

Intégrer les transferts radiatifs dans un modèle nodal représentatif d'un toron de fils automobile

Julien PETITGIRARD¹, Philippe BAUCOUR^{1*}, Didier CHAMAGNE¹, Eric FOUILLIEN², Jean-Christophe DELMARE²

Université de Franche-Comté, CNRS, institut FEMTO-ST, Département Energie
Parc technologique, 2 avenue Jean Moulin, 90000 Belfort, France.

² Stellantis, Centre Technique de Vélizy Route de Gisy - 78140 Vélizy-Villacoublay

*(auteur correspondant : philippe.baucour@univ-fcomte.fr)

Résumé - Nous proposons dans cette étude d'ajouter les phénomènes de transfert par rayonnement dans un modèle nodal réduit. Cette modélisation permet d'identifier les températures de fils électriques dans un toron. Pour ce faire, nous disposons d'un modèle nodal purement conducteur [1, 2] et nous proposons une méthode d'identification des conductances de rayonnement basée sur un découpage géométrique : la tessellation de Laguerre. À l'issue, nous intégrons ces conductances au modèle précédent et proposons une étude de l'influence du phénomène de transfert par rayonnement.

Mots-clés : faisceau électrique ; toron de fils ; méthode nodale ; transfert radiatif ; modèle réduit.

Abstract - We proposed in this study to add the phenomena of transfer by radiation in a reduced nodal model. This nodal model makes it possible to identify the temperatures of electrical wires in a bundle. To accomplish this, we have a purely conductive nodal model [1, 2] and propose a method for identifying radiation conductances based on geometric subdivision: the Laguerre tessellation. At the end, we integrate these conductances into the previous model and indicate a study of the influence of the phenomenon of transfer by radiation.

Keywords: electric harness; bundle of wires; nodal method; radiative transfer; scale model.

1. Introduction

Les faisceaux électriques dans les moyens de transport doivent répondre à de plus en plus d'exigences et de contraintes telles que l'augmentation du nombre de fils liée à la complexité croissante des systèmes embarqués, la diversité importante compte tenu des différentes configurations proposées aux clients, la variabilité de l'environnement thermique, la réduction de l'espace disponible pour le cheminement des câbles. En vue de dimensionner les faisceaux de manière optimale (en termes de qualité, de coût et de sûreté de fonctionnement), il est important de comprendre le comportement thermique interne au toron. Le processus de fabrication des faisceaux étant principalement manuel, il induit une variabilité conséquente dans la position des fils au sein des torons. De plus, la présence de fils dits de "communication" très peu alimentés peut servir de dissipateur thermique tandis que la présence de fils dits de "puissance" favorise l'échauffement thermique. Pour faire suite à des comparatifs de résultats présentés sur un modèle de toron automobile [1] qui étaient modélisés par une méthode nodale comprenant uniquement les transferts conductifs et convectifs, nous proposons de décrire une démarche pour mettre en place les phénomènes radiatifs. En effet, après l'estimation des niveaux de température dans un toron, nous avons déterminé que les transferts de chaleur par rayonnement sont du même ordre de grandeur que les transferts de chaleur conductif et convectif. Pour ce faire, nous avons développé un modèle 2D, en régime permanent, exclusivement conductif, l'air étant considéré immobile, car piégé par les fils, et ce même modèle avec l'ajout des phénomènes de transfert radiatif. La mise en place d'un réseau nodal de ce type et la résolution

sont présentées dans un article précédent [2]. L'étude, présentée ci-dessous, décrit l'adaptation du réseau nodal pour intégrer le rayonnement, ainsi que la détermination des conductances radiatives. Les conductances radiatives sont calculées à partir de facteurs de vue. Nous proposons une méthode de calcul des facteurs de vue adaptée à toutes dispositions aléatoires de géométries circulaires dans un fluide transparent. C'est-à-dire que par sa construction, les conductances thermiques sont fournies automatiquement, et ce, quelle que soit la disposition des fils au sein d'un toron. Pour conclure, nous comparerons les résultats obtenus à ceux obtenus via les volumes finis (Fluent) et démontrerons l'impact du rayonnement sur le niveau de température atteint. Ceci permet de visualiser nettement l'importance d'intégrer le rayonnement.

2. Modèle nodal

Le modèle nodal utilisé a été décliné et validé dans des travaux de thèse de doctorat [3]. Celui-ci utilise un découpage spatial issu de la tessellation de Laguerre (en noir Figure 1) pour estimer les transferts par conduction à l'aide de conductances. La construction du réseau se base sur le diagramme de Delaunay et la théorie des graphes, sa résolution demande une adaptation des matrices issues de la théorie des graphes.

2.1. Description du modèle

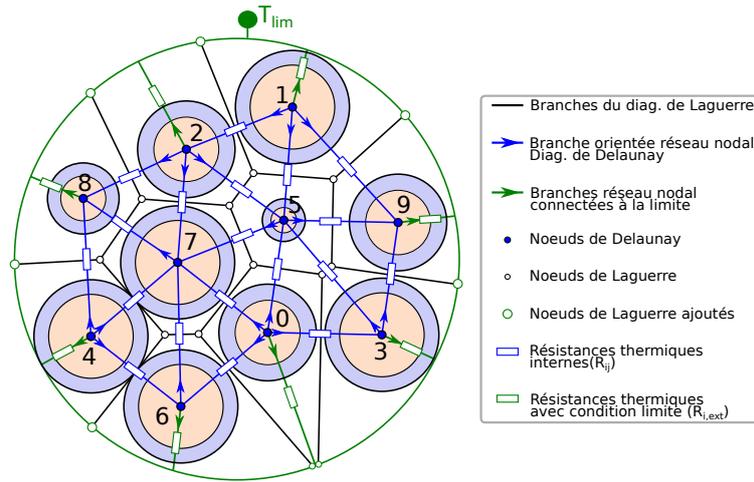


Figure 1 : Réseau nodal sur une coupe 2D de toron de fils, la tessellation de Laguerre en noir et le réseau nodal issu du diagramme de Delaunay en bleu.

Les températures du réseau nodal peuvent être résolues à l'aide d'une équation matricielle issue de la théorie des graphes [2]. Ce système matriciel est décrit en eq.(1) avec $[M^{L*}]$, $[Q^*]$, $[M^{R*}]$, $[T^R]$ connus et $[T^L]$ inconnu. $[M^{L*}]$ et $[M^{R*}]$ correspondent aux conductances respectivement entre les fils et, entre les fils et la limite. $[T^R]$ sont les températures utilisées en conditions limites et dans notre cas $[T^R] = T_\infty$. $[Q^*]$ contient les sources thermiques injectées dans chaque nœud et $[T^L]$ le vecteur de températures inconnues de chaque nœud.

$$\underbrace{\begin{matrix} & T_0 & T_1 & \cdots & T_{20} \\ n_0 & \left[\begin{array}{cccc} \sum G_{ij} & \cdots & \cdots & \cdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & \vdots \\ n_1 & \vdots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ n_{20} & \vdots & \vdots & \vdots \end{array} \right] & \times & \underbrace{\begin{bmatrix} T_0 \\ T_1 \\ \vdots \\ T_{20} \end{bmatrix}}_{[T^L]} = \underbrace{\begin{bmatrix} Q_0 \\ Q_1 \\ \vdots \\ Q_{20} \end{bmatrix}}_{[Q^*]} - \underbrace{\begin{matrix} & T_{bnd0} & \cdots & T_{bnd3} \\ \left[\begin{array}{cccc} \sum G_{ij} & \cdots & \cdots & \cdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \end{array} \right] & \times & \underbrace{\begin{bmatrix} T_{bnd0} \\ \vdots \\ T_{bnd3} \end{bmatrix}}_{[T^R]} \quad (1)
 \end{matrix}$$

Ce système matriciel est résolu avec la bibliothèque Scipy de Python en utilisant la méthode de décomposition LU pour matrice creuse nommée COLAMD [4, 5]. Dans le système matriciel utilisé dans cette étude, une seule température limite est imposée. La matrice $[M^{R*}]$ devient un vecteur. Pour résoudre ce système, nous déterminons les sources thermiques Q_i issues du passage du courant I dans le fil i eq.(2).

$$Q_i = R_{fil,i} \times I_{fil,i}^2 \quad (2)$$

avec R_{fil} la résistance électrique du fil considéré.

2.2. Détermination des résistances thermiques

Les conductances de conduction G_{ij} sont à déterminer. Pour les estimer, nous passerons par les résistances $R_{ij} = G_{ij}^{-1}$. Ces résistances sont estimées à l'aide du découpage spatial fourni par la tessellation de Laguerre. Nous identifions chaque cellule de ce découpage pour estimer la résistance à l'aide des informations géométriques de la cellule. Une cellule est présentée en Figure 2. Dans cette cellule, sont identifiées, les 2 résistances d'isolant de fil $R_{iso,i}$, les 2 résistances conductives R_{cond} des lames d'air de part et d'autre de l'arête de la cellule de Laguerre et pour finir, la résistance représentant le transfert par rayonnement entre les 2 surfaces de fils R_{ray} . Dans le cas A de la Figure 2, la résistance R_{ij} est déduite suivant l'eq.(3) et dans le cas B suivant l'eq.(4). Chacune de ces résistances, à l'exception de R_{ray} , a été définie dans des travaux de recherche [2, 3]. Différentes propositions de résistances de la lame d'air R_{cond} ont été comparées. Nous utiliserons la méthode ayant été jugée la plus juste en confrontation à un calcul par une méthode par volumes finis. La méthode de calcul des résistances conductives utilisée est nommée « Moy. », issue des travaux [3].

$$R_{ij} = R_{iso,i} + R_{cond,ij} + R_{cond,ji} + R_{iso,j} \quad (3)$$

$$R_{ij} = R_{iso,i} + \frac{(R_{cond,ij} + R_{cond,ji}) \cdot R_{ray}}{R_{cond,ij} + R_{cond,ji} + R_{ray}} + R_{iso,j} \quad (4)$$

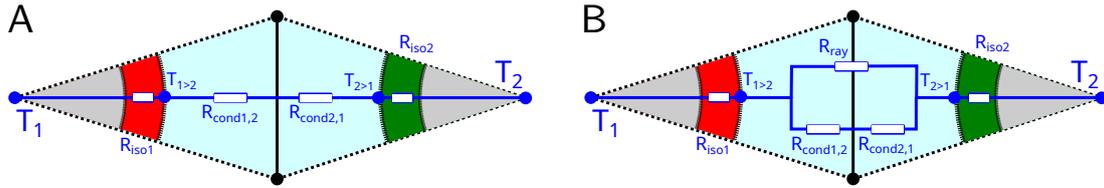


Figure 2 : Application des résistances conductives et radiatives dans une cellule entre 2 fils. En gris l'âme des fils, en rouge ou vert l'isolant et en bleu l'air interstitiel. Cas A : Résistances conductives seules, Cas B : Résistances conductives et radiatives.

Pour la résistance de rayonnement, les flux thermiques de rayonnement ne sont considérés qu'entre les surfaces d'isolant d'une même cellule. Dans une méthode nodale, la résistance radiative entre 2 surfaces est identifiée en utilisant la formulation de Stephan-Boltzmann entre 2 corps gris eq.(5).

$$R_{ray} = \frac{\left(\frac{1-\varepsilon_1}{\varepsilon_1 \cdot S_1}\right) + \frac{1}{S_1 \cdot F_{1 \rightarrow 2}} + \left(\frac{1-\varepsilon_2}{\varepsilon_2 \cdot S_2}\right)}{\sigma \cdot (T_1 + T_2) \cdot (T_1^2 + T_2^2)} \quad (5)$$

Avec ε_i l'émissivité de la surface i , S_i la surface rayonnante, $F_{1 \rightarrow 2}$ le facteur de forme de 1 vers 2 et σ la constante de Stephan-Boltzmann.

L'élément ε_i de cette résistance R_{ray} est une donnée thermophysique de l'isolant, S_i correspond à la surface de l'isolant dans la cellule. Les températures étant les inconnues, nous les initialisons à la température limite et itérons la résolution jusqu'à une convergence à $0,01$ °C sur le plus grand écart de température entre 2 itérations. Pour identifier un facteur de forme $F_{1 \rightarrow 2}$, nous proposons d'utiliser la méthode d'Hottel (cordes croisées) en l'adaptant à notre géométrie eq.(6). La méthode d'Hottel permet une estimation du facteur de forme à l'aide de sommes des cordes tracées entre deux surfaces ($l_{cordecroisee}$ et $l_{cordedroite}$). Dans la Figure 3A, la méthode d'Hottel est appliquée entre 2 cercles. Sur la Figure 3B, nous déplaçons les différents points d'extrémité des cordes droites à la limite de notre cellule avec l'isolant.

$$S_1 F_{1 \rightarrow 2} = S_2 F_{2 \rightarrow 1} = \frac{\sum l_{cordecroisee} - \sum l_{cordedroite}}{2} \quad (6)$$

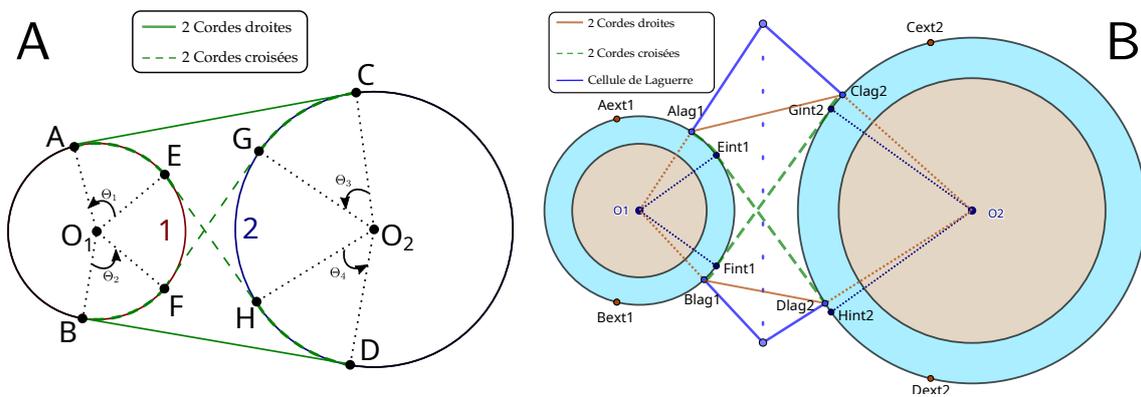


Figure 3 : Application de la méthode d'Hottel entre deux cylindres pour déterminer le facteur de forme. A : Loi des cordes entre deux cylindres, B : Loi des cordes adaptées à la cellule de Laguerre.

3. Comparaison et validation

3.1. Démarches et géométries étudiées

Nous proposons une comparaison des résultats issue d'un calcul nodal avec et sans rayonnement, et ces deux derniers seront confrontés par des résultats obtenus par une Méthode par Volumes Finis (FVM) à l'aide du logiciel Fluent de l'éditeur Ansys.

Conditions de l'étude Nous avons imposé une limite de température de 85 °C (condition de Dirichlet) à une distance raisonnable qui est paramétrable dans le modèle du toron. L'échange entre les fils et cette limite se fait à travers une couche d'air d'épaisseur non négligeable. Dans ce cas de figure, avec les puissances dissipées par les fils, nous pouvons observer un phénomène de convection en augmentant la distance de cette limite qui participe à la dissipation du flux thermique. En deçà d'une certaine distance, la convection n'est plus négligeable vis-à-vis de la conduction et devient même prépondérante dans les cas où la limite est éloignée et/ou les flux dissipés dans les fils sont très importants. Pour le modèle conductif présenté ici, nous ne considérerons dans un premier temps que la conduction ainsi qu'une limite raisonnablement proche des fils afin de vérifier la pertinence de calcul des conductances thermiques connectées à la limite. L'aspect conductif le long des fils est négligé dans le modèle. En effet, la conductivité thermique du cuivre ou d'un métal quelconque est bien plus grande que celle de

l'isolant qui l'entoure. Si l'on fait le rapport entre la résistance thermique radiale d'une âme de fil et la résistance thermique radiale de son isolant, nous respectons toujours $R_{iso} \gg R_{ame}$.

Calcul FVM Dans la résolution par FVM, l'âme du fil est représentée par du cuivre plein avec une conductivité $\lambda_{cuivre} = 380 \text{ W m}^{-1} \text{ K}^{-1}$. La source thermique de chaque fil est surfacique. Celle-ci correspond à la puissance $q = R_{elec} \times I^2$, avec R_{elec} actualisée afin de réajuster l'effet Joule à partir de la température du conducteur et des courants imposés. Le phénomène de rayonnement a été ajouté en utilisant le modèle de rayonnement Surface à Surface (S2S) [6]. Pour réduire le besoin en mémoire pour le calcul, le nombre de surfaces rayonnantes est réduit en créant vingt clusters de surface par surface d'isolant de fil. Chaque cluster aura un facteur de vue vis-à-vis des autres clusters visibles depuis celui-ci. Les équations de la fluidique (Navier-Stokes [7] et [8]) sont désactivées.

Géométries étudiées Pour valider le modèle nodal, il est important que celui-ci donne des résultats cohérents indépendamment de la disposition, de la taille du toron et des densités de courant injectées. C'est pourquoi nous avons étudié les 3 géométries présentées en Figure 4. Deux géométries correspondent à un toron de petite taille composé des 12 mêmes fils avec 6 fils alimentés en courant, avec cependant une disposition différente. La troisième géométrie correspond à un toron beaucoup plus gros de 55 fils avec des courants supérieurs.

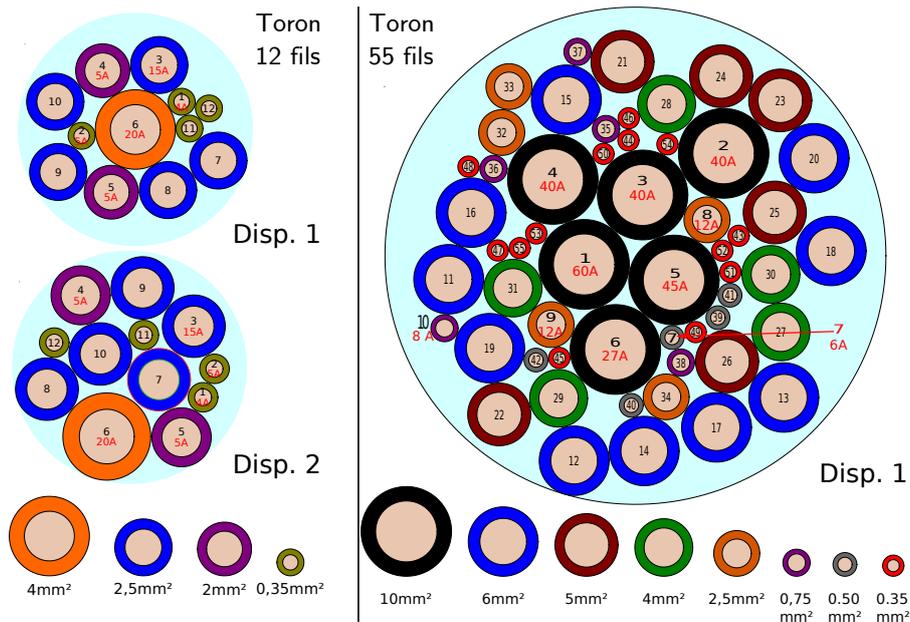


Figure 4 : Présentation des 3 dispositions de fils étudiées (échelles entre 12 fils et 55 fils différentes).

3.2. Résultats de l'étude

Les Figures 5 et 6 déclinent les résultats des deux modèles nodaux avec et sans rayonnement ainsi que les 2 études FVM associées avec et sans rayonnement pour un toron de 12 fils. Les fils sont classés suivant l'échauffement FVM sans rayonnement pour une meilleure lisibilité. Les fils parcourus par un courant sont identifiés avec un fond en gris. Nous remarquons très nettement que les échauffements sans rayonnement (marqueurs creux) sont nettement plus élevés que les échauffements sur des modèles dans lesquels le rayonnement est implémenté. Sur la Figure 5 le décalage est d'environ 1°C . Sur la Figure 6, le décalage est d'environ 2°C . Le fait

que les fils les plus chauds soient disposés sur la périphérie induit un écart de température plus conséquent avec la limite, le flux de chaleur dissipé par rayonnement est d'autant plus important. Nous remarquons que l'écart entre les modèles nodaux et l'étude FVM à iso-condition montre une erreur absolue de 1 °C pour la Figure 5 et de 2 °C pour la Figure 6, à l'exception de quelques fils (1, 2, 3 et 4) sur la première Figure. On remarque que le décalage est quasiment constant. Si l'on se place d'un point de vue conception et que nous considérons la FVM comme fiable, le modèle nodal en termes de dimensionnement est protecteur, il surestime la température dans les âmes de fils.

La Figure 7 décline les résultats de la même manière que précédemment, mais pour un toron de 55 fils. De même, les échauffements sans rayonnement (marqueurs creux) sont plus élevés que ceux relevés avec le modèle radiatif. Pour la méthode nodale, le décalage est d'environ 2 °C. Pour l'étude FVM, le décalage est d'environ 8 °C. L'écart entre les modèles nodaux et l'étude FVM est conséquent pour les modèles purement conductifs, cela présage d'une mauvaise estimation des résistances conductives. Nous avons identifié que les résistances conductives externes, c.-à-d., entre les fils et la limite sont sous-estimées ce qui induit un échauffement plus faible. La convection étant neutralisée dans le modèle FVM et le modèle nodal, cet écart est dû à l'estimation des résistances « Moy. » qui lient les fils à la condition limite. Ce décalage a en effet déjà été identifié dans ces travaux [3]. Cependant, avec l'ajout du rayonnement, qui a un transfert du même ordre de grandeur en parallèle de la conduction, nous remarquons que les erreurs induites par les résistances de conduction s'effacent. Les écarts sont de l'ordre de 1 °C entre le Nodal et la FVM.

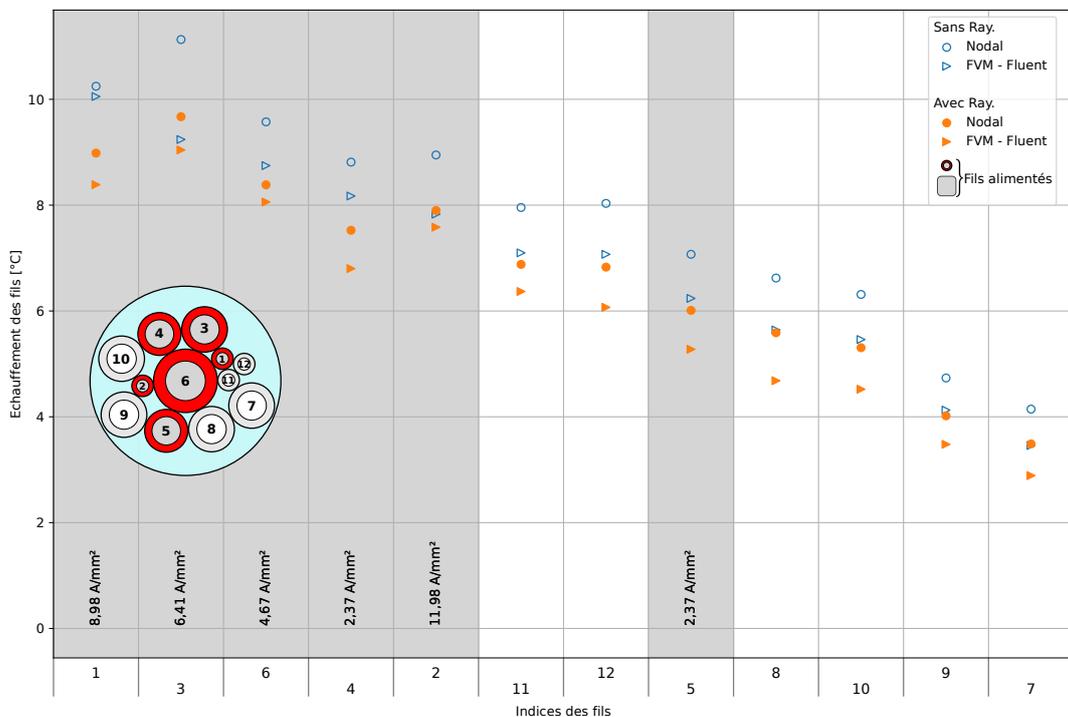


Figure 5 : Echauffement de la disposition 1 du toron 12 fils. Modèles nodaux et FVM avec et sans rayonnement.

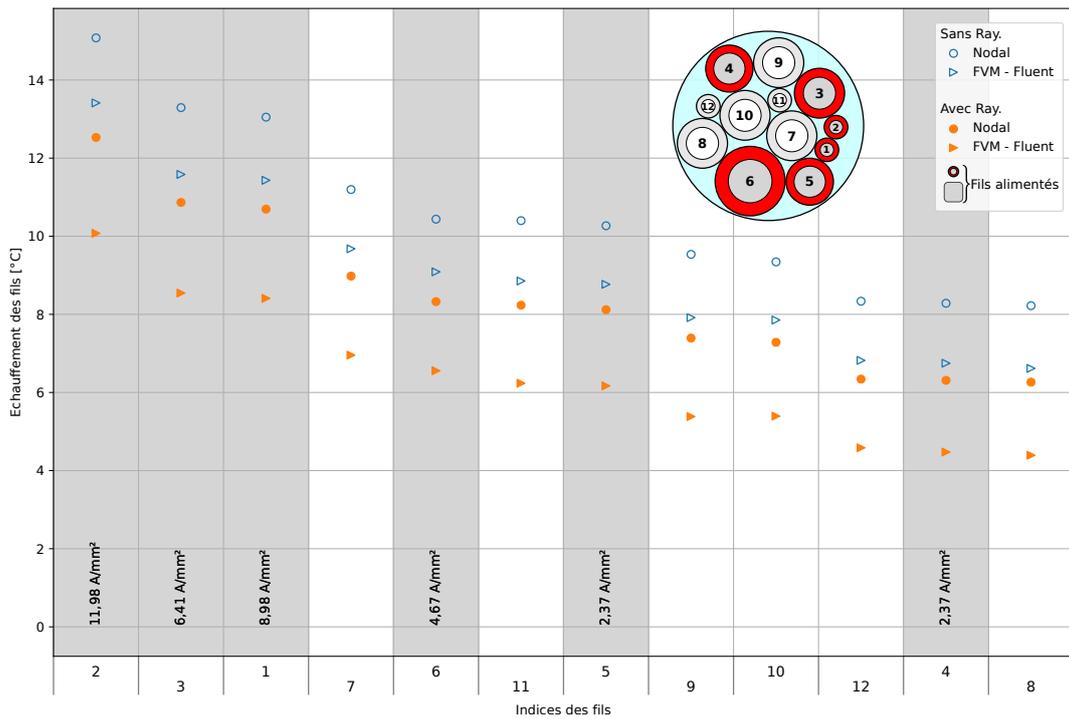


Figure 6 : Echauffement de la disposition 2 du toron 12 fils. Modèles nodaux et FVM avec et sans rayonnement.

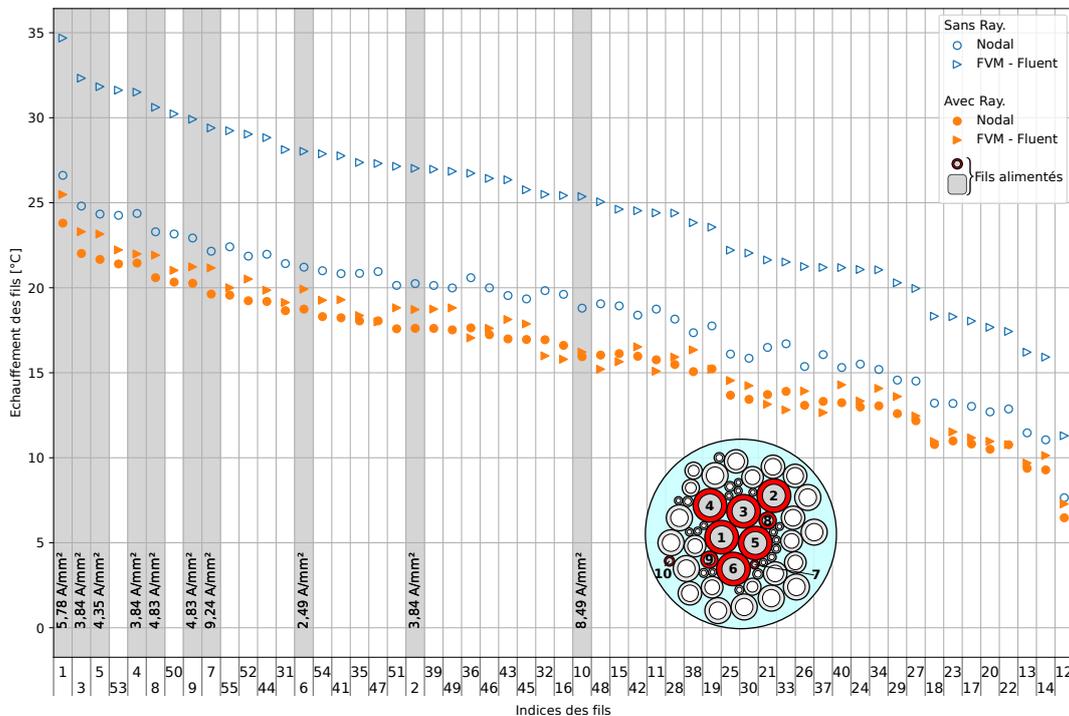


Figure 7 : Echauffement de la disposition 1 du toron 55 fils. Modèles nodaux et FVM avec et sans rayonnement.

3.3. Conclusion

Cette étude a permis de démontrer que le transfert par rayonnement dans un toron de fils parcouru par des courants n'est pas négligeable. En effet, sa prise en compte peut abaisser la température du toron, d'autant plus lorsque le toron est soumis à de fortes puissances électriques. Cette étude permet de vérifier que l'estimation du facteur de forme adapté à une cellule de Laguerre est convenable, bien qu'une partie du rayonnement émis ne soit pas pris en compte. La mise en place de calcul radiatif permet aussi de compenser les erreurs dans l'estimation des résistances conductives. Cependant, dans les compléments de ces travaux [3], ces erreurs sont neutralisées par le remplacement de ces résistances conductives par des résistances convectives en limite du toron. Ce travail peut être étendu à d'autres applications industrielles avec des géométries similaires comme pour les têtes de bobines de machines électriques par exemple.

Références

- [1] J. Petitgirard, P. Baucour, D. Chamagne, E. Fouillien, J.-C. Delmare et D. Mosser, Etude comparative de l'échauffement dans un toron de 12 fils pour 3 dispositions données, in *Annales du Congrès Annuel de la Société Française de Thermique 2020.*, vol. 1, (Belfort, France), p. 29–36, juin 2020. DOI : [10.25855/SFT2020-082](https://doi.org/10.25855/SFT2020-082).
- [2] J. Petitgirard, T. Piguet, P. Baucour, D. Chamagne, E. Fouillien et J.-C. Delmare, Steady state and 2d thermal equivalence circuit for winding heads—a new modelling approach, *Mathematical and Computational Applications*, vol. 25, no. 04, 70, 2020. DOI : [10.3390/mca25040070](https://doi.org/10.3390/mca25040070).
- [3] J. Petitgirard, *Modélisation du dimensionnement électrothermique d'un faisceau électrique dans son environnement véhicule*. phdthesis, Université Bourgogne Franche-Comté, Belfort, France, déc. 2022.
- [4] T. A. Davis, J. R. Gilbert, S. I. Larimore et E. G. Ng, Algorithm 836 : Colamd, a column approximate minimum degree ordering algorithm, *ACM Trans. Math. Softw.*, vol. 30, p. 377–380, sep 2004. DOI : [10.1145/1024074.1024080](https://doi.org/10.1145/1024074.1024080).
- [5] T. A. Davis, J. R. Gilbert, S. I. Larimore et E. G. Ng, A column approximate minimum degree ordering algorithm, *ACM Trans. Math. Softw.*, vol. 30, p. 353–376, sep 2004. DOI : [10.1145/1024074.1024079](https://doi.org/10.1145/1024074.1024079).
- [6] I. ANSYS, *ANSYS Fluent Users Guide v19.2 by ANSYS*, chap. 12.3 Modeling Radiation, p. 1274–1341. 2018.
- [7] C. L. M. H. Navier, Mémoire sur les lois du mouvement des fluides, *Mémoires de l'Académie Royale des Sciences de l'Institut de France*, vol. 6, p. 389–440, 1823. https://fr.wikisource.org/wiki/M%C3%A9moire_sur_les_lois_du_mouvement_des_fluides.
- [8] G. G. Stokes et M. A. Fellow, On the theories of the internal friction of fluids in motion, and of the equilibrium and motion of elastic solids, *Transactions of Cambridge Philosophical Society*, vol. 8, p. 287–305, 1845. <https://pages.mtu.edu/~fmorriso/cm310/StokesLaw1845.pdf>.

Remerciements

Les auteurs souhaitent exprimer leur gratitude à Stellantis, à l'Ecole Universitaire de Recherche EIPHI (contrat "ANR-17-EURE-0002"), à la région Bourgogne Franche-Comté et à l'Association Nationale de Recherche et de Technologie (convention CIFRE "2017/1091") pour leur soutien dans le déroulement de ces travaux.