

# Émissivité hémisphérique d'une cavité isotherme cylindrique ou rectangulaire

Adrien BARTHÉLÉMY<sup>1,\*</sup>, Thomas VILLEMIN<sup>1,2</sup>, Vincent SCHICK<sup>1</sup>, Benjamin RÉMY<sup>1</sup>, Laura DEFLANDRE<sup>2</sup>, Élodie MOEBEL<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Université de Lorraine, CNRS, LEMTA, F-54000 Nancy, France.

<sup>2</sup> École des Mines de Nancy, Campus ARTEM, 92 rue Sergent Blandan, 54042 Nancy, France.

\*(auteur correspondant : adrien.barthelemy@univ-lorraine.fr)

**Résumé** - L'étude porte sur la modélisation de l'émissivité hémisphérique apparente d'une cavité isotherme, de géométrie cylindrique ou rectangulaire. Le matériau de la cavité est supposé opaque à émission diffuse ; sa réflexion est diffuse ou spéculaire. Deux modélisations numériques de l'émissivité par MODRAY<sup>®</sup> et par Monte Carlo sont développées et donnent les mêmes résultats que les modèles analytiques de la littérature. Des modèles réduits en sont déduits, adaptés pour du calcul rapide d'ingénierie. Des mesures expérimentales corroborent la modélisation proposée.

**Mots-clés** : Émissivité ; Cavités cylindrique et rectangulaire ; Monte Carlo ; Identification de modèle ; Modèle réduit.

## Nomenclature

### Lettres latines

$d$	Profondeur de cavité, m
$\partial\mathcal{D}_h$	Surface de l'hémisphère
$f_r$	BRDF (fonction de distribution de la réflectivité bidirectionnelle), $\text{sr}^{-1}$
$F$	Facteur de forme
$\mathcal{F}$	Facteur de forme gris (multi-réflexions)
$h$	Hauteur de cavité rectangulaire, m
$k$	Paramètre de modèle réduit
$\hat{m}$	Espérance d'une variable aléatoire
$\vec{n}$	Vecteur normal à la surface
$N$	Nombre de rayons / simulations
$r$	Rayon de cavité cylindrique, m
$R$	Rayon d'hémisphère, m
$s$	Écart-type d'une variable aléatoire
$u$	Nombre aléatoire entre 0 et 1
$w$	Largeur de cavité rectangulaire, m
$X$	Variable aléatoire
$x$	Profondeur d'un point de la paroi latérale de la cavité, m

### Symboles grecs

$\alpha$	Absorptivité
$\delta$	Profondeur relative de cavité
$\tilde{\delta}$	Distribution de Dirac
$\Delta$	Profondeur relative caractéristique
$\varepsilon$	Émissivité
$\eta$	Puissance de modèle réduit (spéculaire)
$\rho$	Réflectivité
$\kappa$	Puissance de modèle réduit (spéculaire)
$\mu$	Coefficient de modèle réduit (spéculaire)
$\nu$	Coefficient de modèle réduit (spéculaire)
$\vec{\omega}$	Direction du rayon

### Indices et exposants

$\infty$	Cavité de profondeur infinie
cyl	Cavité cylindrique
di	Réflexion diffuse
$e$	Effective
$m$	Matériau de la cavité
$r$	Direction de réflexion
sp	Réflexion spéculaire

## 1. Introduction

L'étude est motivée par une problématique industrielle. Lors d'un procédé de fabrication, une charge en aluminium est chauffée par rayonnement dans un four sous vide à l'aide de dizaines de panneaux radiants. La charge présente deux types de surface : principalement de l'aluminium plein, dont l'émissivité hémisphérique totale est estimée à 0.15, et des cavités rectangulaires de dimensions variables également en aluminium. Les propriétés optiques de ces cavités sont mal

connues de l'industriel. Celui-ci souhaite améliorer la précision de son jumeau numérique {four + charge}, ce qui nécessite une compréhension fine du comportement radiatif des cavités.

L'objectif de l'étude est donc de modéliser l'émissivité apparente hémisphérique d'une cavité rectangulaire, l'émissivité apparente (hémisphérique ou directionnelle) d'une cavité étant l'émissivité de la surface fictive occupant l'ouverture de la cavité et ayant le même comportement radiatif. Le résultat utile pour l'industriel est un modèle réduit permettant le calcul rapide de l'émissivité apparente de la cavité en fonction de ses dimensions et de l'émissivité du matériau (constante sur l'intervalle spectral d'intérêt). Les hypothèses de travail sont :

- Atmosphère non participante dans et en dehors de la cavité
- Matériau opaque
- Matériau à émission diffuse
- Cavité isotherme

Si les deux premières hypothèses sont raisonnables pour l'application industrielle considérée, les deux suivantes sont plus discutables (émission peu diffuse de l'aluminium et écart de température jusqu'à 50 °C entre l'ouverture et le fond de la cavité). Elles permettent cependant de simplifier la modélisation. Par ailleurs, des mesures expérimentales indiquent que la réflexion de l'aluminium utilisé est 1/4 diffuse 3/4 spéculaire. Par conséquent, les deux cas extrêmes – réflexion purement diffuse ou purement spéculaire – seront abordés conjointement.

La figure 1a schématise la cavité rectangulaire, de profondeur  $d$ , avec une ouverture de hauteur  $h$  et de largeur  $w$ . Elle est composée d'un matériau d'émissivité  $\varepsilon_m$ . A la connaissance des auteurs, la littérature ne propose pas de modèle de l'émissivité apparente d'une telle cavité. Elle s'avère

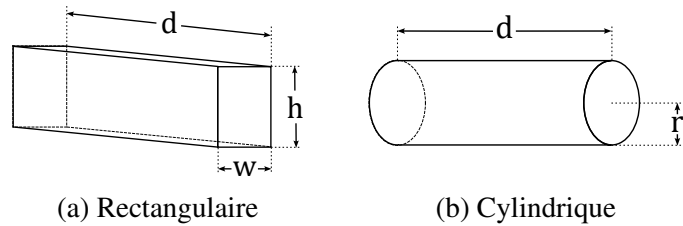


Figure 1 : Typologies de cavité

en revanche abondante pour la cavité cylindrique, très utilisée en tant que corps noir. Afin de confronter les résultats de l'étude à ceux de la littérature, le cas de la cavité cylindrique est donc également traité. De profondeur  $d$  et de rayon  $r$ , elle est schématisée par la figure 1b.

## 2. Modélisation analytique dans la littérature

### 2.1. Cavité cylindrique avec matériau à réflexion diffuse

Dès 1927, Buckley pose les bases de la modélisation physique de l'émissivité apparente d'une cavité cylindrique avec réflexion diffuse du matériau. Via des radiosités, il obtient deux équations intégrales couplées donnant l'émissivité effective d'un point de la paroi de la cavité [1]. La résolution analytique n'étant pas possible, des approximations sont nécessaires pour aboutir à un résultat. Initialement appliquée aux puits de lumière, la modélisation proposée sert rapidement au dimensionnement de corps noirs. En 1962, l'arrivée des ordinateurs permet une résolution numérique exacte par Sparrow, Albers et Eckert [2]. Ces derniers en déduisent alors l'émissivité hémisphérique apparente de la cavité via les équations (1) à (3).

$$\begin{aligned} \varepsilon_e(x) = & \varepsilon_m + (1 - \varepsilon_m) \int_{x'=0}^d \varepsilon_e(x') \frac{1}{2r} \left[ 1 - |x - x'| \frac{(x - x')^2 + 6r^2}{[(x - x')^2 + 4r^2]^{3/2}} \right] dx' \\ & + (1 - \varepsilon_m) \int_{r'=0}^r \varepsilon_e(r') \frac{2rr'(d - x)(r^2 + (d - x)^2 - r'^2)}{[(r^2 + (d - x)^2 + r'^2)^2 - 4r^2r'^2]^{3/2}} dr' \end{aligned} \quad (1)$$

$$\varepsilon_e(r') = \varepsilon_m + (1 - \varepsilon_m) \int_{x'=0}^d \varepsilon_e(x') \frac{2r^2 (d - x') (r^2 + (d - x')^2 - r'^2)}{\left[ (r^2 + (d - x')^2 + r'^2)^2 - 4r^2 r'^2 \right]^{3/2}} dx' \quad (2)$$

$$\varepsilon_{\text{cyl}} = \frac{\varepsilon_m}{1 - \varepsilon_m} \left[ 4 \int_{x'=0}^d (1 - \varepsilon_e(x')) dx' + 2 \int_{r'=0}^r r' (1 - \varepsilon_e(r')) dr' \right] \quad (3)$$

Une modélisation alternative aux équations intégrales couplées, portée successivement par Gouffé [3], Treuenfels [4] et Kholopov [5], passe par la somme infinie des multi-réflexions successives d'un rayonnement incident extérieur dans la cavité. Toutefois, cette seconde méthode utilise des approximations. Le tableau 1 regroupe quelques valeurs d'émissivité apparente calculées avec des modèles analytiques de la littérature. Un écart important existe entre les modèles à faible  $\varepsilon_m$ , qui correspond au cas d'intérêt pour l'industriel. Par la suite, le modèle proposé par [2] servira de référence pour la cavité cylindrique avec matériau à réflexion diffuse.

$\delta = \frac{d}{r}$	$\varepsilon_m = 0.15$				$\varepsilon_m = 0.50$				$\varepsilon_m = 0.85$			
	[2]	[4]	[5]	Écart	[2]	[4]	[5]	Écart	[2]	[4]	[5]	Écart
0.1	0.173	0.167	0.173	3.5 %	0.538	0.532	0.537	1.1 %	0.867	0.866	0.866	0.1 %
0.5	0.258	0.245	0.257	5.0 %	0.657	0.648	0.654	1.4 %	0.914	0.913	0.913	0.1 %
1.0	0.343	0.329	0.340	4.1 %	0.743	0.736	0.739	0.9 %	0.942	0.940	0.941	0.2 %
5.0	0.558	0.425	0.494	23.8 %	0.836	0.807	0.819	3.5 %	0.962	0.960	0.960	0.2 %
10.0	0.576	0.426	0.500	26.0 %	0.838	0.808	0.820	3.6 %	0.963	0.960	0.960	0.3 %
25.0	0.577	0.426	0.500	26.2 %	0.838	0.808	0.821	3.6 %	0.963	0.960	0.960	0.3 %

Tableau 1 : Émissivité hémisphérique apparente de cavité cylindrique avec matériau à réflexion diffuse (modèles analytiques de [2], [4] et [5])

## 2.2. Cavité cylindrique avec matériau à réflexion spéculaire

La modélisation physique de l'émissivité apparente d'une cavité cylindrique avec réflexion spéculaire du matériau est considérée pour la première fois en 1954 par de Vos [6]. Dans son article, il va jusqu'à modéliser une réflexion intermédiaire entre diffus et spéculaire, et ce pour une cavité anisotherme. Néanmoins, son modèle est complexe et inadapté pour de l'ingénierie. En 1965, Lin et Sparrow propose une autre approche qui donne l'équation (4) relativement simple pour la cavité cylindrique [7], avec  $\delta = d/r$ .

$$\varepsilon_{\text{cyl}} = \varepsilon_m + 2\delta\varepsilon_m^2 \sum_{n=1}^{\infty} \rho_m^n \left[ \sqrt{1 + \left(\frac{\delta}{n}\right)^2} - \frac{\delta}{n} \right] \quad (4)$$

Le tableau 2 donne des valeurs d'émissivité apparente issues du modèle analytique de [7]. Ce modèle servira de référence pour la cavité cylindrique avec matériau à réflexion spéculaire.

$\delta = \frac{d}{r}$	$\varepsilon_m = 0.15$	$\varepsilon_m = 0.50$	$\varepsilon_m = 0.85$
0.1	0.175	0.547	0.873
0.5	0.259	0.681	0.932
1.0	0.343	0.777	0.964
5.0	0.672	0.958	0.997
10.0	0.821	0.986	0.999
25.0	0.945	0.997	1.000

Tableau 2 : Émissivité hémisphérique apparente de cavité cylindrique avec matériau à réflexion spéculaire (modèle analytique de [7])

### 3. Modélisation numérique

#### 3.1. MODRAY®

Le logiciel MODRAY® est développé par l'École des Mines de Paris. Il permet le calcul de facteurs de transfert radiatifs entre des surfaces opaques grises en prenant en compte les multi-réflexions diffuses ou spéculaires. Les facteurs de forme entre surfaces sont calculés par l'approximation des flux plans, puis les facteurs de forme gris en découlent via la méthode des revêtements. Davantage de détails sont disponibles dans la thèse de Ferrand [8].

Dans MODRAY®, le système de la figure 2 est construit, composé de la cavité (ici cylindrique) et d'un corps noir hémisphérique de rayon  $R$ , dont la base (non comptée dans l'hémisphère) est dans le même plan que l'ouverture de la cavité. A l'aide du logiciel, le facteur de forme gris  $\mathcal{F}$  de l'hémisphère vers la cavité est calculé (prise en compte des multi-réflexions à l'intérieur de la cavité). L'émissivité apparente  $\varepsilon_{\text{cyl}}$  est obtenue en divisant  $\mathcal{F}$  par le facteur de forme  $F = r^2/(2R^2)$  de l'hémisphère vers l'ouverture de la cavité. La même démarche est ensuite adaptée pour la cavité rectangulaire. Des résultats sont présentés aux sections 3.3. et 3.4.

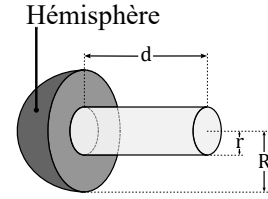


Figure 2 : Cavité cylindrique et hémisphère

#### 3.2. Monte Carlo

Le principe fondamental de cette méthode est d'évaluer une grandeur physique ( $m = \mathbb{E}[X]$ ) en réalisant un grand nombre  $N$  de simulations d'une variable aléatoire  $X$ . Pour chacune de ces simulations, la valeur  $x_i$  est retenue et l'estimation de l'espérance est obtenue en utilisant la moyenne empirique  $\hat{m}$  convergeant fortement vers  $m$ .

$$m = \mathbb{E}[X] \approx \hat{m} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i \quad (5)$$

La méthode de Monte Carlo est largement plébiscitée dans le domaine des transferts radiatifs [9]. En particulier, elle a été appliquée aux calculs de facteurs de forme dans des géométries plus ou moins complexes mais aussi pour des problèmes d'émissivités apparentes [10, 11]. Elle est ici appliquée à l'estimation de l'émissivité hémisphérique d'une cavité en adoptant un point de vue *reverse*. Ainsi, la grandeur évaluée est l'absorptivité effective ( $\alpha_e$ ) de la cavité, elle-même égale à l'émissivité d'après la loi de Kirchoff. Les événements possibles aux interfaces solides de la cavité sont une absorption ou une réflexion (spéculaire ou diffuse). Dans ce travail, les surfaces sont considérées purement diffuses ou spéculaires mais la prise en compte d'un matériau intermédiaire ne poserait aucun problème dans le cadre de cette méthode. Dans l'équation (6), la formulation intégrale de l'absorptivité apparente de la cavité est donnée directement.

$$\alpha_e = \int_{\partial\mathcal{D}_h} dS p_{\vec{X}}(\vec{x}) \int_{2\pi} d\vec{\omega} p_{\vec{\Omega}}(\vec{\omega}) \times \begin{cases} \mathcal{H}(\vec{\omega} \cap \partial\mathcal{D}_h) \times 0+ \\ \mathcal{H}(\vec{\omega} \not\cap \partial\mathcal{D}_h) \times \mathcal{J}(\vec{x}, \vec{\omega}) \end{cases} \quad (6)$$

avec  $\alpha_m = \varepsilon_m$  l'émissivité du matériau fixée et où le terme  $\mathcal{J}(\vec{x}, \vec{\omega})$  s'obtient par appels récursifs selon l'équation (7).  $f_r(\vec{\omega}, \vec{\omega}_r)$  est donnée par l'équation (8).

$$\mathcal{J}(\vec{x}, \vec{\omega}) = \frac{\mathcal{H}(u \leq \alpha_m)}{F} + \mathcal{H}(u > \alpha_m) \int_{2\pi} d\vec{\omega}_r f_r(\vec{\omega}, \vec{\omega}_r) |\vec{\omega}_r \cdot \vec{n}| \times \begin{cases} \mathcal{H}(\vec{\omega}_r \cap \partial\mathcal{D}_h) \times 0+ \\ \mathcal{H}(\vec{\omega}_r \not\cap \partial\mathcal{D}_h) \mathcal{J}(\vec{x}_r, \vec{\omega}_r) \end{cases} \quad (7)$$

$$f_r(\vec{\omega}, \vec{\omega}_r) = \begin{cases} 1/\pi & \text{si réflexion diffuse} \\ \frac{\delta(\vec{\omega}-\vec{\omega}_r)}{|\vec{\omega}_r \cdot \vec{n}|} & \text{si réflexion spéculaire} \end{cases} \quad (8)$$

L'algorithme correspondant à cette formulation intégrale est fourni par alg. 1. Le code de calcul présenté ici s'appuie sur la bibliothèque libre *Star-Engine* développée par la start-up *Méso-Star*.

---

**Algorithme 1 :** Évaluation de l'émissivité apparente par Monte Carlo

---

```

1 Initialiser  $\hat{m} = 0$  et  $s = 0$ 
2 for  $i = 1 : N$  do
3   Échantillonnage d'une position  $\vec{x} \in \partial\mathcal{D}_h$  et d'une direction  $\vec{\omega}$ 
4   test = True
5   while test do
6     if  $\vec{\omega} \cap \partial\mathcal{D}_h$  then
7        $x_i = 0$ 
8       test = False
9     else
10      Échantillonnage de  $u \in [0, 1]$ 
11      if  $u \leq \alpha_m$  then
12         $x_i = 1$ 
13        test=False
14      else
15        Échantillonnage d'une direction de réflexion  $\vec{\omega}_r$  (spéculaire ou diffuse) selon
16         $f_r(\vec{\omega}, \vec{\omega}_r)$ 
17         $\vec{\omega} = \vec{\omega}_r$  et on calcule la nouvelle position
17  $\hat{m} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i/F$  et  $s = \frac{1}{\sqrt{N}} \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (x_i/F)^2 - \left(\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (x_i/F)\right)^2}$ 

```

---

### 3.3. Cavité cylindrique

En appliquant les deux modélisations numériques présentées à la section 3.1. et à la section 3.2. à la cavité cylindrique, l'émissivité hémisphérique apparente est calculée pour  $\varepsilon_m$ ,  $r$  et  $d$  fixés. Le tableau 3 donne des valeurs pour une réflexion diffuse ou spéculaire, avec  $\delta = d/r$ .

		MODRAY®						Monte Carlo ( $N = 10^6$ )					
		Diffus			Spéculaire			Diffus			Spéculaire		
$\delta \backslash \varepsilon_m$		0.15	0.50	0.85	0.15	0.50	0.85	0.15	0.50	0.85	0.15	0.50	0.85
0.1		0.173	0.536	0.863	0.174	0.544	0.869	0.173	0.539	0.868	0.175	0.547	0.875
0.5		0.258	0.656	0.912	0.260	0.680	0.931	0.259	0.659	0.916	0.261	0.683	0.935
1.0		0.343	0.743	0.942	0.345	0.779	0.965	0.344	0.745	0.944	0.345	0.779	0.967
5.0		0.558	0.837	0.962	0.688	0.970	1.001	0.559	0.837	0.965	0.674	0.960	1.000
10.0		0.575	0.837	0.962	0.842	1.000	1.005	0.577	0.839	0.965	0.825	0.989	1.002
25.0		0.576	0.838	0.963	0.966	1.012	1.006	0.578	0.839	0.965	0.948	1.000	1.003

Tableau 3 : Émissivité hémisphérique apparente de cavité cylindrique (modèles numériques)

L'augmentation importante de l'émissivité apparente avec  $\delta$  est appelée "effet cavité" dans la littérature. Pour  $\varepsilon_m = 0.15$  et  $\delta = 5$ , la cavité dépasse déjà 0.50 d'émissivité apparente. Deux points importants sont à souligner : l'émissivité apparente pour une réflexion diffuse est inférieure à 1 même pour  $\delta = \infty$  (valeur asymptotique dépendant de  $\varepsilon_m$ ) et l'effet cavité est plus prononcé pour une réflexion spéculaire que pour une réflexion diffuse à partir de  $\delta = 5$ . Des valeurs excèdent 1 du fait de la précision numérique.

La figure 3 montre les résultats par MODRAY<sup>®</sup> et par Monte Carlo pour  $\varepsilon_m = 0.15$ . L'incertitude à 99 % vaut 0.002 pour Monte Carlo. Les valeurs obtenues sont en accord avec les références [2] (cf. tableau 1) et [7] (cf. tableau 2), avec un écart chez MODRAY<sup>®</sup> en spéculaire pour  $\varepsilon_m$  faible et  $\delta$  élevée : Monte Carlo sera donc préféré pour identifier les modèles réduits.

### 3.4. Cavité rectangulaire

En appliquant les deux modélisations numériques de la section 3.1. et de la section 3.2. à la cavité carrée, l'émissivité hémisphérique apparente est calculée pour  $\varepsilon_m$ ,  $w (= h)$  et  $d$  fixés. Le tableau 4 donne quelques valeurs pour une réflexion diffuse ou spéculaire, avec  $\delta = d/w$ . Les commentaires de la section 3.3. s'appliquent à nouveau ici. La figure 3 montre les résultats par Monte Carlo pour  $\varepsilon_m = 0.15$ . Des valeurs excèdent 1 du fait de la précision numérique.

$\delta \backslash \varepsilon_m$	MODRAY <sup>®</sup>						Monte Carlo ( $N = 10^6$ )					
	Diffus			Spéculaire			Diffus			Spéculaire		
0.1	0.196	0.572	0.882	0.198	0.586	0.892	0.196	0.570	0.879	0.197	0.586	0.891
0.5	0.343	0.742	0.944	0.347	0.781	0.966	0.341	0.739	0.939	0.345	0.777	0.962
1.0	0.456	0.815	0.963	0.477	0.883	0.992	0.454	0.811	0.958	0.473	0.875	0.985
5.0	0.594	0.846	0.959	0.852	1.000	1.000	0.591	0.846	0.964	0.832	0.987	0.999
10.0	0.595	0.846	0.960	0.953	1.011	1.001	0.592	0.846	0.964	0.932	0.997	1.000
25.0	—	—	—	—	—	—	0.592	0.847	0.964	0.985	0.999	1.000

Tableau 4 : Émissivité hémisphérique apparente de cavité carrée (modèles numériques)

## 4. Modèles réduits

Cette section résume l'identification de modèles réduits pour les cavités cylindrique et carrée, en diffus et en spéculaire. La connaissance de  $\varepsilon_m$  et  $\delta$  permet de remonter simplement à l'émissivité hémisphérique apparente de la cavité voulue : les modèles réduits s'adressent donc à des calculs rapides d'ingénierie. L'identification est effectuée à l'aide d'un algorithme de Levenberg-Marquardt en se basant sur les valeurs issues de Monte Carlo. Le modèle réduit pour une réflexion diffuse est décrit par les équations (9) à (11), construites de manière empirique ; l'équation (10) s'inspire de la formule établie dans la thèse de Pierre [12]. Les paramètres du modèle réduit sont donnés dans le tableau 5.

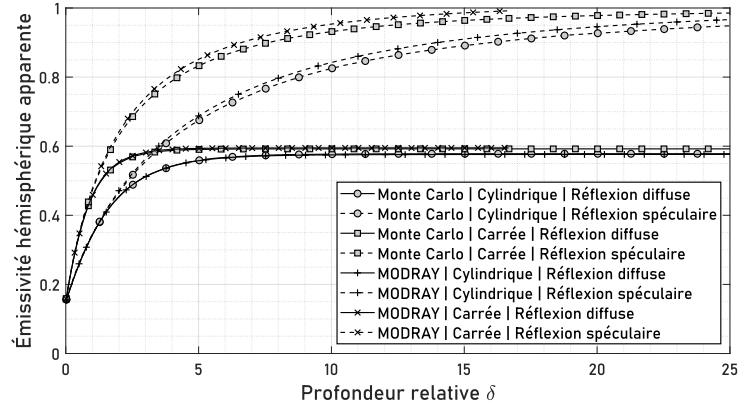


Figure 3 : Émissivité apparente de cavité pour  $\varepsilon_m = 0.15$  par MODRAY<sup>®</sup> et par Monte Carlo

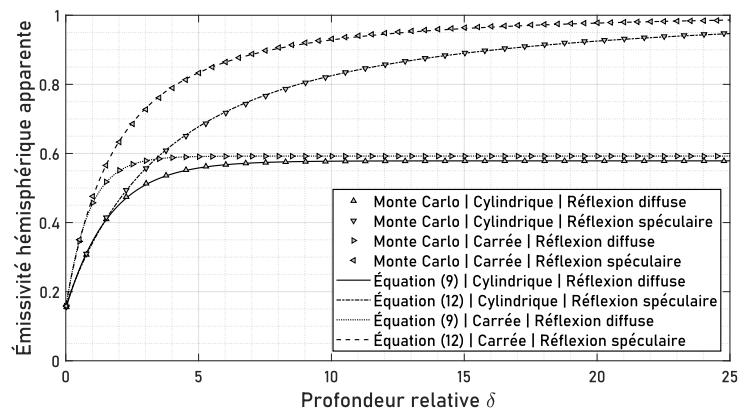


Figure 4 : Résultats des modèles réduits pour  $\varepsilon_m = 0.15$

$$\varepsilon_{di} = \varepsilon_{\infty} + (\varepsilon - \varepsilon_{\infty}) \exp^{-\delta/\Delta} \quad (9)$$

$$\varepsilon_{\infty} = \frac{(1 + k_1)\sqrt{\varepsilon_m}}{k_1 + \sqrt{\varepsilon_m}} \quad (10)$$

$$\Delta = k_2\varepsilon_m^{k_3} + k_4 \quad (11)$$

Le modèle réduit pour une réflexion spéculaire est décrit par les équations (12) à (16), construites aussi de manière empirique (paramètres fournis tableau 6).

$$\varepsilon_{sp} = \frac{\delta^{\kappa} + \mu\varepsilon_m + \nu\delta^{\eta}}{\delta^{\kappa} + \mu} \quad (12)$$

$$\kappa = k_1 + \varepsilon_m^{k_2} \quad (13)$$

$$\mu = k_3\varepsilon_m^{k_4} + k_5 \quad (14)$$

$$\nu = k_6\varepsilon_m^4 + k_7\varepsilon_m^3 + k_8\varepsilon_m^2 + k_9\varepsilon_m + k_{10} \quad (15)$$

$$\eta = k_{11}\varepsilon_m^4 + k_{12}\varepsilon_m^3 + k_{13}\varepsilon_m^2 + k_{14}\varepsilon_m + k_{15} \quad (16)$$

$i$	Cavité cylindrique $\delta = d/r$	Cavité carrée $\delta = d/w$
1	0.853	0.769
2	0.663	0.290
3	-0.531	-0.572
4	-0.164	0.006

Tableau 5 :  $k_i$  en réflexion diffuse

$i$	Cavité cylindrique $\delta = d/r$	Cavité carrée $\delta = d/w$
1	1.273	1.361
2	0.073	0.090
3	1.318	0.511
4	-0.854	-0.908
5	-1.150	-0.457
6	-4.378	-4.187
7	5.320	4.523
8	-2.186	-1.631
9	-0.531	-0.384
10	0.502	0.319
11	8.576	9.505
12	-13.665	-17.192
13	8.533	11.617
14	-2.480	-3.508
15	0.801	0.880

Tableau 6 :  $k_i$  en réflexion spéculaire

Les valeurs calculées via les modèles réduits sont tracées et comparées aux données originales de Monte Carlo sur la figure 4 pour  $\varepsilon_m = 0.15$  : l'ajustement est jugé satisfaisant.

## 5. Mesures expérimentales

Pour vérifier les résultats numériques, des mesures d'émissivité apparente sont réalisées. Une maquette de cavité carrée en aluminium de 4.3 cm de côté et de profondeur réglable est chauffée via de l'eau provenant d'un bain thermostaté à 50 °C. Un suivi de la température de la maquette est réalisé à partir de thermocouples. Une caméra infrarouge préalablement étalonnée avec un corps noir permet de réaliser des mesures sur la cavité pour des angles allant de 0° à 50°. Un angle incident de 0° correspond à un alignement de la cavité face à la caméra (figure 5).

Des tests préalables ont permis d'évaluer l'impact de certains facteurs sur la prise de mesure afin d'obtenir les résultats les plus précis possibles. L'influence du rayonnement parasite environnant a ainsi été mise en évidence, faussant les résultats avec l'addition des reflets de l'environnement et de la caméra. Ces reflets ont une influence élevée pour une cavité avec une température proche de l'ambiante, mais sont atténués avec une température de 50 °C.

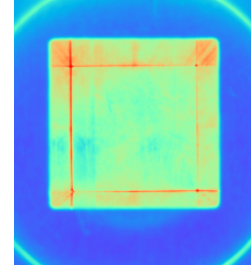


Figure 5 : Maquette de la cavité profonde de 14 cm à 50 °C vue à 0°

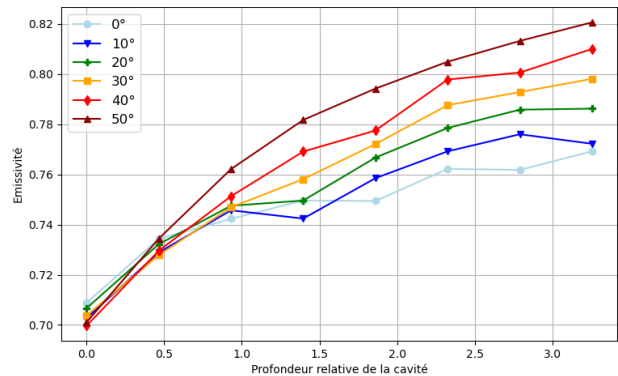


Figure 6 : Émissivité apparente de la cavité à 50 °C en fonction de  $\delta$  et de l'angle de vue

La figure 6 présente l'émissivité apparente de la cavité avec une profondeur allant de 0 à 14 cm, pour des angles entre  $0^\circ$  et  $50^\circ$  par rapport à la normale de la cavité chauffée à  $50^\circ\text{C}$ . Plus les angles sont importants, plus l'émissivité apparente augmente. Cette tendance se poursuit certainement au-delà de  $50^\circ$  (les mesures devenant imprécises pour ces angles-là). De même, plus la cavité est profonde, plus l'émissivité apparente augmente : l'effet cavité est donc retrouvé.

Les simulations réalisées avec le modèle Monte Carlo aboutissent à une émissivité hémisphérique apparente de 0.92 en diffus et de 0.99 en spéculaire pour  $\varepsilon_m = 0.7$  et  $\delta = 3.25$ . Les valeurs d'émissivité correspondantes mesurées dans cette expérience sont de 0.77 pour  $0^\circ$  à 0.82 pour  $50^\circ$ . Cette différence peut s'expliquer par l'augmentation supposée de l'émissivité directionnelle de  $50^\circ$  à  $90^\circ$ . Ainsi, le résultat de l'intégration des valeurs mesurées de  $0^\circ$  à  $90^\circ$  doit probablement converger vers les résultats théoriques obtenus par les modèles numériques.

## 6. Conclusion

L'étude a abouti à la création de modèles réduits pour les cavités cylindrique et carrée : une loi à 4 paramètres pour une réflexion diffuse et une loi à 15 paramètres pour une réflexion spéculaire. Les lois ont été identifiées à partir de données issues d'une méthode de Monte Carlo, méthode en accord avec le logiciel MODRAY<sup>®</sup> ainsi qu'avec les modèles analytiques de la littérature. La tendance de l'effet cavité a par ailleurs été confirmée par des mesures expérimentales.

Ces premiers modèles réduits répondent partiellement à la problématique industrielle. Un modèle réduit plus général que celui de la cavité carrée devra être élaboré avec  $w \neq h$ . Pour la réflexion spéculaire, une réduction du nombre de paramètres du modèle réduit sera également bienvenue. Enfin, une modélisation intermédiaire entre une réflexion purement spéculaire et purement diffuse permettra d'affiner les valeurs utilisables dans le jumeau numérique industriel.

## Références

- [1] H. Buckley, *On the radiation from the inside of a circular cylinder* (parties 1 à 3) (1927, 1928, 1934), The London, Edinburgh, and Dublin Philosophical Magazine and Journal of Science (series 7), 4(23), pp. 753-762 (DOI : 10.1080/14786441008564378), 6(36), pp. 447-457 (DOI : 10.1080/14786440908564623), 17(113), pp. 576-581 (DOI : 10.1080/14786443409462416).
- [2] E. M. Sparrow, L. U. Albers, E. R. G. Eckert, *Thermal Radiation Characteristics of Cylindrical Enclosures* (1962), Journal of Heat Transfer, 84(1), pp. 73-79 (DOI : 10.1115/1.3684295).
- [3] A. Gouffé, *Corrections d'ouverture des corps-noirs artificiels compte tenu des diffusions multiples internes* (1945), Revue d'Optique Théorique et Instrumentale, 24.
- [4] E. W. Treuenfels, *Emissivity of Isothermal Cavities* (1963), Journal of the Optical Society of America, 53(10), pp. 1162-1171 (DOI : 10.1364/JOSA.53.001162).
- [5] G. K. Kholopov, *Radiation of diffuse isothermal cavities* (1973), Journal of Engineering Physics, 25, pp. 1583-1589 (DOI : 10.1007/BF00826802).
- [6] J. C. de Vos, *Evaluation of the quality of a blackbody* (1954), Physica, 20(7-12), pp. 669-689 (DOI : 10.1016/S0031-8914(54)80181-9).
- [7] S. H. Lin, E. M. Sparrow, *Radiant Interchange Among Curved Specularly Reflecting Surfaces - Application to Cylindrical and Conical Cavities* (1965), Journal of Heat Transfer, 87(2), pp. 299-307 (DOI : 10.1115/1.3689093).
- [8] L. Ferrand, *Modélisation et expérimentation des fours de réchauffage sidérurgiques équipés de brûleurs régénératifs à Oxydation sans Flamme* (2003), thèse à l'École Nationale Supérieure des Mines de Paris (NNT : 2003ENMP1253) (IdHAL : tel-00005744).
- [9] J. R. Howell, K. J. Daun, *The past and future of the Monte Carlo method in thermal radiation transfer* (2021), Journal of Heat Transfer, 143(10), pp. 100801.
- [10] A. Ono, *Calculation of the directional emissivities of cavities by the Monte Carlo method* (1980), Journal of the Optical Society of America 70(5), pp. 547-554 (DOI : 10.1364/JOSA.70.000547).
- [11] J. De Lucas, *A Simple Geometrical Model for Calculation of the Effective Emissivity in Blackbody Cylindrical Cavities* (2015), International Journal of Thermophysics 36, pp. 267-282 (DOI : 10.1007/so0765-014-1757-3).
- [12] T. Pierre, *Mesure de la température à l'échelle microscopique par voie optique dans la gamme ultraviolet-visible* (2007), thèse à l'Institut National Polytechnique de Lorraine (NNT : 2007INPL096N) (IdHAL : tel-01752908).