

Effet de survitesse en proche paroi en dispersion thermique en milieu granulaire

Denis Maillet , Benoît Fiers, Christian Moyne

LEMTA – Nancy-Université & CNRS – Vandoeuvre-lès-Nancy

Plan

1. Dispersion thermique dans un **milieu poreux homogène** et modèle à **1 température**

Thomas Metzger (2002)
(eau/billes de verre)

Amélie Testu (2005)
(air/billes de verre
+support catalyseur/N₂)

2. Effet de survitesse et dispersion **hétérogène** en **proche paroi**

3. Modèle de couche débitante

Benoît Fiers (2009)
(air/billes de verre)

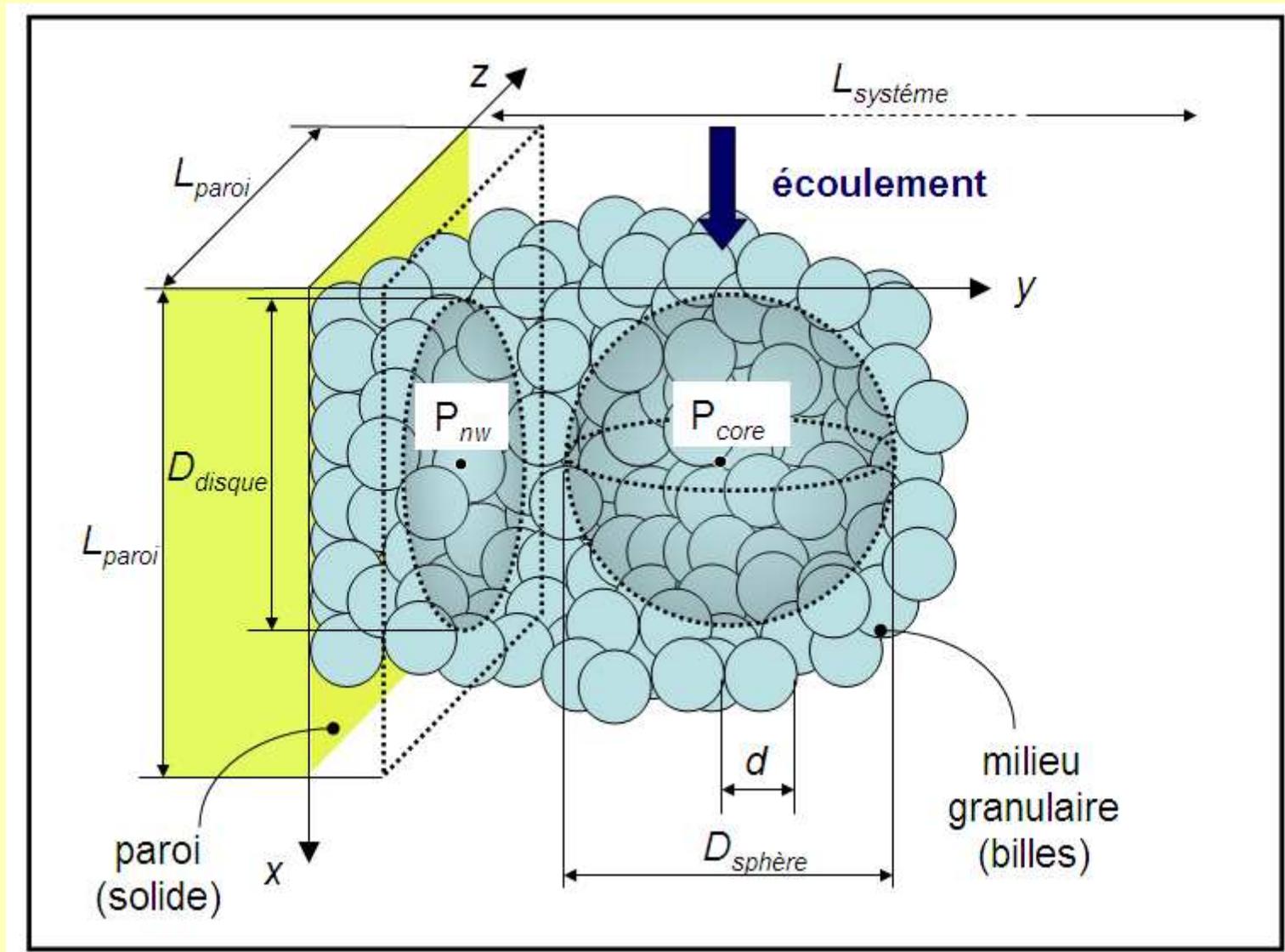
4. Caractérisation des effets thermiques de survitesse

Quelle température est modélisée/mesurée ? → échelle d'observation

Quelle technique inverse de caractérisation thermique ?

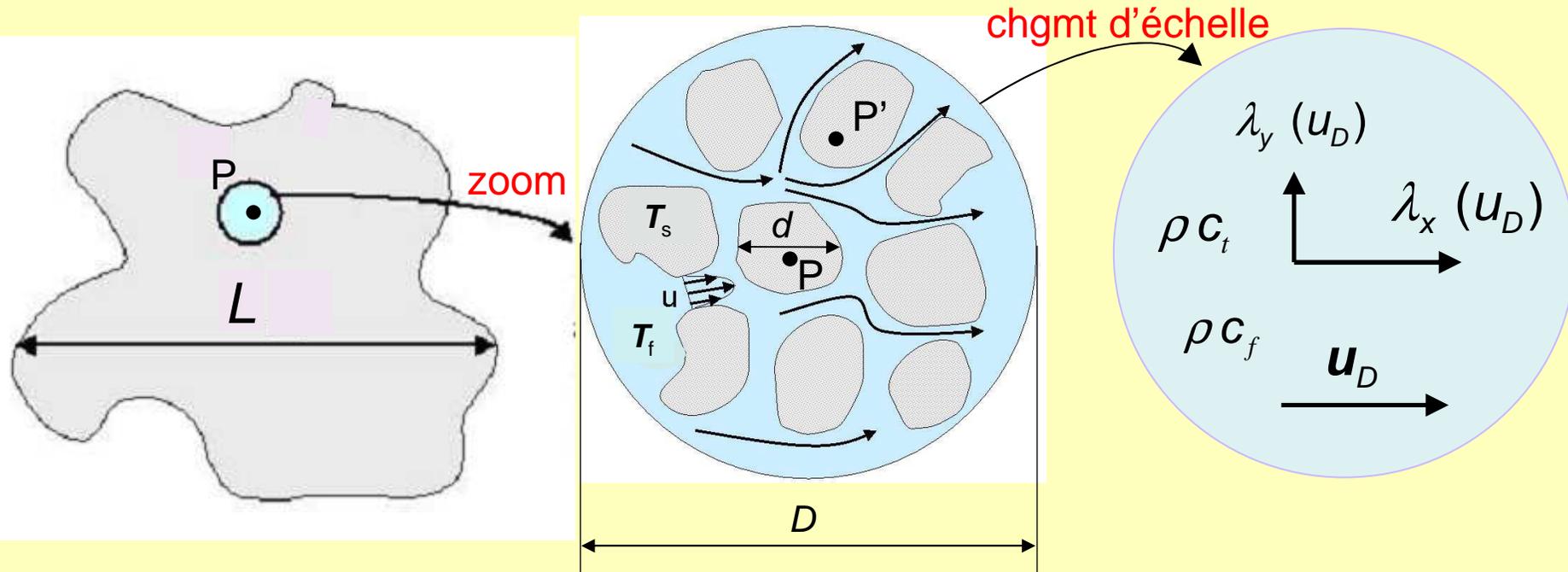
→ estimation bayésienne

1. Dispersion thermique : milieu poreux homogène et modèle à 1 température



Prise de moyenne = réduction physique de modèle

V.E.R = Volume Elémentaire Représentatif



Structure hétérogène:
 $D/L \ll 1$
 (macrostructure)

SYSTEME

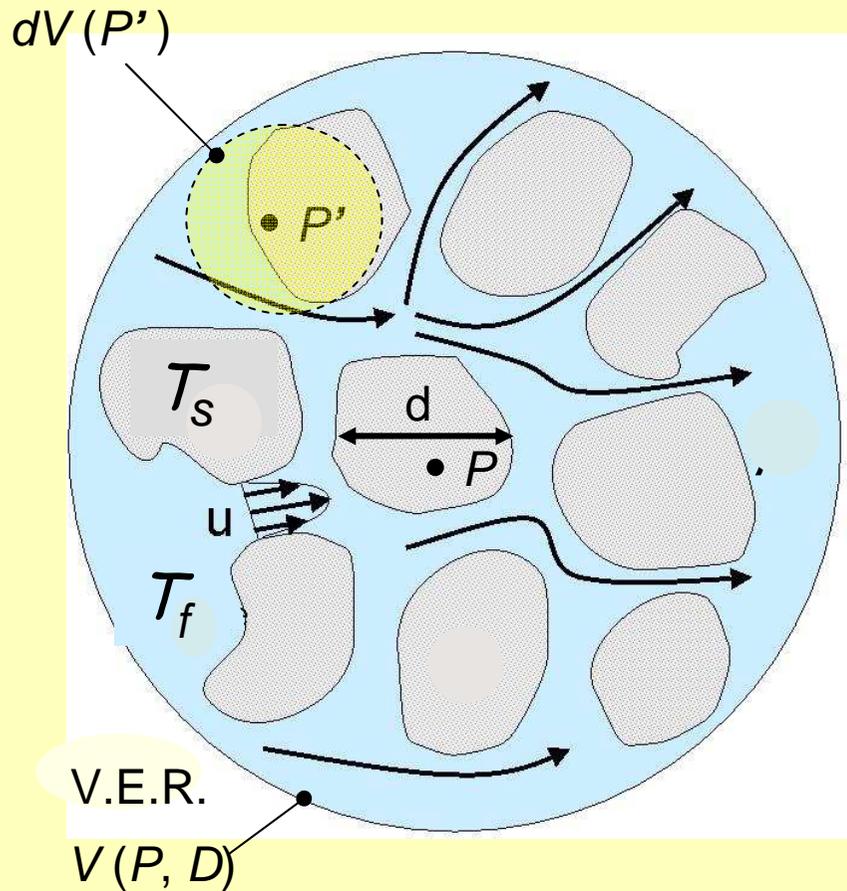
V.E.R. : $d/D \ll 1$
 (microstructure)

Distributions matériaux/fluide
 locales hétérogène

milieu poreux
homogène
 (mais **anisotrope**)

Opérateur de prise de moyenne:

$$\langle f \rangle (P) = \frac{1}{V(P, D)} \int_{V(P, D)} f(P') dV(P')$$



$$f = \chi \Rightarrow \langle f \rangle = \varepsilon \text{ porosité}$$

$$\text{Fluide: } \chi(P) = 1 \quad \text{Solid: } \chi(P) = 0$$

$$f = \mathbf{u} \Rightarrow \langle f \rangle = \mathbf{u}_D \text{ vitesse de Darcy}$$

$$f = \rho c_p \Rightarrow \langle f \rangle = (\rho c_p)_t$$

$$(\rho c_p)_t = \varepsilon (\rho c_p)_f + (1 - \varepsilon) (\rho c_p)_s$$

chaleur volumique totale

$$f = \rho c_p T \Rightarrow \langle f \rangle = H$$

volumetric enthalpie volumique

Définition de la température moyenne enthalpique : $T_H = H / (\rho c_p)_t$

Equation de la chaleur du modèle à une température

- cas d'un écoulement **3 D**

$$(\rho c_p)_t \frac{\partial T_H}{\partial t} = \nabla \cdot (\lambda \nabla T_H) - (\rho c_p)_f \mathbf{u}_D \cdot \nabla T_H + S$$

tenseur de dispersion
advection
vitesse de Darcy
source

- Ecoulement **piston dans direction x** : $u = u_{Dx}$ (champ T : 2D)

$$\rho c_t \frac{\partial T}{\partial t} = \lambda_x \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \lambda_y \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} - \rho c_f u \frac{\partial T}{\partial x} + s(x, y, t)$$

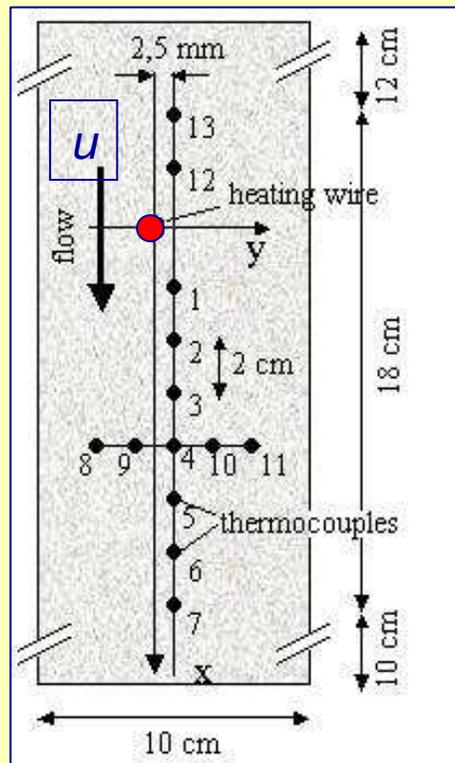
chaleur volumique totale
coefficients de dispersion thermique :
dependent de u
chaleur volumique du fluide
source thermique

Vitesse de Darcy

• **Correlations pour les coefficients de dispersion thermique**

Lit granulaire: billes de verre monodisperses + écoulement d'air

Inversion de signaux de thermocouples (modèle analytique, point source)



$$Pe = Re Pr$$

$$\frac{\lambda_x}{\lambda_f} = \frac{\lambda_{eq}}{\lambda_f} + 0.211 Pe^{1.45} = \frac{\lambda_{eq}}{\lambda_f} + 0.126 Re^{1.45}$$

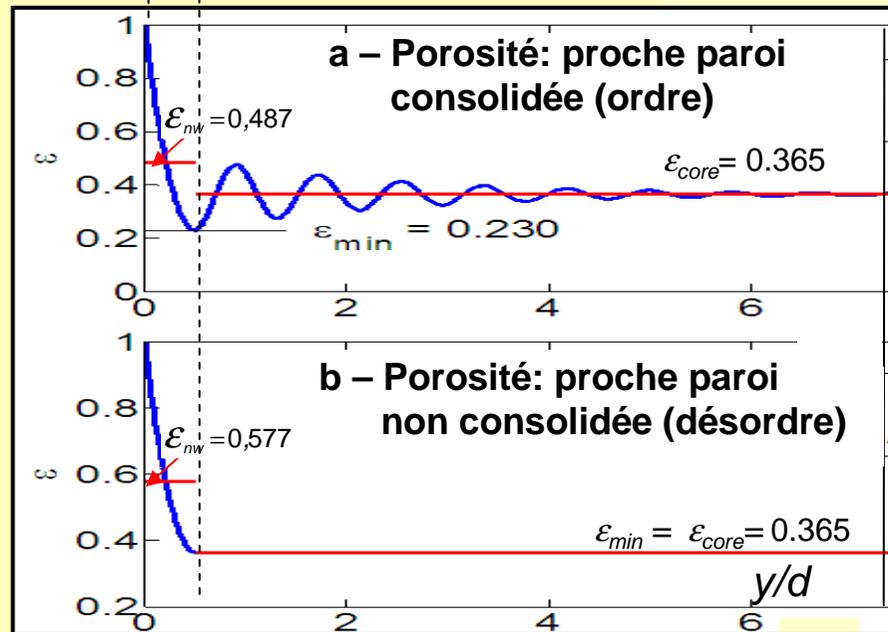
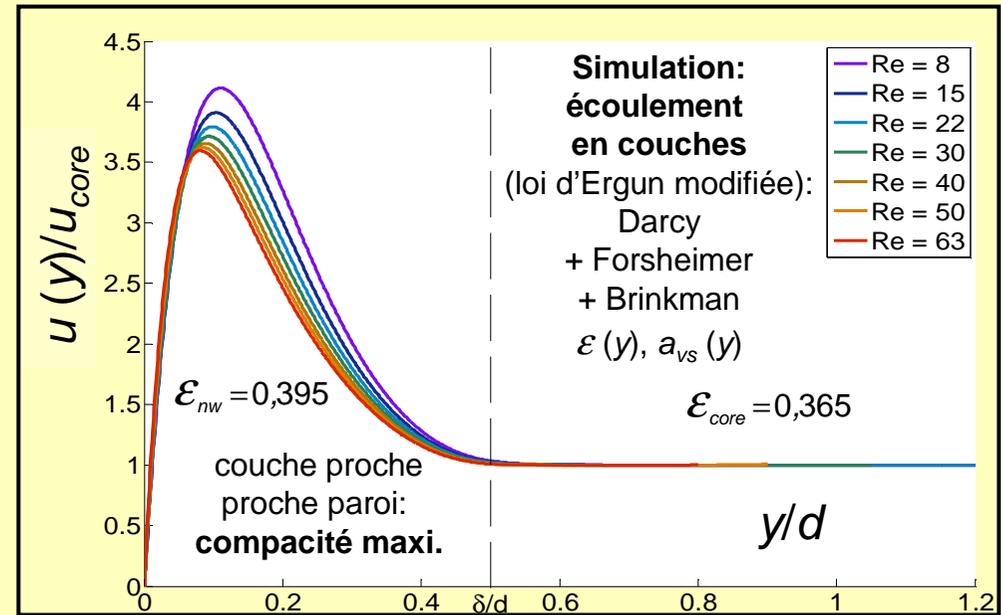
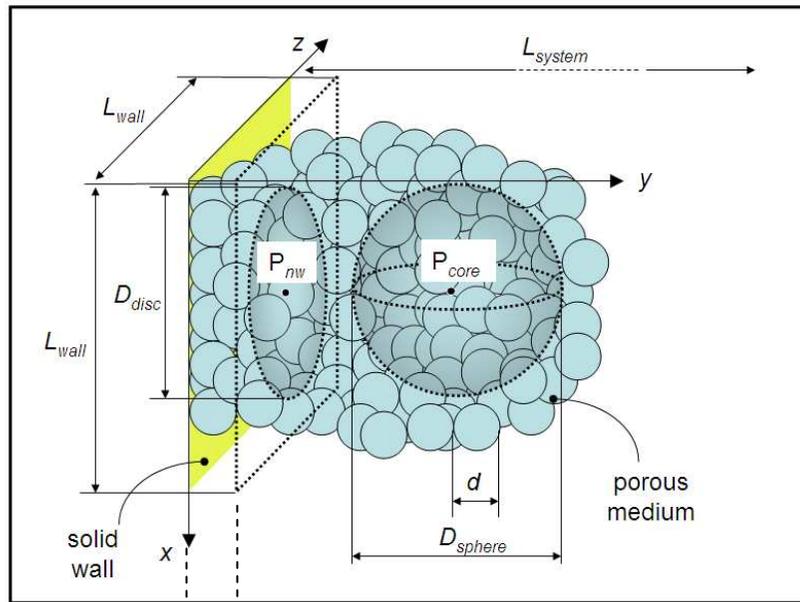
for $12 < Re < 130$ and $Pr = 0.7$

$$\frac{\lambda_y}{\lambda_f} = A_y + B_y Re = 6.40 + 0.0788 Re$$

$$= 6.40 + 0.113 Pe$$

for $12 < Re < 130$ and $Pr = 0.7$

2. Effet de survitesse: dispersion hétérogène en proche paroi



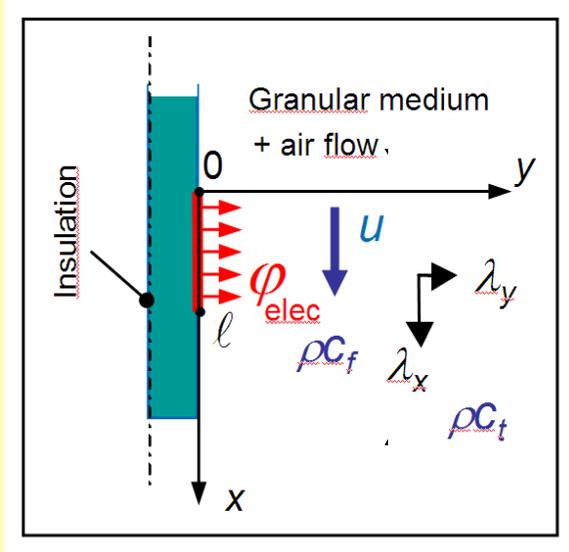
V.E.R. = moyennage sur volume :

$$\langle f \rangle (P) = \frac{1}{V(P, D)} \int_{V(P, D)} f(P') dV(P')$$

S.E.R. = Moyennage sur surface

$$\langle f \rangle (P) = \frac{1}{A(P, D)} \int_{S(P, D)} f(P') dA(P')$$

Equation de la chaleur: température moyenne enthalpique dans un milieu poreux continu (S.E.R.)



$$\rho c_t(y) \frac{\partial T}{\partial t} = \lambda_x(y) \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial}{\partial y} \left(\lambda_y(y) \frac{\partial T}{\partial y} \right) - \rho c_f u(y) \frac{\partial T}{\partial x}$$

$$\begin{aligned} -\lambda_x(0) \frac{\partial T}{\partial x} &= \varphi_{elec}(x, t) \text{ in } y=0 \\ T &\rightarrow 0 \text{ as } x \rightarrow \pm\infty \text{ and } T \rightarrow 0 \text{ as } y \rightarrow +\infty \\ T &= 0 \text{ at } t = 0 \end{aligned}$$

$$\varphi_{elec}(x, t) = W (H(x) - H(x - \ell)) H(t)$$

Modèle milieu poreux continu → homogène: $u(y) \Rightarrow \lambda_x(y) ; \lambda_y(y)$

Transformation de Laplace

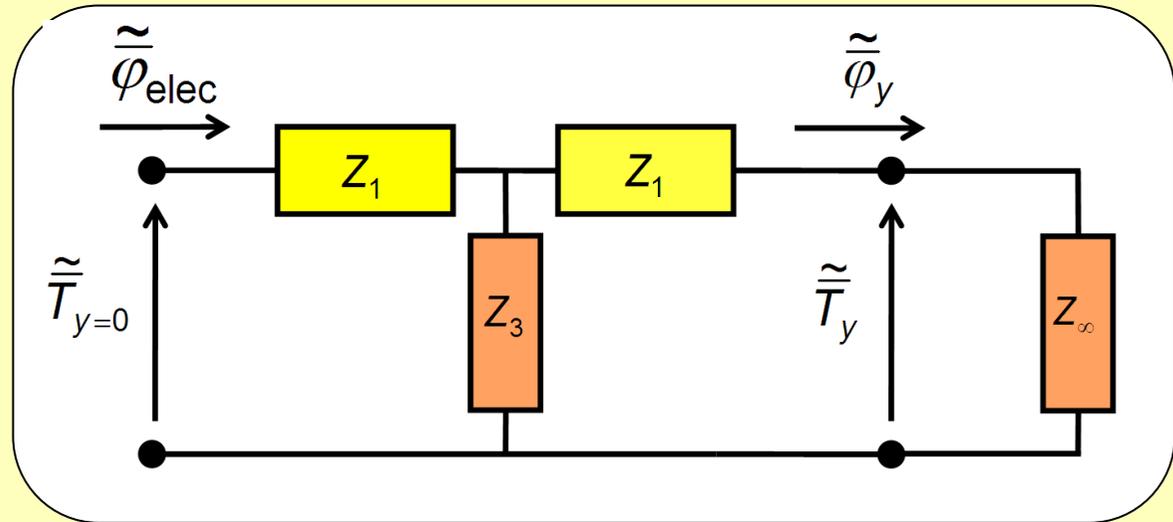
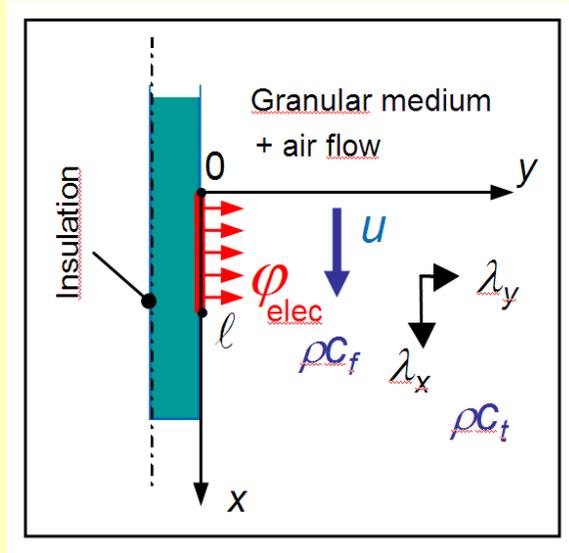
Transformation de Fourier

$$\bar{T}(x, y, p) = \int_0^{+\infty} T(x, y, t) \exp(-pt) dt \quad \tilde{T}(\alpha, y, p) = \int_{-\infty}^{+\infty} \bar{T}(x, y, p) \exp(-i\alpha x) dx$$

$$\frac{\partial^2 \tilde{T}}{\partial y^2} - \left(\frac{\lambda_x}{\lambda_y} \alpha^2 + \frac{\rho c_2}{\lambda_y} p + i \frac{\rho c_1 u}{\lambda_y} \alpha \right) \tilde{T} = 0$$

$$\frac{\partial^2 \tilde{T}}{\partial y^2} - k^2 \tilde{T} = 0$$

Une couche (modèle milieu homogène):



$$x = \pm \infty \rightarrow x = \pm L$$

$$\alpha \rightarrow \alpha_n = n\pi/L$$

$$k^2 \rightarrow k_n^2 = \frac{\lambda_x}{\lambda_y} \alpha_n^2 + \frac{\rho C_t}{\lambda_y} p + i \frac{\rho C_f u}{\lambda_y} \alpha_n$$

diffusion
anisotrope

transitoire

advection

Impédances thermiques:

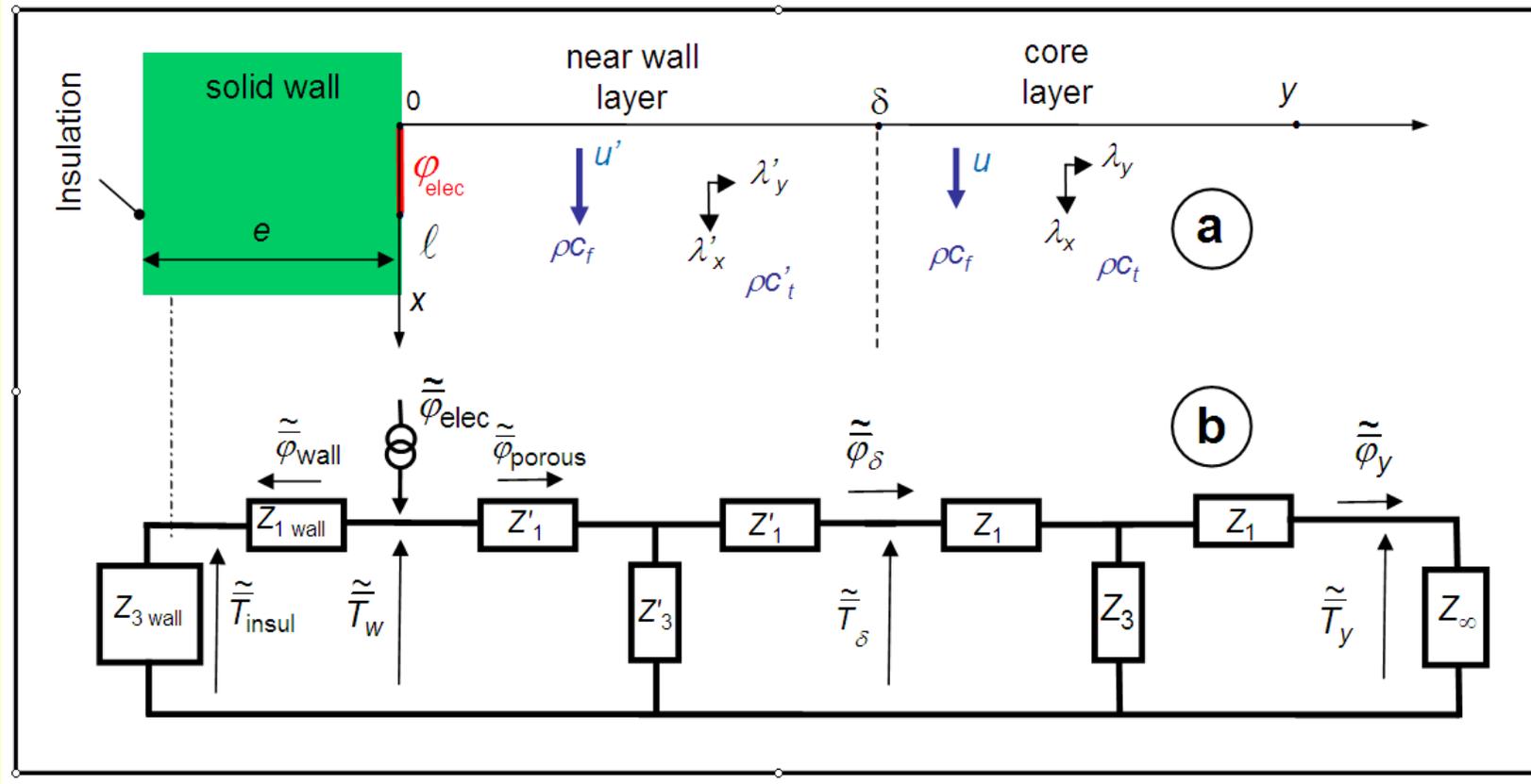
$$Z_1 = \tanh(k_n y/2) / (\lambda_y k_n)$$

$$Z_3 = 1 / (\lambda_y k_n \sinh(k_n y))$$

$$Z_\infty = 1 / \lambda_y k_n$$

Modèle tricouche (2 couches poreuses + paroi):

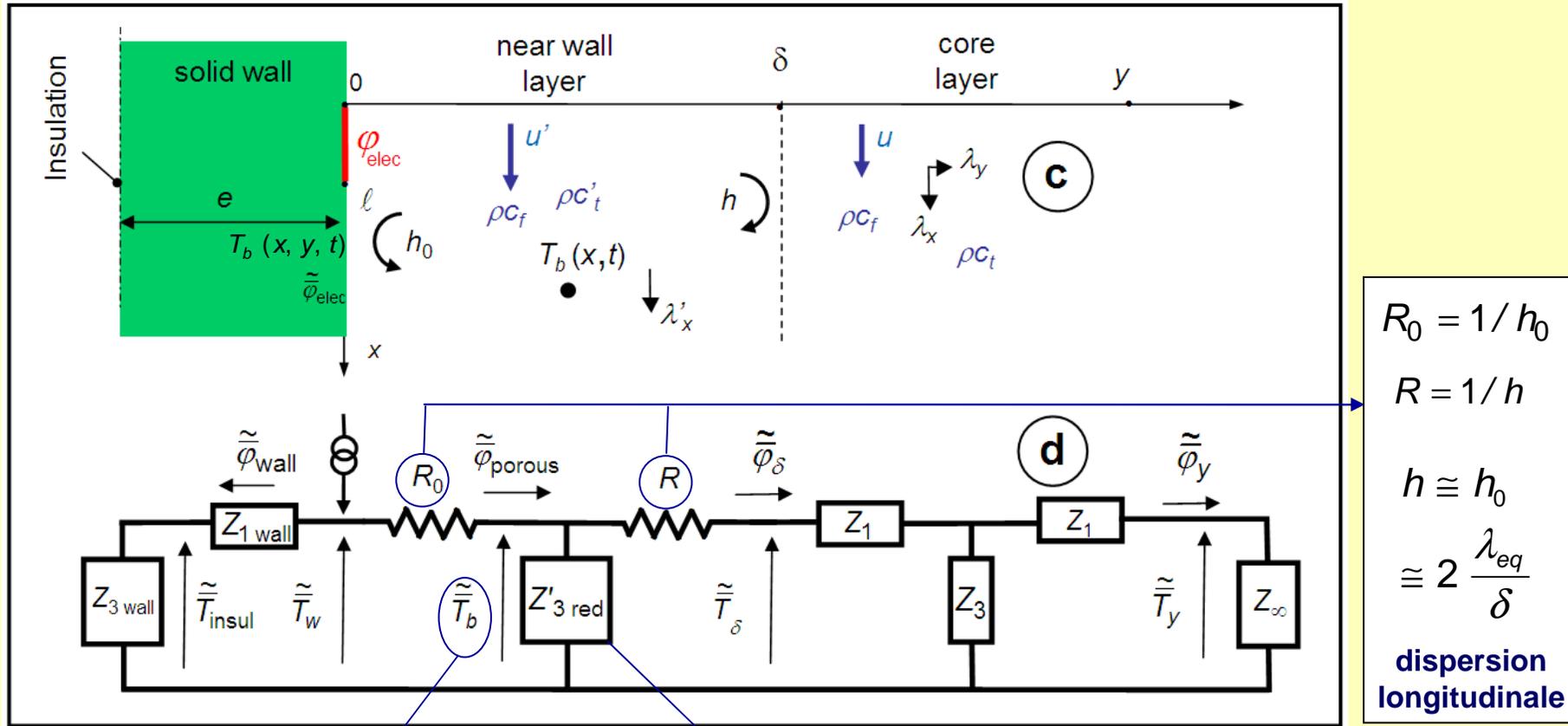
Effet de survitesse : $u' > u$ Redistribution du flux dans paroi



Etude de sensibilité: trop de paramètres pour caractérisation couche proche paroi

3. Modèle de couche débitante

Modèle tricouche réduit (paroi + « canal proche paroi » + coeur):



Température de mélange (« bulk »)

$$T_b(x, \cancel{x}, t) = \frac{1}{\delta} \int_0^\delta T_{3\text{ layers}}(x, y, t) dy$$

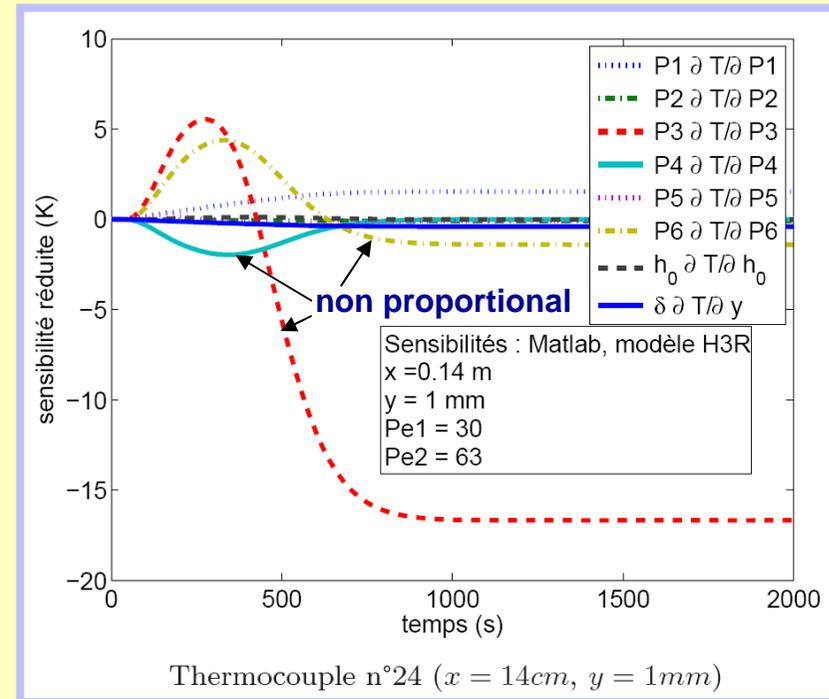
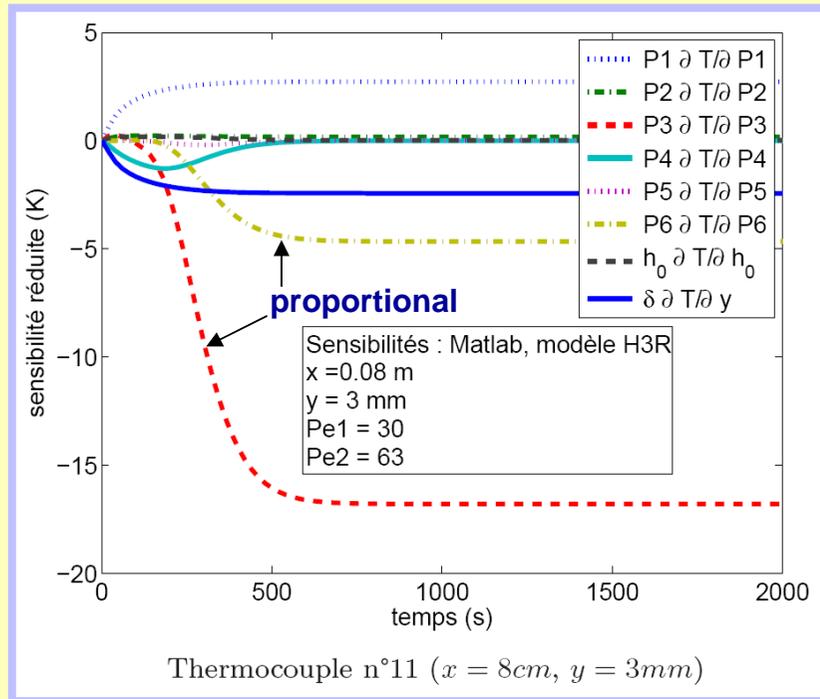
$$Z'_{3\text{ red}} = \frac{1}{\lambda'_x \delta \alpha_n^2 + \rho c'_t \delta p + i \alpha_n \rho c_f \delta u'}$$

dispersion longitudinale
stockage
advection

• **Modèle réduit tricouche: étude de sensibilité**

Paramètres « naturel s » :

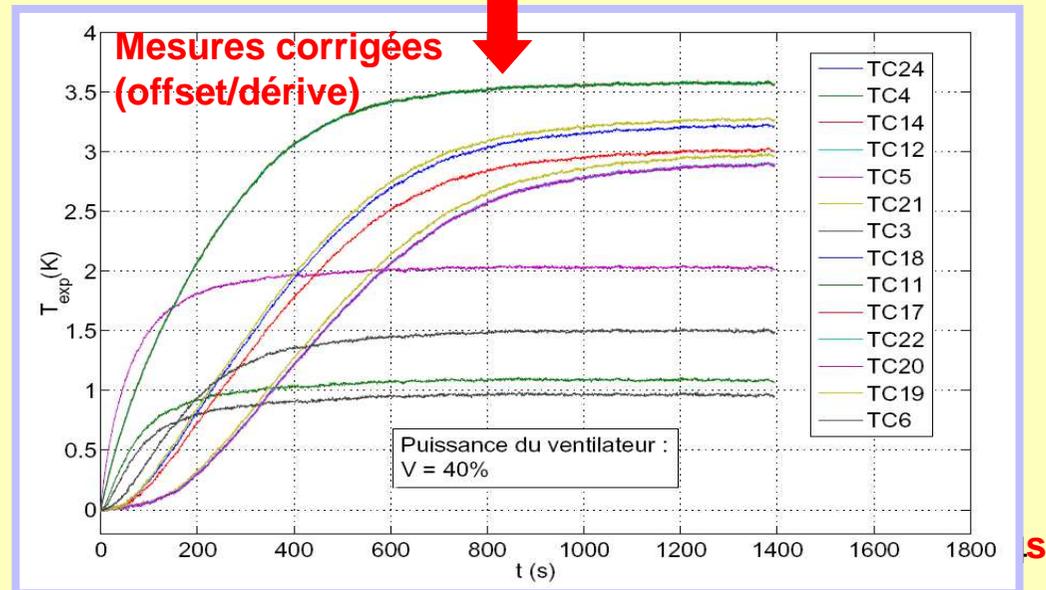
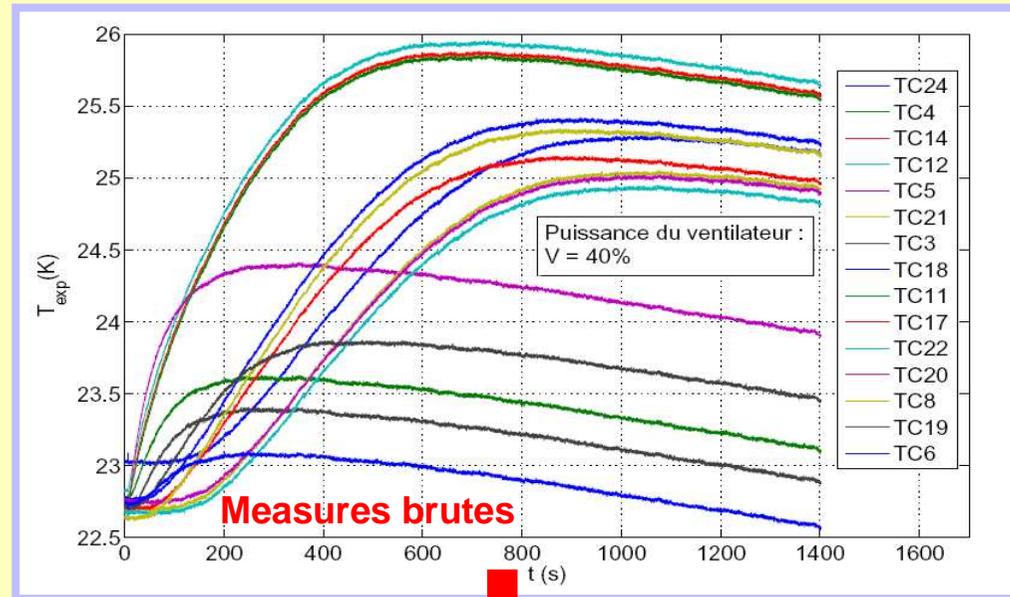
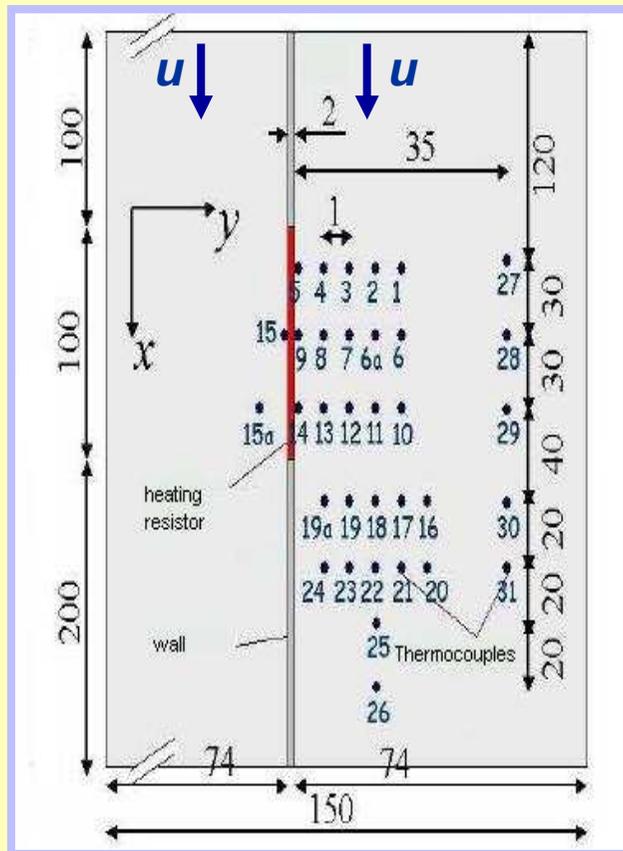
$$P1 = \delta, P2 = h, P3 = (\rho c_p)_f u / \lambda_y, P4 = (\rho c_p)'_t \delta, P5 = \lambda_x \delta, P6 = (\rho c_p)_f u' \delta$$



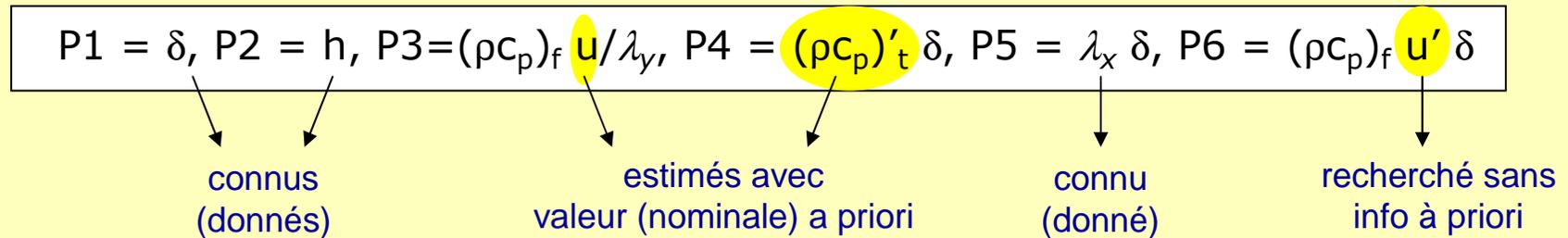
P3, P4, P6 peuvent être estimés !

4. Caractérisation des effets thermiques de survitesse

Thermogrammes expérimentaux



• **Stratégie d'estimation bayésienne: 1 seul paramètre complètement libre u'**



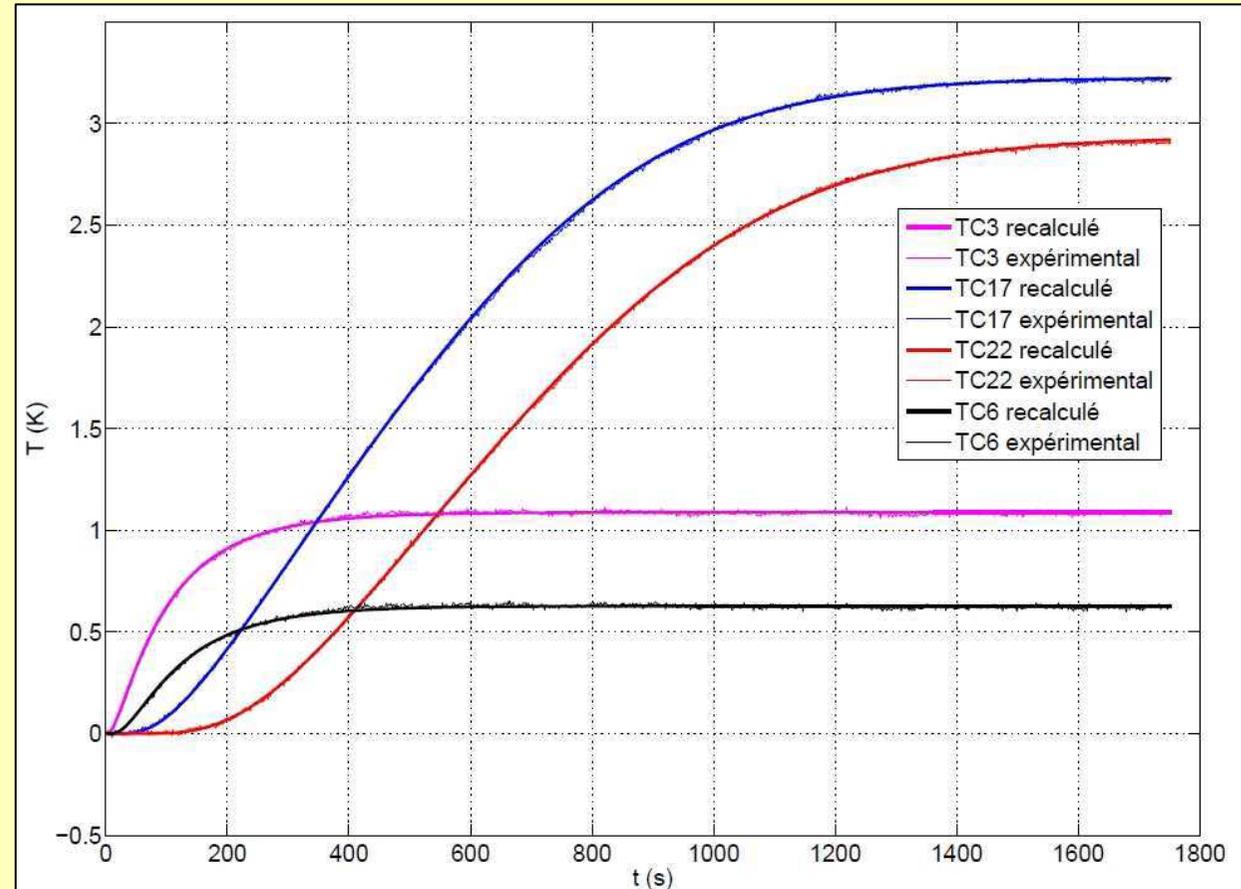
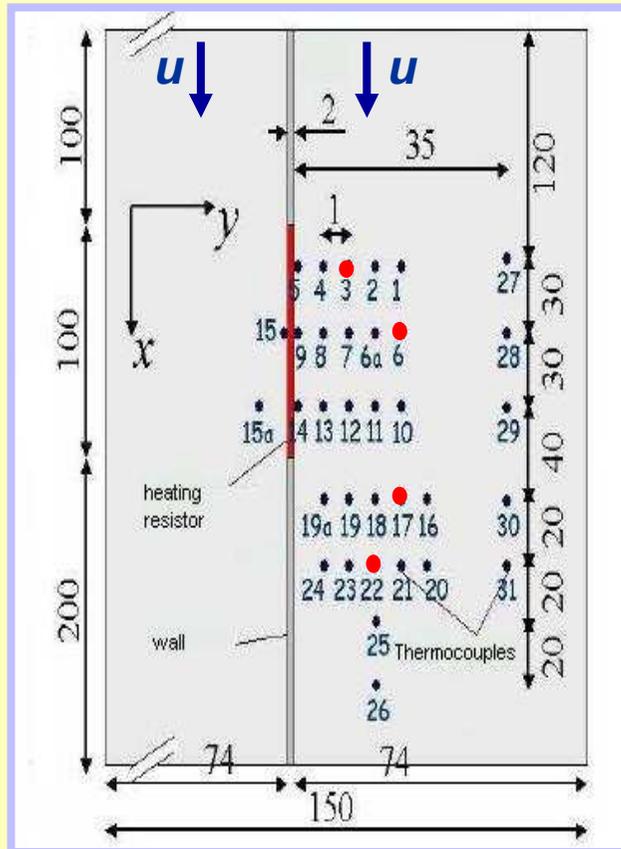
$$\begin{aligned}
 S_{\text{Bayes}} (P_{\text{sought}}, P_{\text{sk}}; P_{\text{known}}) &= \frac{1}{\sigma_T^2} \sum_{k=1}^m \sum_{i=1}^{NTc} (T_{ik}^{\text{exp}} - T(t_k, x_i, y_i; P_{\text{sought}}, P_{\text{known}}, P_{\text{sk}}))^2 \\
 &+ \frac{1}{\sigma_{P3}^2} (P3^{\text{nom}} - P3)^2 + \frac{1}{\sigma_{P4}^2} (P4^{\text{nom}} - P4)^2 \\
 &+ \frac{1}{\sigma_x^2} \sum_{i=1}^{NTc} (x_i^{\text{nom}} - x_i)^2 + \frac{1}{\sigma_y^2} \sum_{i=1}^{NTc} (y_i^{\text{nom}} - y_i)^2
 \end{aligned}$$

$$P3^{\text{nom}} = P3(u_{\text{anemometer}}) \quad P4^{\text{nom}} = P4(\varepsilon_{\text{Martin}}) \quad x^{\text{nom}} \text{ and } y^{\text{nom}}$$

$$\sigma_{P3} = 20\% P3^{\text{nom}} \quad \sigma_{P4} = 5\% P4^{\text{nom}} \quad \sigma_x = 2\text{mm} \quad \sigma_y = 1\text{mm}$$

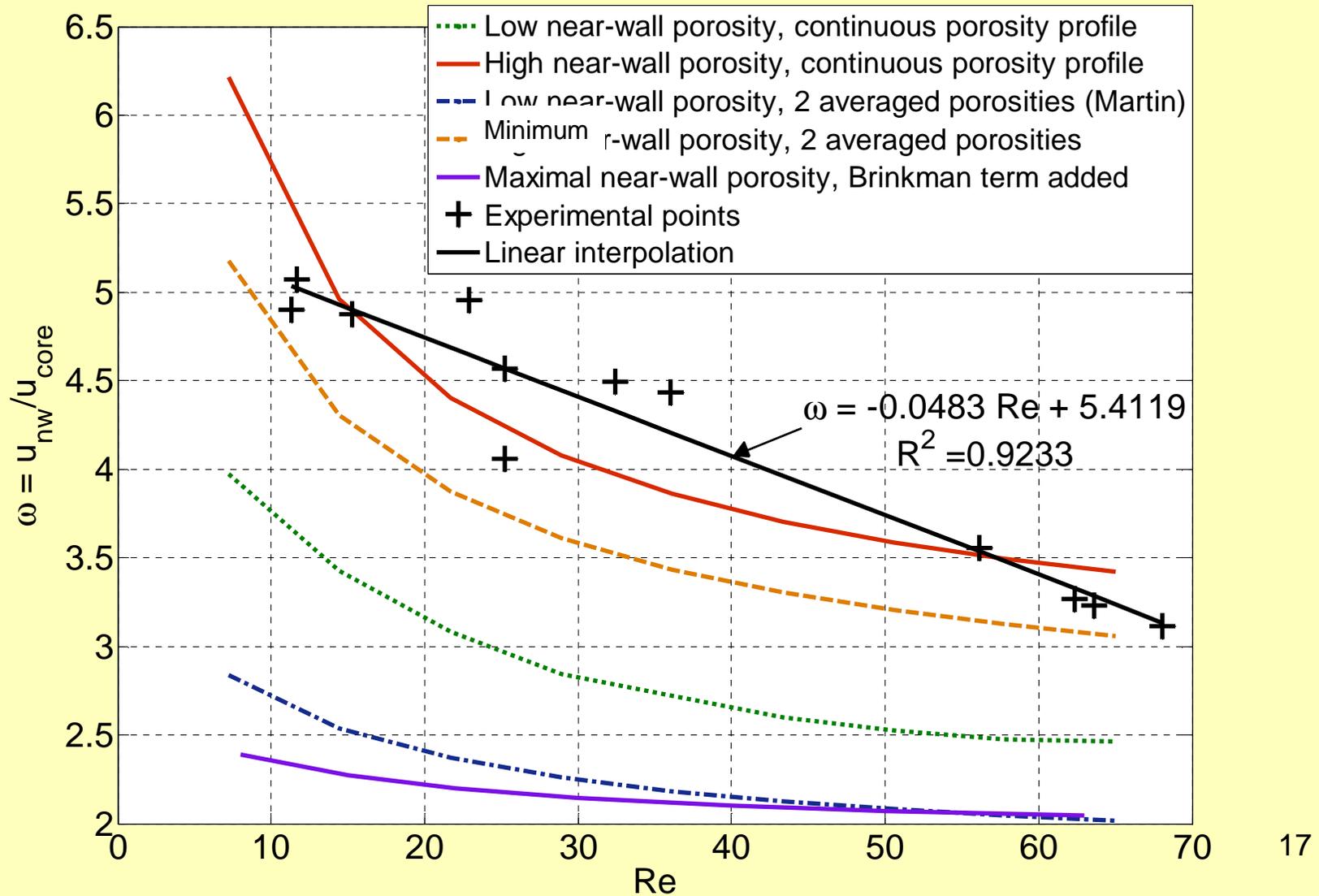
Minimisation Gauss-Newton sous-relaxée pour 4 TC bien choisis

Inversion de 4 thermocouples : $y_i > \delta = d/2 = 1 \text{ mm}$



Très bons résidus de température = 1,2 éc. Type bruit de mesure $\sigma_{T_{true}} = 0.01 \text{ K}$

Résultats globaux: - **inversion des thermocouples**
 - **modélisation pertes de charge par loi de type Ergun**



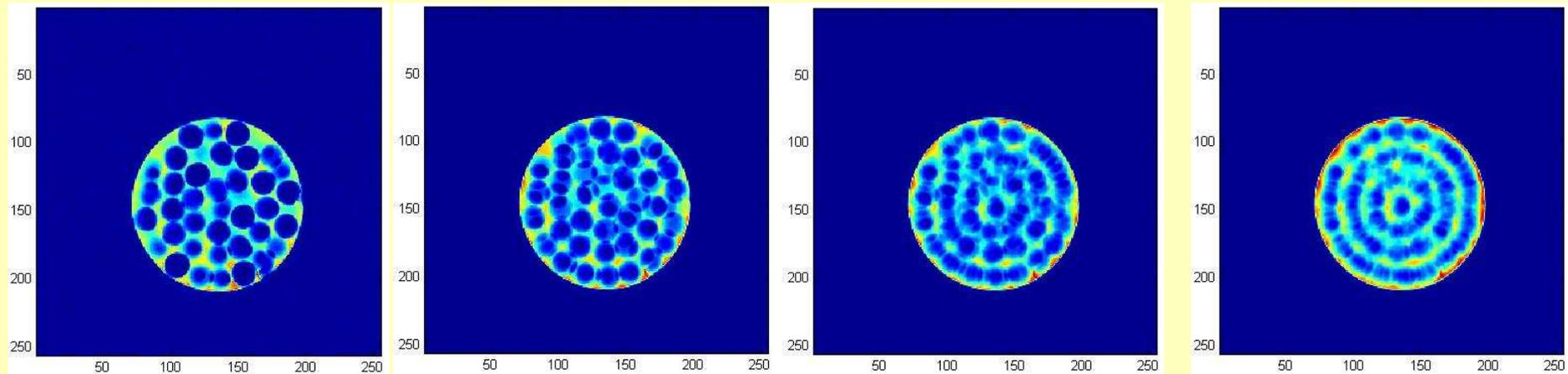
Imagerie de structure par Résonance Magnétique Nucléaire (IRM)

Wassim SALAMEH, Sébastien LECLERC¹, Jean-Marie ESCANYÉ, Didier STEMMELEN (Nancy-Université octobre 2009)

Eau + billes de verre: diamètre = 2 mm
Diameter interne de conduite : 16.5 mm

Variation de l'épaisseur de tranche (S.T.):

Images: fonction caractéristique (0 or 1) → porosité $\mathcal{E}(r)$ calculée sur surface cylindrique



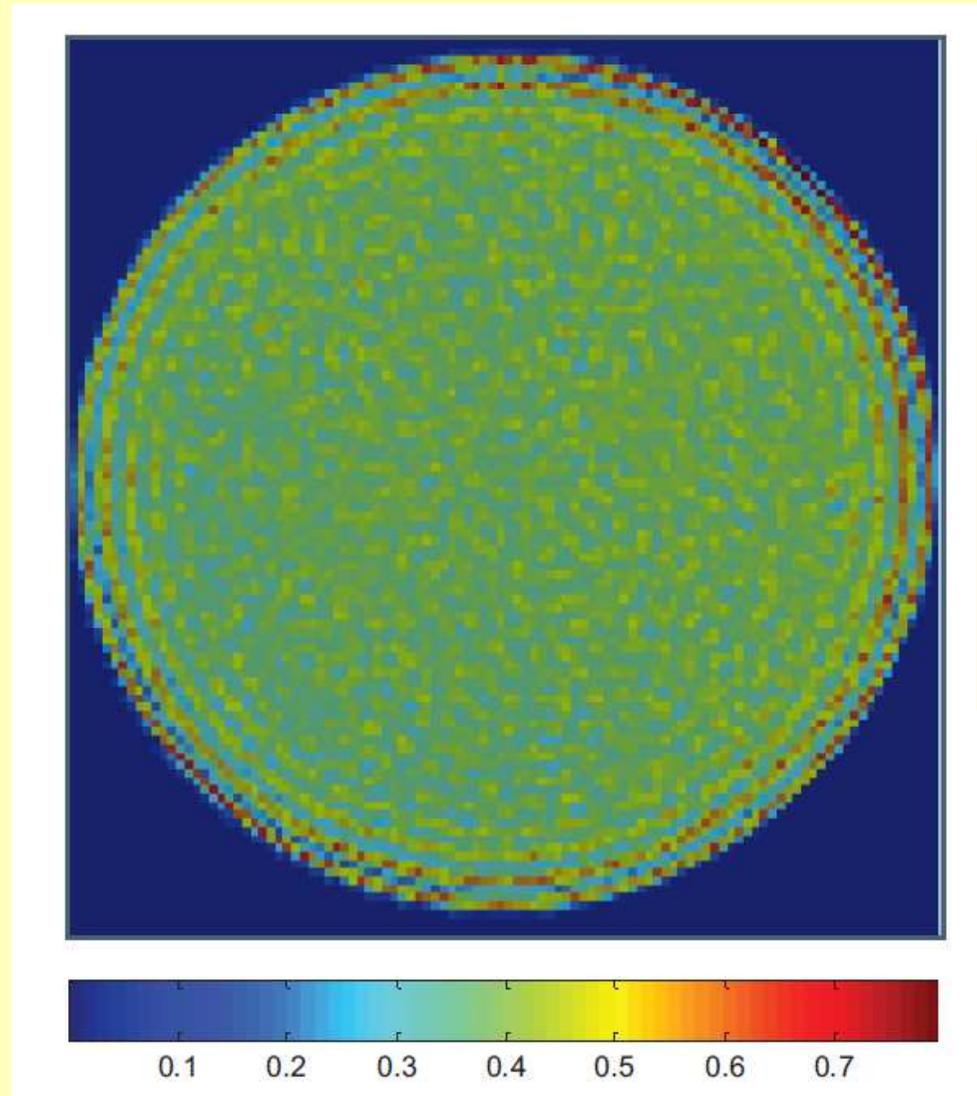
S.T.=1.5 mm

S.T.=5 mm

S.T.=10 mm

S.T.=20 mm

L'ordre apparaît lorsqu'on augmente l'épaisseur de tranche (S.T.)

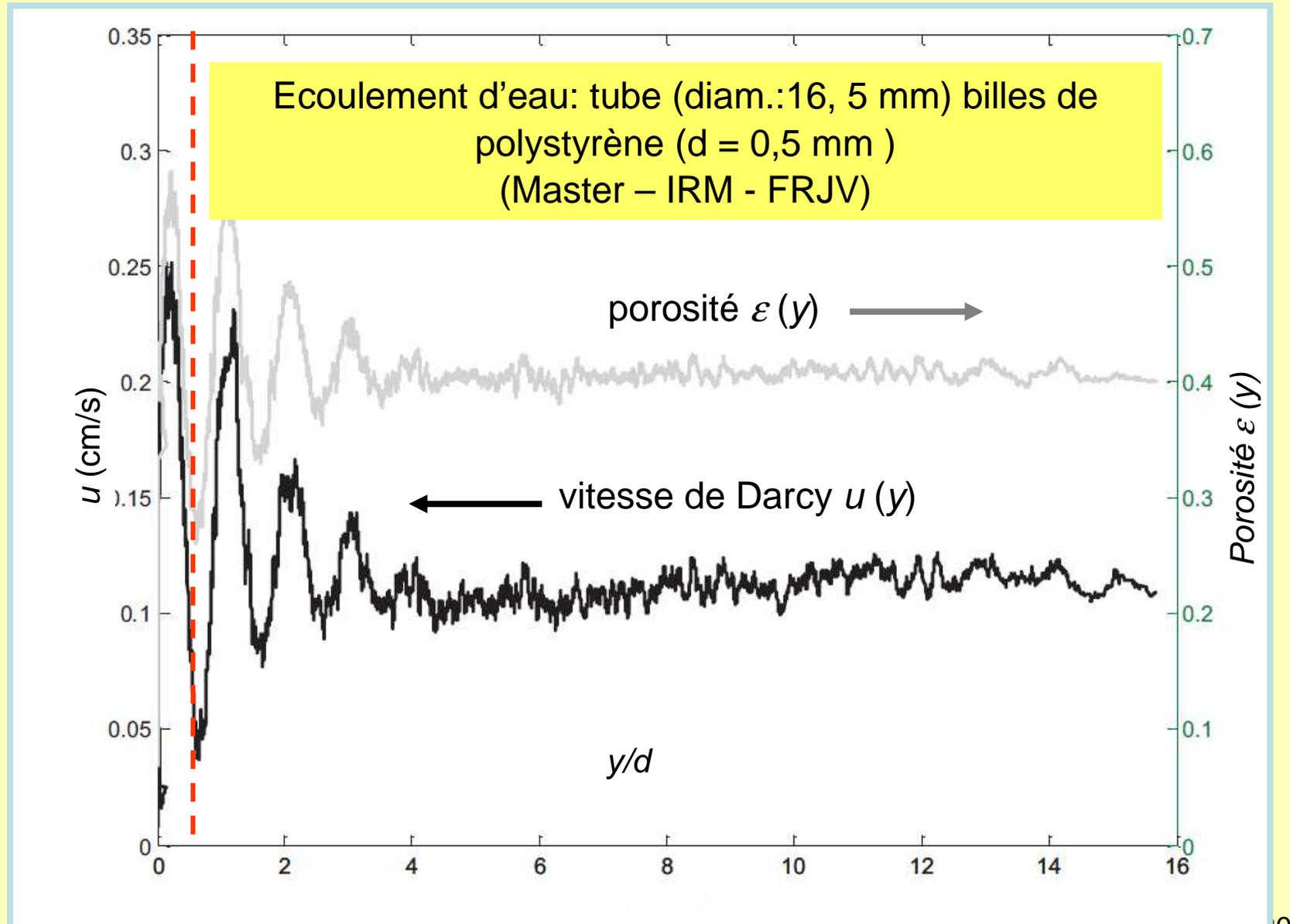


Carte de porosité

- billes de polystyrène ($d = 0,5 \text{ mm}$)
dans tube (diam.: $16,5 \text{ mm}$)

- voxels de:
 $0.156 \text{ mm} * 0.156 \text{ mm} * 20 \text{ mm}$

(Master – IRM - FRJV)



Conclusions and perspectives

- **Application industrielle :**

Optimisation chauffage/refroidissement réacteurs lit fixe

- **Défi scientifique:**

Modélisation de la condition d'interface milieu poreux/paroi solide

- **Réponse par caractérisation:** modèle réduit analytique + estimation bayésienne

- d'un coefficient h unique

à un modèle avec effet de survitesse (terme d'advection=redistribution)

- **Perspectives:**

Estimation expérimentale du rapport des vitesses u'/u par I.R.M.

Condition limite plus « comestible » pour numériques ?