577-2585.
- [9] O Touazi, E. Chénier, R. Eymard, Simulation of natural convection with the collocated clustered finite volume scheme, *Computers & Fluids*, 37 (2008), 1138-1147.
- [10] E. Chénier, R. Eymard, R. Herbin, O. Touazi, Collocated finite volume schemes for the simulation of natural convect. flows on unstructured mesh, *Int. J. Num. Meth. Fluids*, 56.11 (2008), 2045-2068.
- [11] C. Tchekiken, Modélisations et simulations numérique d'écoulements compressibles dans des micro-conduites planes, *Thèse le l'université Paris-Est Marne-la-Vallée*, (2014).
- [12] S. Ramdane, Modélisation et simulations numériques d'écoulements gazeux dans des milieux micro-poreux anisothermes, *Thèse le l'université Paris-Est Marne-la-Vallée*, (2020).
- [13] M. Quintard, S. Whitaker. Transport in ordered and disordered porous media II : Generalized volume averaging. *Transport in Porous Media*, 14.2 (1994), 179-206.
- [14] J. Slattery, Single-phase flow through porous media, *AIChE Journal*, 15.6 (1969), 866-872.
- [15] G. W. Gray, K. O'Neill, On the general equations for flow in porous media and their reduction to Darcy's law. *Water Resources Research*, 12.2 (1976), 148-154.
- [16] Y. Davit, M. Quintard, Techn. notes on volume averaging in porous media I : How to choose spatial averaging for periodic and quasiperiodic structures ? *Transp. Porous Media*, 119 (2017), 555-584