

Résolution des transferts de chaleur par Monte-Carlo dans une géométrie urbaine lors d'une vague de chaleur

Cyril CALIOT^{1*}, Louis d'ALENCON², Stéphane BLANCO³, Vincent FOREST⁴, Richard FOURNIER³, Frédéric HOURDIN², Florent RETAILLEAU¹, Robert SCHOETTER⁵, Najda VILLEFRANQUE⁵

¹CNRS, UPPA, E2S, LMAP, 1 Allée du Parc Montaury, 64600, Anglet

²LMD/IPSL/SU, CNRS, Paris

³Laplace, INP/Université de Toulouse/CNRS, Toulouse

⁴Méso-Star, Longages

⁵CNRM, Université de Toulouse, Météo-France, CNRS, Toulouse

*(auteur correspondant : cyril.caliot@cnrs.fr)

Résumé - La modélisation des transferts de chaleur dans une géométrie urbaine constitue une étape clé pour prévoir l'îlot de chaleur urbain, le confort extérieur des piétons et la consommation énergétique des bâtiments ainsi que pour quantifier l'effet des mesures d'atténuation et d'adaptation au changement climatique. Une difficulté réside dans le passage à l'échelle de ces simulations qui doivent intégrer la morphologie urbaine complexe constituée de divers matériaux. Pour répondre à cet enjeu, une approche probabiliste de la résolution des transferts de chaleur est présentée qui utilise la méthode de Monte-Carlo connue pour son insensibilité aux géométries et conditions aux limites complexes. La formulation intégrale est présentée avec les marches aléatoires pour la conduction et les rayonnements thermique et solaire. Une validation numérique est présentée dans une application de pont thermique en géométrie tridimensionnelle. Ensuite, le modèle probabiliste de transfert de chaleur est appliqué à un scénario de vague de chaleur où sont calculées : la température radiante moyenne extérieure montrant l'influence des arbres; et la température moyenne intérieure des murs montrant l'influence des apports solaires à travers les ouvertures.

Nomenclature

k	conductivité thermique	ρ	masse volumique ou réflectivité
\vec{n}	normale sortante	θ_d	demi angle du disque solaire
h	coefficient de transfert de chaleur	Ω	angle solide
I	luminance	δ_b	longueur de ré-injection
I_b	luminance corps noir	ϵ_b	épaisseur d'absorption
W	poids MMC	$\vec{\omega}$	vecteur direction
H	irradiance	λ	longueur d'onde
N	nombre d'échantillons	ϵ	émissivité
<i>Symboles grecs</i>		τ	temps
α	diffusivité thermique		

1. Introduction

Le microclimat urbain affecte la santé humaine et la consommation d'énergie particulièrement lors de vagues de chaleur. Dans le contexte du dérèglement climatique, la croissance de l'urbanisation et de la densité de population augmentent les effets des canicules. Dans ce contexte, des mesures d'adaptation doivent être trouvées pour limiter la hausse des températures en ville. L'évaluation numérique de ces mesures d'adaptation requiert des modèles d'écoulement et de thermique atmosphériques [1]. Pour relever ce défi, des modèles physiques déterministes sont développés qui peuvent être classés en trois familles, chacune couvrant différentes échelles spatio-temporelles : les modèles de canopée urbaine (échelle de la ville), les modèles de microclimat urbain associés aux modèles énergétiques des bâtiments (échelle du quartier), et les modèles de transfert de chaleur (échelle du composant). Les modèles de plus grande échelle comprennent des paramétrisations de modèles à plus petites échelles et sont validés par des mesures expérimentales dont les incertitudes augmentent avec les échelles spatio-temporelles. Une méthode numérique sans hypothèse de raccordement des échelles serait alors utile pour valider les hypothèses et paramétrisations des modèles déterministes.

Récemment, les auteurs de cette communication ont présenté un modèle de thermique probabiliste pour le calcul de températures en milieu urbain en calculant précisément les flux solaires et en profitant de l'insensibilité de la méthode de Monte-Carlo (MMC) à la taille et à la complexité des données géométriques et des conditions aux limites [2]. Cette approche repose sur la résolution des transferts couplés par MMC dont le cadre théorique des transferts de chaleur transitoires et linéaires a été décrit par Tregan et al. [3] dans des sous-domaines fluides et solides semi-transparentes. De plus, la méthode de Monte-Carlo Symbolique a été proposée par Penazzi et al. [4] pour des situations de transferts couplés en utilisant le logiciel *stardis* [5] et les progrès de l'informatique graphique.

L'objectif principal de cette communication est d'exposer le potentiel de la méthode proposée à travers l'étude du rôle de l'ombrage des arbres sur le confort thermique extérieur et celui des apports solaires sur la consommation énergétique durant une vague de chaleur. L'approche probabiliste étant indépendante du choix de la géométrie, notre choix s'est tourné vers le quartier de l'INSA Strasbourg pour illustrer l'originalité de l'approche et utiliser de nouveaux outils de génération de géométrie urbaine.

2. Modèle probabiliste de thermique couplée

Le modèle de transfert de chaleur couplé vise à réaliser, soit un calcul sonde de la température dans un solide correspondant à une température en un point ou intégrée spatialement et temporellement, soit une image des températures de brillance (équivalente corps noir) correspondant à la luminance totale d'un pixel. La conduction thermique

transitoire est résolue dans chaque partie solide du domaine (Eq. 1a) (murs, vitres, sol, plancher, isolation, etc). Les propriétés thermiques des solides sont considérées uniformes et isotropes dans chaque volume limité par une surface. Les solides sont opaques au rayonnement dans l'infrarouge et seules les vitres sont considérées réfléchissantes et transparentes dans les longueurs d'onde du flux solaire. Le domaine solide composé de tous les volumes solides est noté \mathcal{D}_S . Au temps initial τ_I , chaque solide est isotherme à T_I (Eq. 1b). La frontière de \mathcal{D}_S est notée $\partial\mathcal{D}_S$ qui est divisée en trois parties : interfaces solide-solide ($\partial\mathcal{D}_{S,S}$) ou solide-fluide ($\partial\mathcal{D}_{S,F}$), et à températures connues ($\partial\mathcal{D}_{S,D}$, condition de Dirichlet) notées T_D (Eq. 1c). Pour $\partial\mathcal{D}_{S,S}$, la continuité du flux conductif est supposé (Eq. 1d). Sur $\partial\mathcal{D}_{S,F}$, une condition limite de type Robin (CLR) est définie (Eq. 1e).

$$\left\{ \begin{array}{ll} \frac{\partial}{\partial t} T_s(\vec{x}, t) = \alpha \Delta T_s(\vec{x}, t), & \vec{x} \in \mathcal{D}_S, t > \tau_I, \quad (1a) \\ T_s(\vec{x}, t) = T_I, & \vec{x} \in \mathcal{D}_S \cup \partial\mathcal{D}_S, t \leq \tau_I, \quad (1b) \\ T_s(\vec{y}, t) = T_D(\vec{y}, t), & \vec{y} \in \partial\mathcal{D}_{S,D}, t > \tau_I, \quad (1c) \\ k_{s,1} \nabla T_s(\vec{y}, t) \cdot \vec{n}_1 = k_{s,2} \nabla T_s(\vec{y}, t) \cdot \vec{n}_2, & \vec{y} \in \partial\mathcal{D}_{S,S}, t > \tau_I, \quad (1d) \\ k_s \nabla T_s(\vec{y}, t) \cdot \vec{n} = \dot{q}_F(\vec{y}, t) + \dot{q}_R(\vec{y}, t) + \dot{q}_o(\vec{y}, t), & \vec{y} \in \partial\mathcal{D}_{S,F}, t > \tau_I. \quad (1e) \end{array} \right.$$

La CLR comprend les flux : d'échange par convection \dot{q}_F , d'échange par transfert thermique radiatif (linéarisé) \dot{q}_R et le flux solaire absorbé \dot{q}_o (résultant de la somme des flux absorbés direct et diffus).

$$\dot{q}_F(\vec{y}, t) = h_F(\vec{y}, t) [T_F(\vec{y}, t) - T_s(\vec{y}, t)], \quad (2)$$

$$\dot{q}_R(\vec{y}, t) = h_R(\vec{y}) [\theta_R(\vec{y}, t) - T_s(\vec{y}, t)], \quad (3)$$

$$\dot{q}_o(\vec{y}, t) = \int_0^{+\infty} d\lambda \int_{2\pi} d\Omega(\vec{\omega}) |\vec{\omega} \cdot \vec{n}| \varepsilon(\vec{y}, \lambda) I_o(\vec{y}, t, -\vec{\omega}, \lambda). \quad (4)$$

\dot{q}_F (Eq. 2) est donné par la loi de Newton, avec h_F le coefficient d'échange par convection avec de l'air à température T_F ($T_F \equiv T_{F,e}$ pour l'air extérieur et $T_F \equiv T_{F,i}$ pour l'air intérieur). Par la suite, les températures d'air seront supposées connues bien qu'il soit envisageable d'ajouter un modèle de température intérieure. \dot{q}_R (Eq. 3) étant linéarisé, sa formulation ressemble à Eq. 2 mais fait intervenir une température radiative, θ_R , qui est inconnue. θ_R représente une moyenne des températures radiatives sur l'hémisphère ([3, 4, 6]). Le flux solaire absorbé est aussi une inconnue et dépend du temps, de la géométrie et des propriétés radiatives des matériaux environnants. Les calculs de \dot{q}_R et \dot{q}_o nécessitent de résoudre l'équation de transfert radiatif en milieu transparent entre

parois opaques, Eq. 5a, avec sa condition limite, Eq. 5b :

$$\begin{cases} \vec{\omega}_i \cdot \nabla I(\vec{x}, \vec{\omega}_i, \lambda) = 0, & \vec{x} \in \mathcal{D}_F, \\ I(\vec{y}_i, -\vec{\omega}_i, \lambda) = \varepsilon(\vec{y}_{i+1}, -\vec{\omega}_i, \lambda) I_b(\vec{y}_{i+1}, \lambda) + \\ \int_{2\pi} d\Omega(\vec{\omega}_{i+1}) \rho''(\vec{y}_{i+1}, -\vec{\omega}_i | -\vec{\omega}_{i+1}, \lambda) \times \\ |\vec{\omega}_{i+1} \cdot \vec{n}_{i+1}| I(\vec{y}_{i+1}, -\vec{\omega}_{i+1}, \lambda), & \vec{y} \in \partial\mathcal{D}_{S,F}. \end{cases} \quad (5a) \quad (5b)$$

La plupart des surfaces sont diffuses (lambertiennes) ($\mathcal{D}_{S,F}^L$, Fig. 1b). Seules les vitres sont spéculaires ($\mathcal{D}_{S,F}^F$). La résolution du modèle de transfert de chaleur (Eqs. 1a-1e) est couplée à la résolution de l'équation de transfert radiatif (Eqs. 5a-5b). Tregan et al. [3] ont montré qu'un calcul sonde Monte-Carlo consiste à échantillonner des chemins représentant des marches aléatoires conductives et radiatives qui explorent le domaine en remontant le temps jusqu'à atteindre une source. La figure 1a représente de tels chemins connectés à une interface solide-fluide. En effet, la connexion entre les marches aléatoires ([3, 4, 6, 2]) conductives et radiatives est réalisée par la probabilisation de la CLR (Eq. 1e, Fig. 1a). Le flux solaire absorbé a été calculé par une technique de double randomisation de \dot{q}_o , proposée par Caliot et al. [2] et illustrée dans la figure 1b. Si $T_s(\vec{y}_0, t_0)$ est la température à estimer (avec $\vec{y}_0 \in \partial\mathcal{D}_{S,F}$ et $t_0 > \tau_I$), l'algorithme de

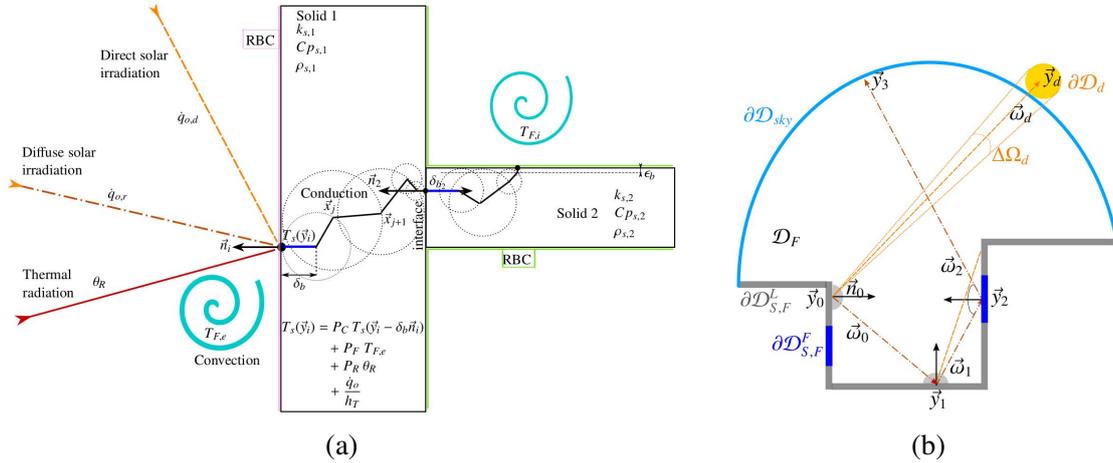


Figure 1 : Marches aléatoires conductives (a) et radiatives (b) pour estimer $T_s(\vec{y}_i)$

MMC échantillonnera N réalisations du poids de MMC, W_k , pour construire une estimation \tilde{T}_s de T_s , ainsi que son erreur standard associée :

$$T_s(\vec{y}_0, t_0) \approx \tilde{T}_s(\vec{y}_0, t_0) = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N W_k, \quad \tilde{\sigma}_{\tilde{T}_s} = \frac{1}{\sqrt{N}} \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{k=1}^N W_k^2 - \tilde{T}_s^2(\vec{y}_0, t_0)}. \quad (6)$$

Comme présenté dans [2], le poids MMC s'écrit :

$$W_k(\vec{y}_0, t_0) = H(t_n \leq \tau_I) T_I + H(t_n > \tau_I) \left\{ H(\vec{y}_n \in \partial\mathcal{D}_{S,D}) T_D(\vec{y}_n, t_n) + H(\vec{y}_n \in \partial\mathcal{D}_{S,F}) T_F(\vec{y}_n, t_n) + H(\vec{y}_n \in \partial\mathcal{D}_{sky}) T_{sky}(\vec{y}_n, \vec{\omega}_n, t_n) \right\} + W_{o,k}, \quad (7)$$

avec n l'indice de fin du chemin après n sauts de la marche aléatoire (conductive et radiative) et $H(\cdot)$ une fonction test. Sa valeur vaut l'unité si la condition est vraie et zéro si elle n'est pas respectée. L'expression du poids MMC (Eq. 7) inclut la gestion de la condition initiale par le premier test. Si la condition initiale n'est pas atteinte, des tests supplémentaires sont réalisés pour identifier la source rencontrée à la fin des chemins : soit une frontière solide à température connue (Eq. 1c), soit une contribution du fluide ou de la température radiative du ciel. La contribution associée à l'absorption de flux solaire est donnée par $W_{o,k}$ qui représente une réalisation des flux solaires absorbés directs et diffus (méthode de double randomisation [2]) pour chaque visite de CLR par la marche aléatoire mixte (conductive et radiative). Une validation numérique du modèle est exposée dans [2] en considérant des problèmes de conduction transitoires 1D (mur monocouche et bicouche) et 3D (pont thermique avec isolation) ainsi qu'une situation de transfert radiatif en géométrie urbaine. Les temps de calcul dépendent du nombre de réalisations, des types de chemins parcourus par les marches aléatoires et de la distance (spatio-temporelle) qui sépare la sonde des sources. Les valeurs de temps de calcul observées lors de l'exécution de l'algorithme MMC (programmé avec les bibliothèque du *star-engine* [7]) sont comprises entre 100 et 1000 microsecondes par réalisation sur un seul thread (CPU Intel® Core™ i9-9900K CPU @ 3.60GHz × 16).

3. Résultats en scénario de vague de chaleur

Les conditions météorologiques de la vague de chaleur ainsi que la géométrie urbaine contenant des arbres sont représentées dans la figure 2 avec les paramètres dans le tableau 2. Les grandeurs caractéristiques à calculer sont la température radiative moyenne (TRM) et la consommation énergétique. La TRM est utilisée dans de nombreux indicateurs de confort extérieur des piétons. Elle définit une température radiative équivalente de l'environnement vue par une surface (ici un mannequin, S_b) :

$$\bar{T}_{R,b}(t) = \left[\frac{1}{\sigma_{SB} S_b} \int_{S_b} dA(\vec{y}_0) H_b(\vec{y}_0, t) \right]^{\frac{1}{4}}, \quad (8)$$

avec la surface du mannequin représentée dans la figure 2a et l'expression de l'irradiance (infrarouge et solaire) sur cette surface est donnée par :

$$H_b(\vec{y}_0, t) = \int_0^{+\infty} d\lambda \int_{2\pi} d\Omega(\vec{\omega}_0) |\vec{\omega}_0 \cdot \vec{n}_0| I(\vec{y}_0, t, -\vec{\omega}_0, \lambda).$$

Material	λ_s (W m ⁻¹ K ⁻¹)	ρ_s (kg m ⁻³)	$C_{p,s}$ (J kg ⁻¹ K ⁻¹)	d (m)	ρ_o or (n, k)	ρ_R or (n, k)
béton plein ext.	1.8	2400	1000	0.3	0.8	0.2
isolant PSE int.	0.035	20	1300	0.1	0.8	0.2
sol	1	1300	1900	10	0.5	0.2
simple vitrage	1	2500	900	0.005	(1.52, 0)	(1.7, 0.636)

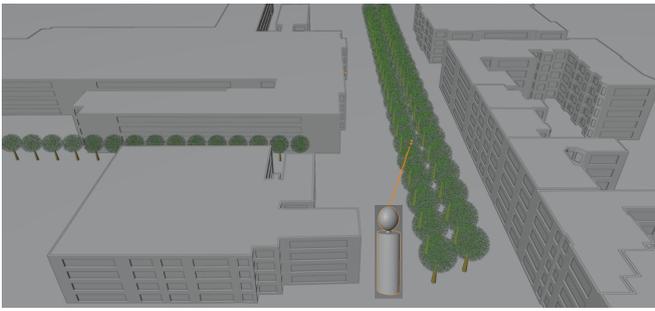
Tableau 1 : Propriétés thermiques et épaisseurs des matériaux

La figure 2 illustre l'environnement thermique du mannequin par une projection de Mollweide sur un disque. Ce rendu infrarouge est obtenu en calculant θ_R avec MMC (résolution image 300x300, $N = 10^3$) à 13h le premier jour du scénario de vague de chaleur. La figure 3a montre l'évolution temporelle de la TRM moyennée sur la sur-

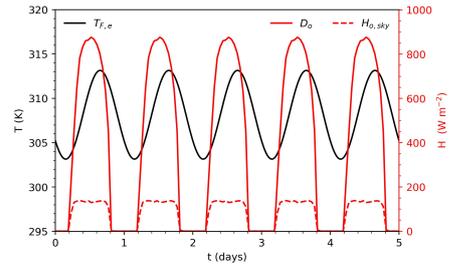
	T_I	T_r	$T_{F,i}$	T_g	T_b	$T_{F,e}$	T_{sky}
scénario	305.211	298.15	298.15	283.15	300.15	Fig. 2b	$T_{F,e} - 20$
de vague de chaleur	S_i (m ²)	S_b (m ²)	h_F (W m ⁻² K ⁻¹)	θ_d (rd)	N (-)	δ_b (mm)	ϵ_b (mm)
	168645	1.77	10	4.65×10^{-3}	10^5	2	0.5

Tableau 2 : Températures et paramètres pour le scénario de vague de chaleur

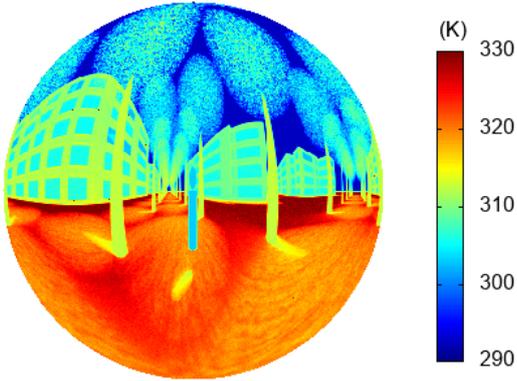
face du mannequin ($\overline{T_{R,b}}$). Les résultats sont exprimés avec un intervalle de confiance supérieur à 99.7 % ($\pm 3 \sigma_{\overline{T_{R,b}}}$). Les arbres produisent une réduction de la TRM durant les heures les plus chaudes de la journée, mais limitent aussi le refroidissement radiatif nocturne. En effet, les arbres ombragent le sol et diminuent sa température en journée. Par contre la nuit, les échanges radiatifs entre le sol et les arbres sont plus faibles qu'entre le sol et le ciel. La présence des arbres limite donc le refroidissement radiatif du sol la nuit. Pour calculer la consommation énergétique dans ce scénario de vague de chaleur, le système de climatisation des pièces intérieures devrait être simulé. Mais, dans cette étude, seule la température de surface des murs intérieurs sera calculée ($\overline{T_{s,i}}$). En effet, si on considère un système de climatisation maintenant la température de l'air intérieur constante ($T_{F,i}$, Tab. 2), sa consommation d'énergie sera proportionnelle (au premier ordre) à l'écart entre $T_{F,i}$ et la température moyenne des murs intérieurs $\overline{T_{s,i}}$ (sans compter le renouvellement d'air intérieur). Le calcul de $\overline{T_{s,i}}$ prend en compte les apports de chaleur par le rayonnement solaire qui traverse les vitres



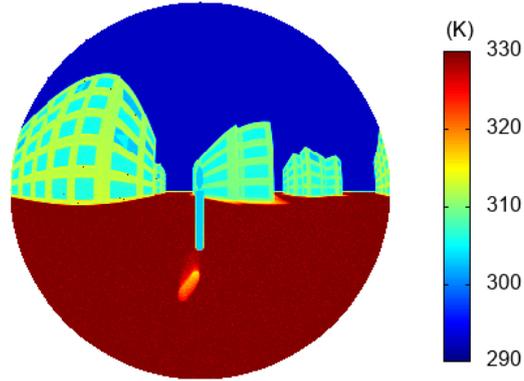
(a) Géométrie Bd de la Victoire et mannequin



(b) Données météorologiques

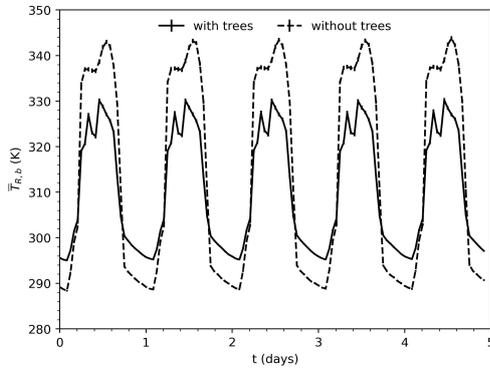


(c) Environnement thermique avec arbres

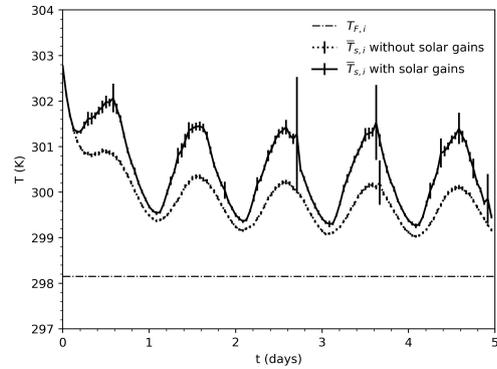


(d) Environnement thermique sans arbre

Figure 2 : Données du scénario et projection de Mollweide des θ_R (K)



(a) TRM mannequin, $\tilde{T}_{R,b}$ (K)



(b) Température de parois internes, $\tilde{T}_{s,i}$ (K)

Figure 3 : Evolutions temporelles de températures moyennes et intervalles de confiance

des fenêtres. La figure 3b donne les calculs horaires par MMC de $\tilde{T}_{s,i}$ avec et sans la prise en compte des apports solaires par les ouvertures. Durant le premier jour, les bâtiments à la température initiale refroidissent. Après cette période pilotée par l'inertie thermique des bâtiments, un comportement périodique de $\tilde{T}_{s,i}$ est observé. Sans les apports solaires, les températures moyennes des parois sont réduites mais conservent la même périodicité temporelle. Lorsque les apports solaires entrent dans le calcul, les intervalles de confiance peuvent atteindre des valeurs importantes. Cet effet est bien connu en présence de parois spéculaires et lorsqu'on utilise une technique de séparation du flux solaire en flux directs et diffus. Lors du calcul du flux diffus il arrive rarement qu'un miroir réfléchisse le soleil et dans cet évènements rare la valeur du poids MMC est plusieurs ordres de grandeurs plus importantes que les autres. Un remède est l'augmentation du nombre de réalisations ([8]).

4. Conclusion

Le modèle probabiliste de transferts thermiques couplés incluant la contribution du flux solaire a été présenté et mis en oeuvre dans un scénario de vague de chaleur et pour une géométrie représentant le quartier de l'INSA de Strasbourg incluant de nombreux arbres. La discussion a porté sur : (1) l'influence des arbres sur la température radiative moyenne diurne et nocturne ; (2) l'effet des apports solaires sur la température des parois intérieures ; (3) l'augmentation de variance détectée et causée par des événements rares.

Références

- [1] N. Villefranque et al., The "teapot in a city" : A paradigm shift in urban climate modeling, *Sc. Adv.* 8 (27) (2022) eabp8934.
- [2] C. Caliot et al., Coupled heat transfers resolution by Monte Carlo in urban geometry including direct and diffuse solar irradiations, *Int. J. Heat Mass Transf.*, 222 (2024) 125139.
- [3] J.-M. Tregan et al., Coupling radiative, conductive and convective heat-transfers in a single Monte Carlo algorithm : a general theoretical framework for linear situations, *Plos One*, 18 (4) (2023) e0283681.
- [4] L. Penazzi, et al., Path integrals formulations leading to propagator evaluation for coupled linear physics in large geometric models, *Comput. Phys. Commun.*, 294 (2024) 108911.
- [5] Méso-Star, The Monte-Carlo framework for coupled thermal problems, <https://www.meso-star.com/projects/stardis/stardis.html>
- [6] M. Bati et al., Coupling conduction, convection and radiative transfer in a single path-space : Application to infrared rendering, *ACM Trans. Graph. (Proc. SIGGRAPH)*, 42 (2023) 1–20.
- [7] Méso-Star, Star-engine library for Monte Carlo numerical simulations, <https://gitlab.com/meso-star/star-engine>
- [8] C. Caliot, R. Schoetter, et al., Model of Spectral and Directional Radiative Transfer in Complex Urban Canopies with Participating Atmospheres, *Boundary-Layer Meteorol.*, (2022).

Remerciements

L'étude a été réalisée dans le cadre du projet MC2 (ANR-21-CE46-0013).