SFT
Société Française de Thermique

Journée SFT 16 juin 2025 : Apport des modèles réduits dans la modélisation des transferts thermiques

LME Evry

UNIVERSITÉ ÉVRY PARIS-SACLAY

La méthode AROMM en thermique non linéaire : Application aux composants électroniques

F. Mustapha, F. Joly, O. Quéméner

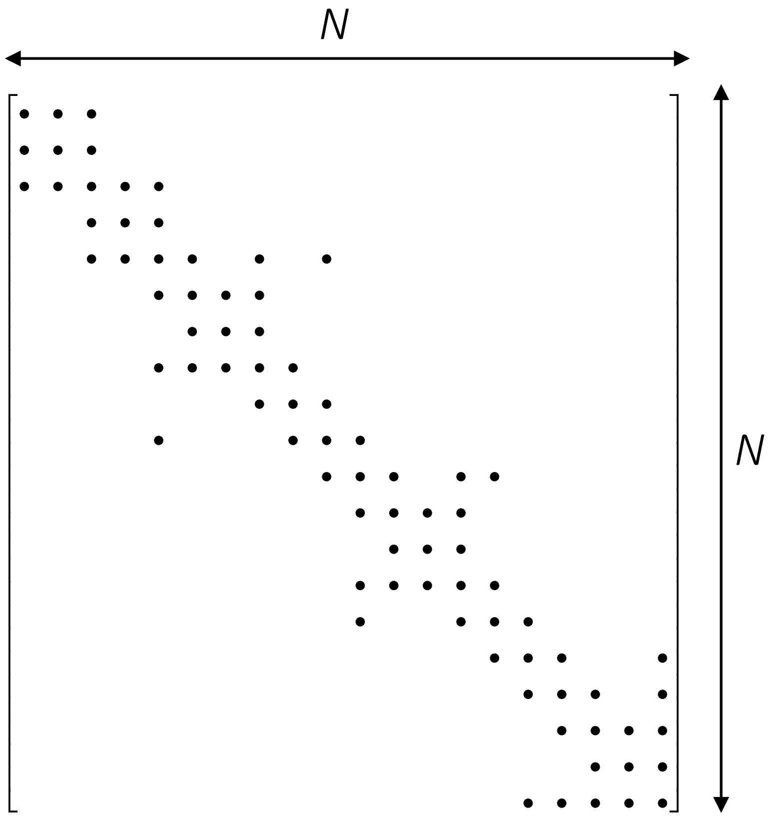
La méthode AROMM

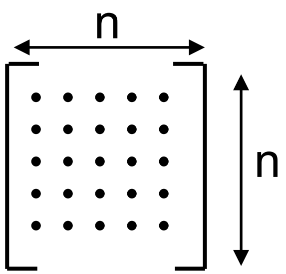
(*Amalgamated Reduced Order Modal Model*)

$$C\frac{dT}{dt} = AT + U \longrightarrow V^tCV\frac{dX}{dt} = V^tAV\,X + V^tU$$

$$T(M,t) \approx \sum_{i=1}^{n} x_i(t)V_i(M)$$

?





Société Française de Thermique

La méthode AROMM

(*Amalgamated Reduced Order Modal Model*)

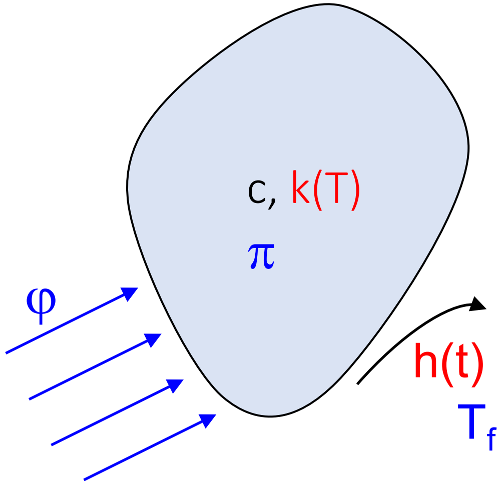
- Pb aux valeurs propres associés au pb physique :

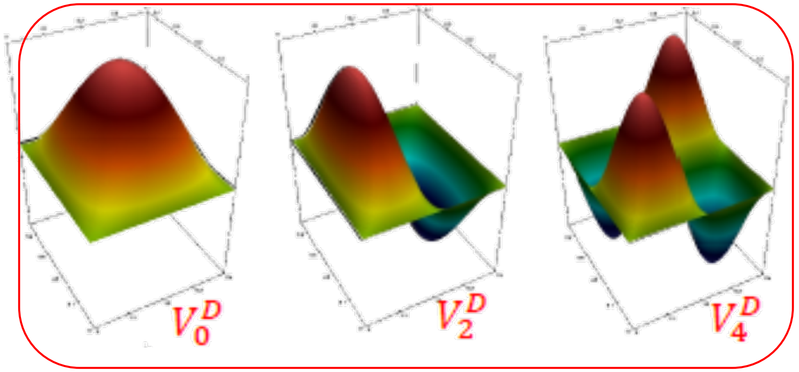
$$\begin{cases} \forall M \in \Omega \quad : \quad \vec{\nabla}.\left(k_0 \vec{\nabla} \hat{V}_i^D\right) = z_i \, c_0 \, \hat{V}_i^D \\ \forall M \in \Gamma \quad : \quad \hat{V}_i^D = 0 \end{cases}$$

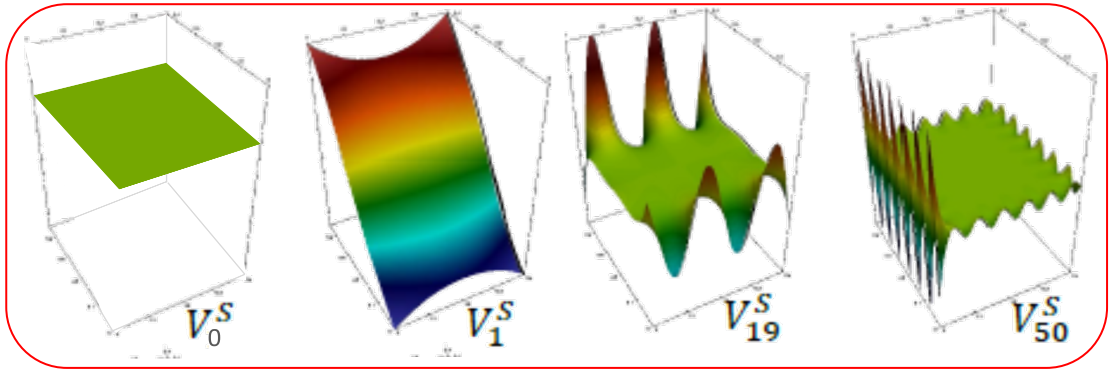
Dirichlet

$$\begin{cases} \forall M \in \Omega \quad , \quad \vec{\nabla}(\vec{\nabla} \hat{V}_i^S) = 0 \\ \forall M \in \Gamma \quad , \quad k_0 \vec{\nabla} \hat{V}_i^S . \vec{n} = -z_i \, \zeta \, \hat{V}_i^S \end{cases}$$

Steklov







$$T(M,t) \approx \sum_{i=1}^{n<<N} x_i(t) \, V_i(M) \text{ dans } H^1$$

La méthode AROMM
(*Amalgamated Reduced Order Modal Model*)

➢ Réduction de la base

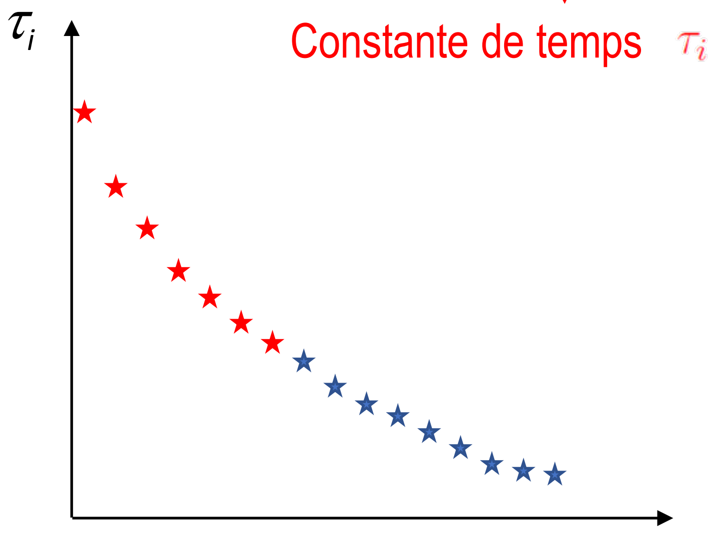
$$\begin{cases} \forall M \in \Omega & : \quad \vec{\nabla}.\left(k_0 \vec{\nabla} \hat{V}_i^D\right) = z_i \, c_0 \, \hat{V}_i^D \\ \forall M \in \Gamma & : \quad \hat{V}_i^D = 0 \end{cases}$$

Dirichlet (10%)

$$\begin{cases} \forall M \in \Omega & , \quad \vec{\nabla}(\vec{\nabla} \hat{V}_i^S) = 0 \\ \forall M \in \Gamma & , \quad k_0 \vec{\nabla} \hat{V}_i^S . \vec{n} = -z_i \, \zeta \, \hat{V}_i^S \end{cases}$$

Steklov (10%)

Constante de temps $\tau_i = \dfrac{-1}{z_i}$



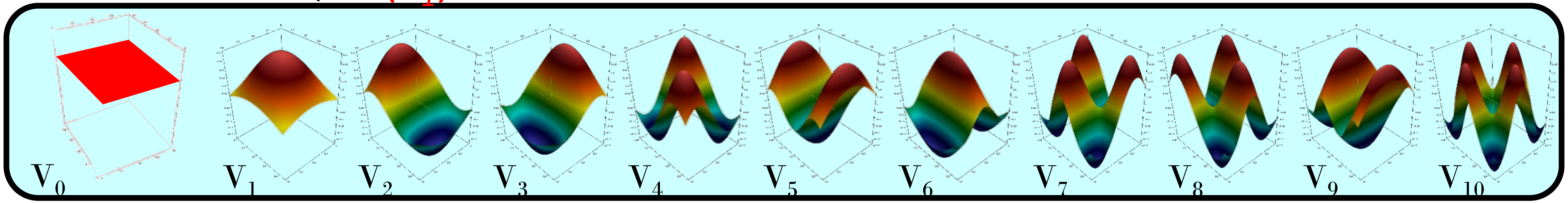
Indice *i* du mode

$$T(M,t) \approx \sum_{i=1}^{n_1<<N} x_i(t) \, V_i(M)$$

La méthode AROMM

(*Amalgamated Reduced Order Modal Model*)

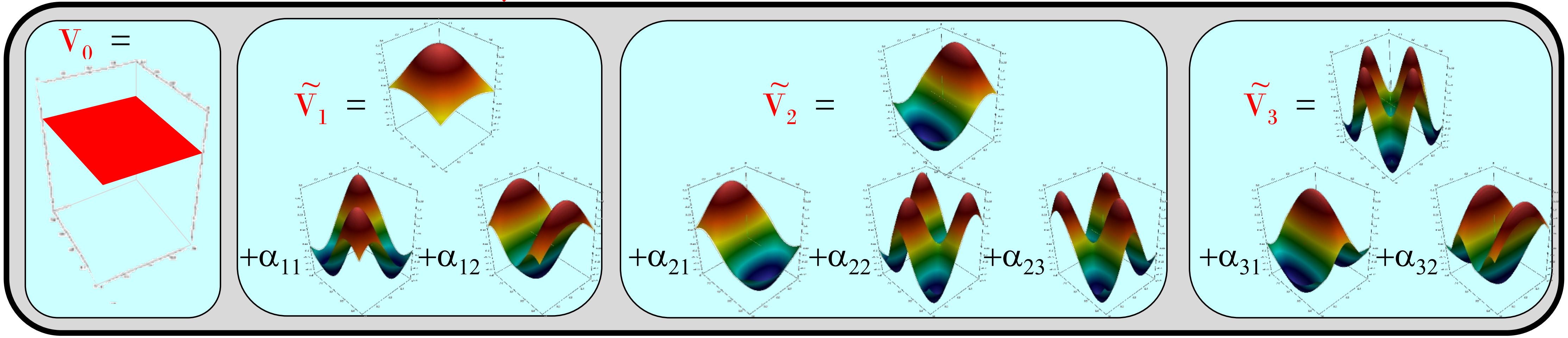
Base tronquée (n_1)



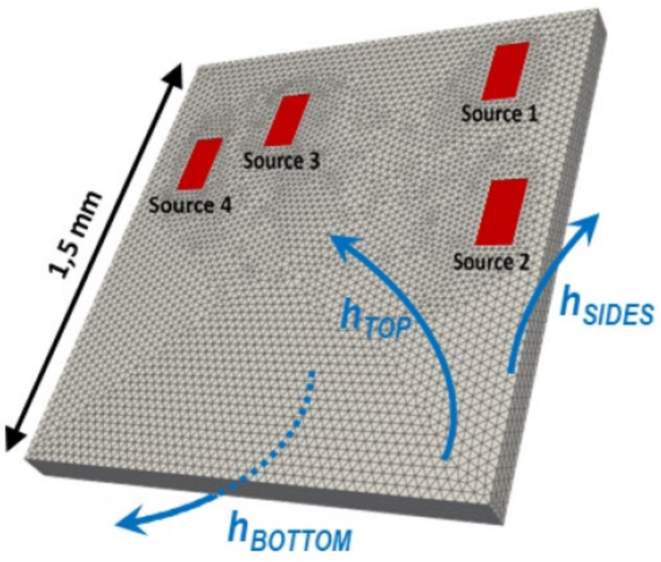
Méthode par Amalgame

⚠ T_{REF} *nécessaire !!*

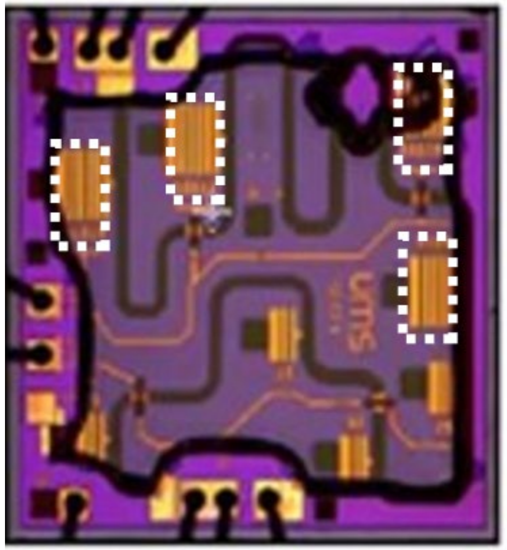
Base réduite (n)

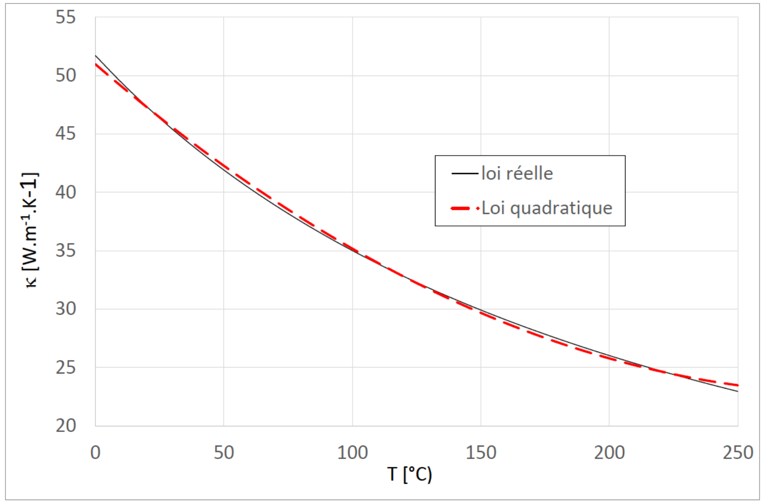


Application : puce électronique THALES



27 000 DDL





- Activation des sources :
  - ✓ variable au cours du temps
  - ✓ indépendantes les unes des autres

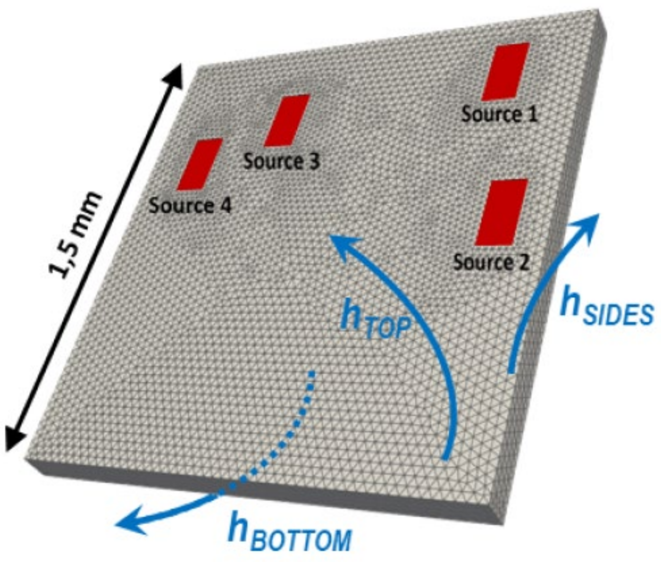
- Une multitudes de scénarios de refroidissement par les faces :

  $10 < h < 10\,000$ W.m^{-2}.K^{-1} (JEDEC)

- Dépendance forte de la conductivité du silicium à la température :

$$\kappa\,(T) = \kappa_0 + \kappa_1\,T + \kappa_2\,T^2$$

Application : puce électronique THALES



27 000 DDL

Modèle complet : $C\dfrac{dT}{dt} = [K(T) + H]\,T + U$

$\kappa(T) = \kappa_0 + \kappa_1 T + \kappa_2 T^2$

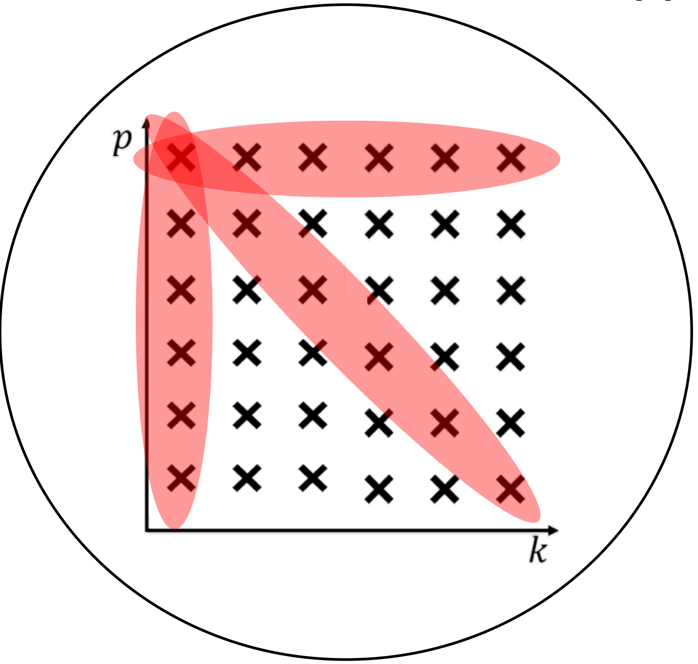
Modèle réduit : $C_R\dfrac{dX}{dt} = [K_R(T) + H_R]\,X + U_R$

$V^t K(T)\, V$

50 modes

Calcul long !

Application : puce électronique THALES



Modèle complet : $C\dfrac{dT}{dt} = [K(T) + H]\,T + U$

$$\kappa(T) = \kappa_0 + \kappa_1 T + \kappa_2 T^2$$

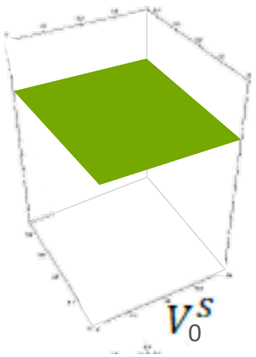
Modèle réduit : $C_R\dfrac{dX}{dt} = [K_R(X) + H_R]\,X + U_R$

$$T(M,t) \approx \sum_{i=1}^{n} x_i(t)\,V_i(M)$$

$$K_R(T)(i,j) = \int_\Omega \kappa_0\,\underline{\nabla}\tilde{V}_i \cdot \underline{\nabla}\tilde{V}_j + \int_\Omega \kappa_1 T\,\underline{\nabla}\tilde{V}_i \cdot \underline{\nabla}\tilde{V}_j + \int_\Omega \kappa_2 T^2\,\underline{\nabla}\tilde{V}_i \cdot \underline{\nabla}\tilde{V}_j$$

$$\sum_{k=1}^{n} x_k \int_\Omega \kappa_0\,V_k\,\underline{\nabla}V_i\,\underline{\nabla}V_j$$

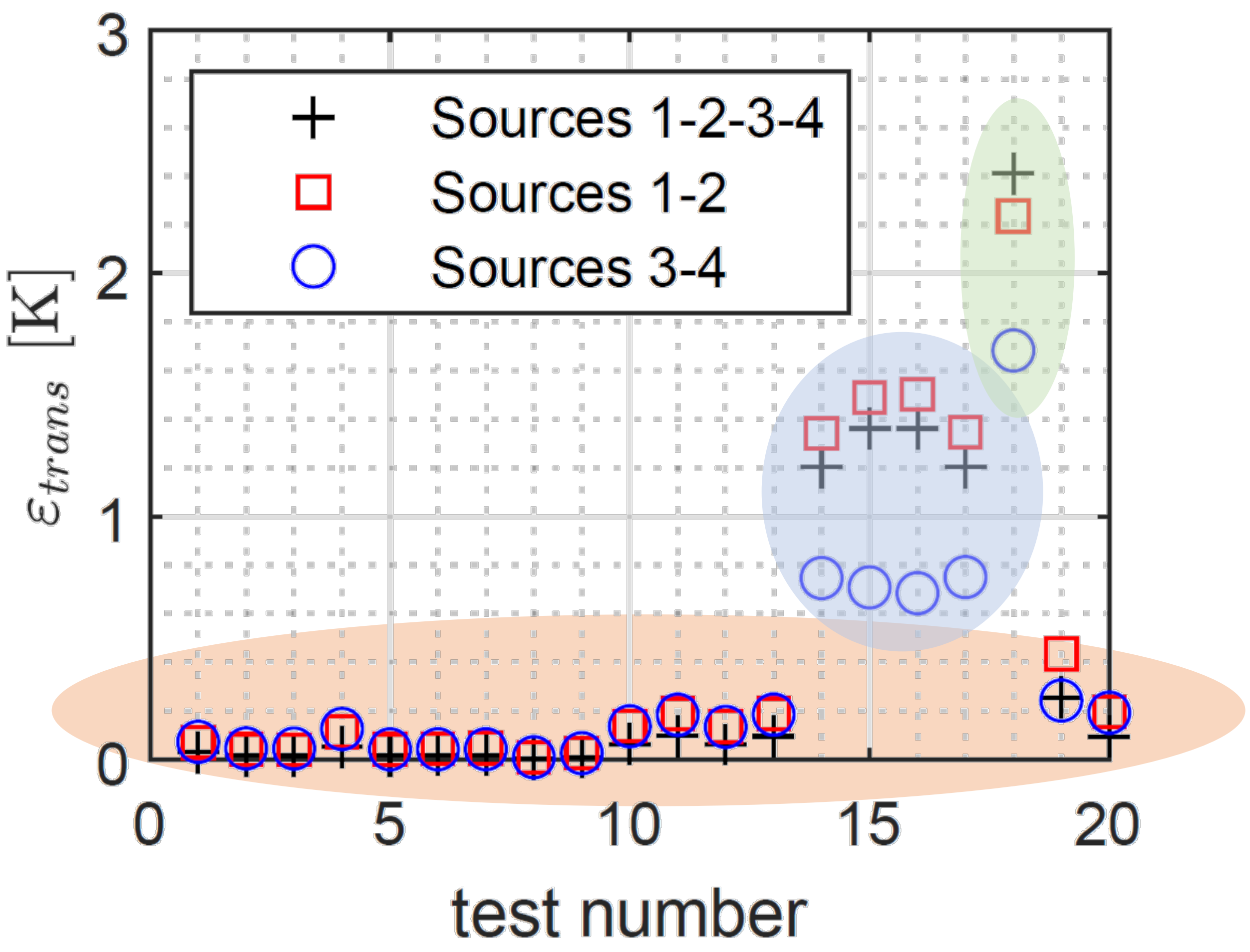
$$\sum_{k=1}^{n}\sum_{p=1}^{n} x_k\,x_p \int_\Omega \kappa_1\,V_k\,V_p\,\underline{\nabla}V_i\,\underline{\nabla}V_j$$



Domaine homogène : 2 n – 1 Matrices réduites à stocker

Application : puce électronique THALES

case	h_{TOP} $(W.m^{-2}.K^{-1})$	h_{BOTTOM} $(W.m^{-2}.K^{-1})$	h_{SIDES} $(W.m^{-2}.K^{-1})$
1	100	100	100
2	100	1	100
3	1	100	100
4	200	200	200
5	50	50	50
6	10	100	10
7	100	10	10
8	10	10	10
9	30	30	30
10	500	10	10
11	1000	10	10
12	10	500	10
13	10	1000	10
14	10000	10	10
15	10	10000	10
16	1	10000	1
17	10000	1	1
18	10000	10000	10000
19	1000	1000	1000
20	500	500	500

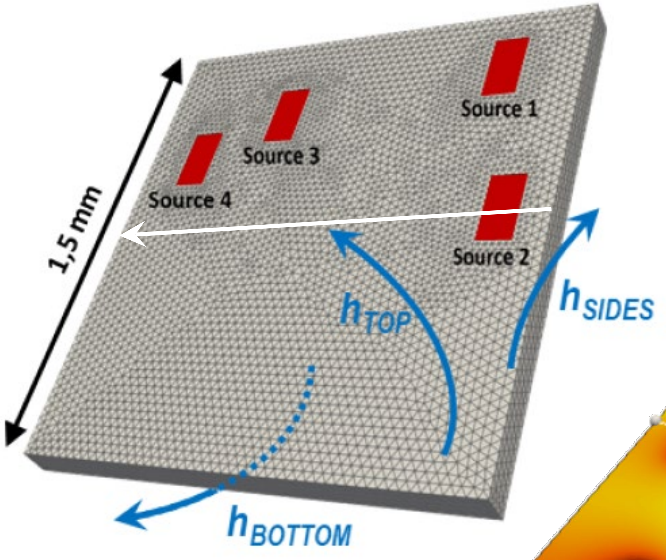


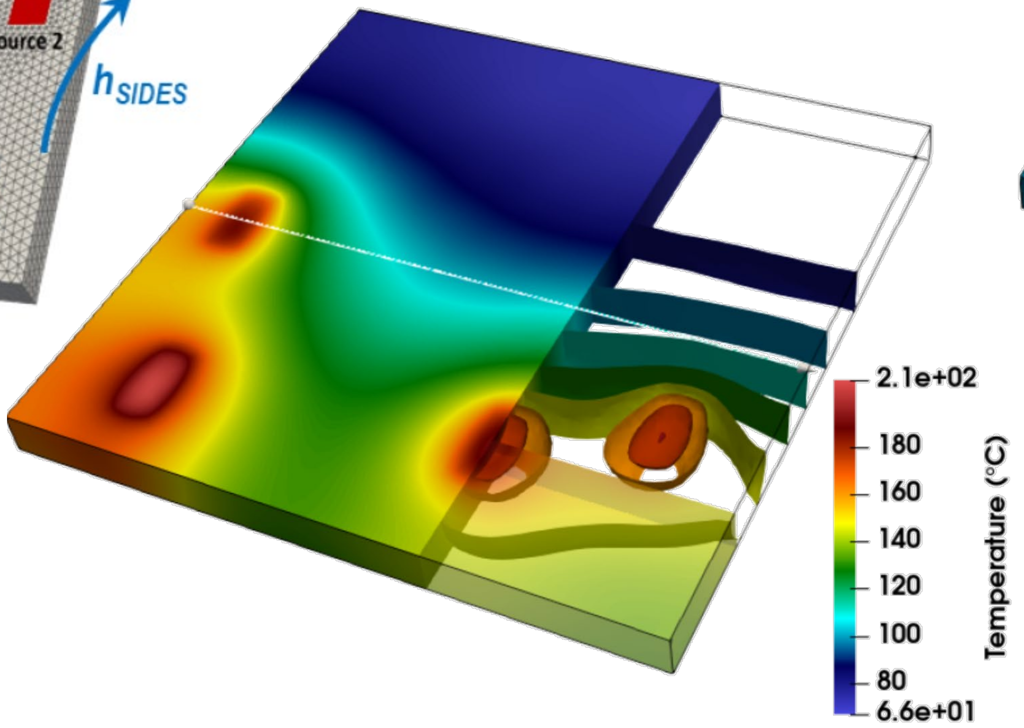
SFT
Société Française de Thermique

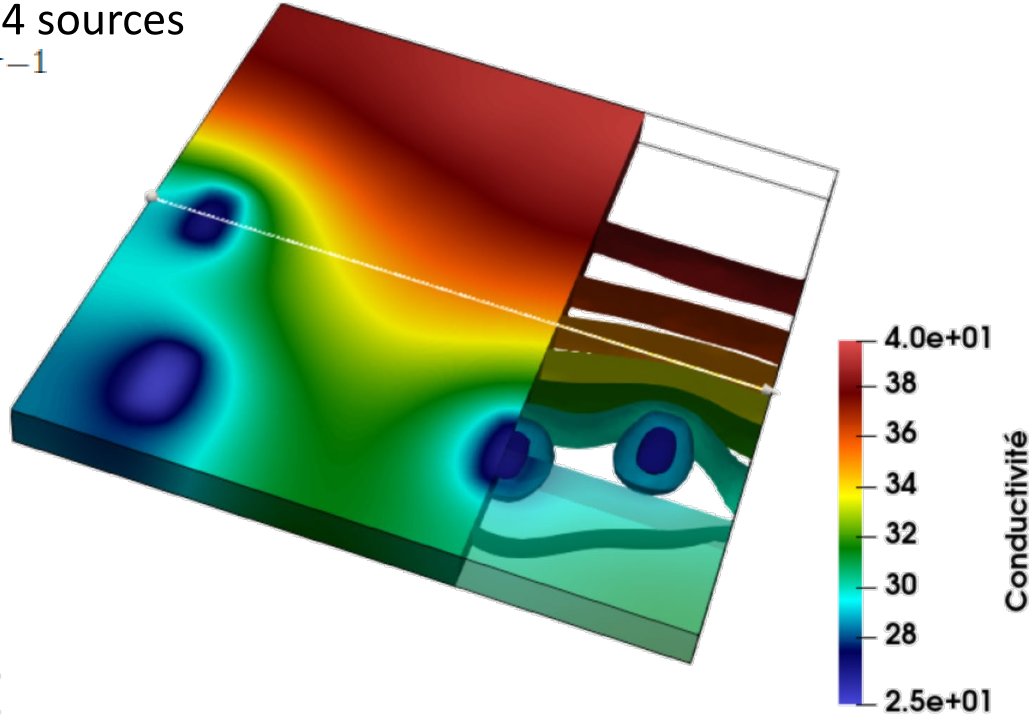
Journée SFT 16 juin 2025 : Apport des modèles réduits dans la modélisation des transferts thermiques

Application : puce électronique THALES

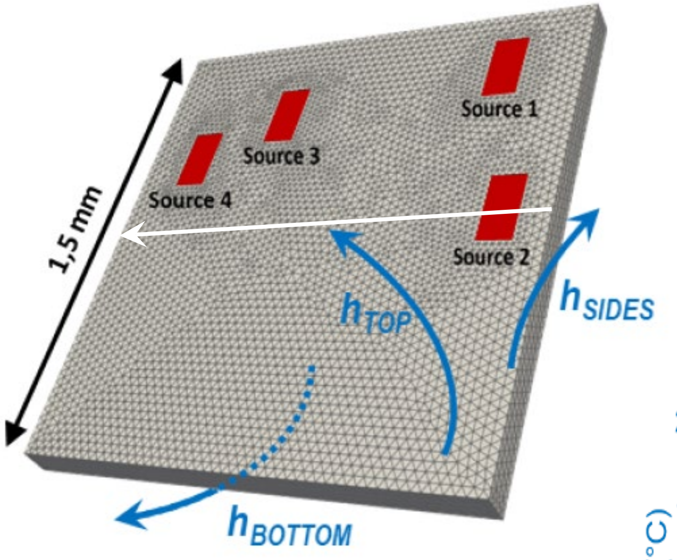
- Activation constante et identique des 4 sources
- $h_{BOTTOM} = h_{SIDE} = 10\, W.m^{-2}.K^{-1}$
  $h_{TOP} = 10^4\, W.m^{-2}.K^{-1}$



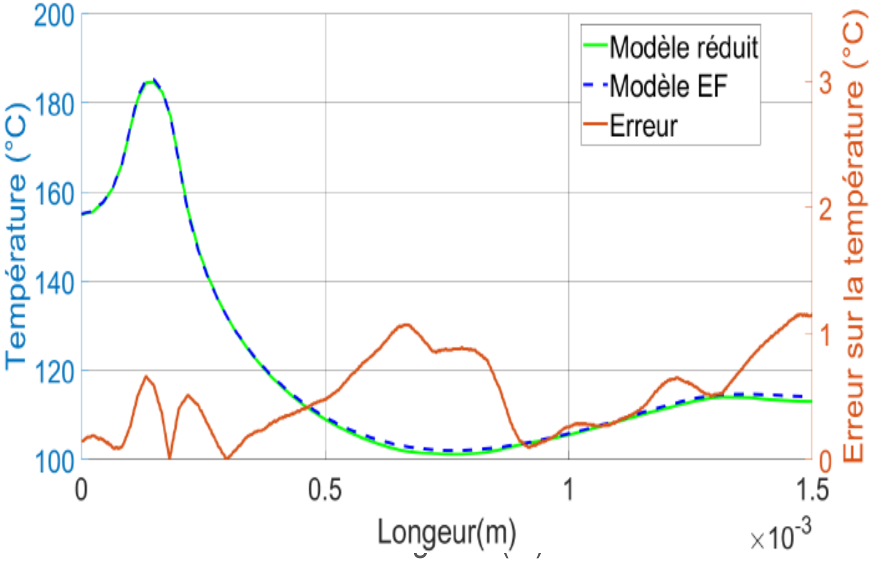


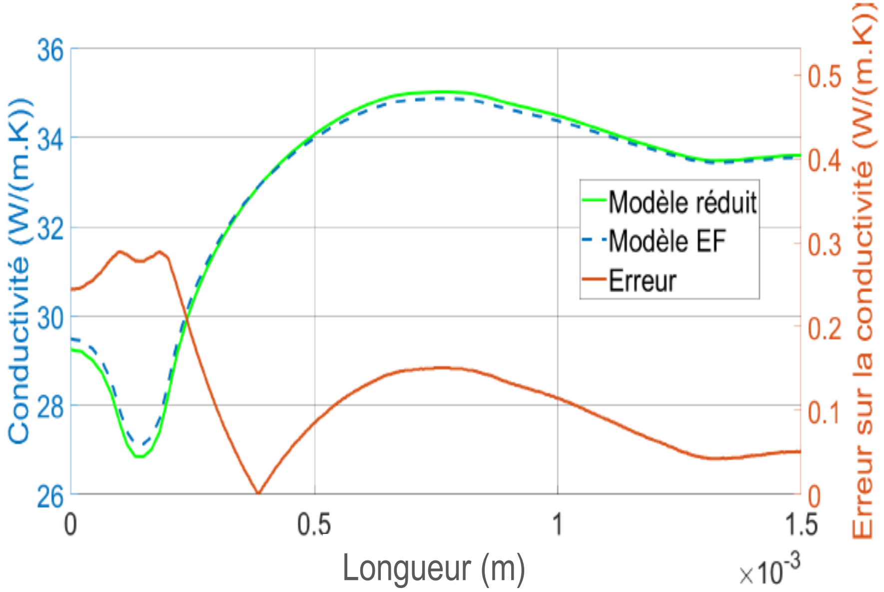


Application : puce électronique THALES



- Activation constante et identique des 4 sources
- $h_{BOTTOM} = h_{SIDE} = 10\,W.m^{-2}.K^{-1}$
  $h_{TOP} = 10^4\,W.m^{-2}.K^{-1}$

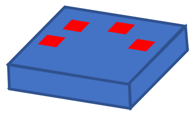




La méthode AROMM

(*Amalgamated Reduced Order Modal Model*)

Composant seul



27 000 DDL

- Offline :
  - Résolution de 2 problèmes aux valeurs propres : 10% des 2 bases
  - Amalgame :
    - ✓ estimation de cas de référence (linéaires)
    - ✓ Constitution des bases amalgamées
  - Création du modèle réduit (construction des matrices réduites)

- 3 à 5 fois le temps calcul d’une simulation complète

- Online
  - Résolution rapide du modèle réduit
  - Reconstruction du champ de température

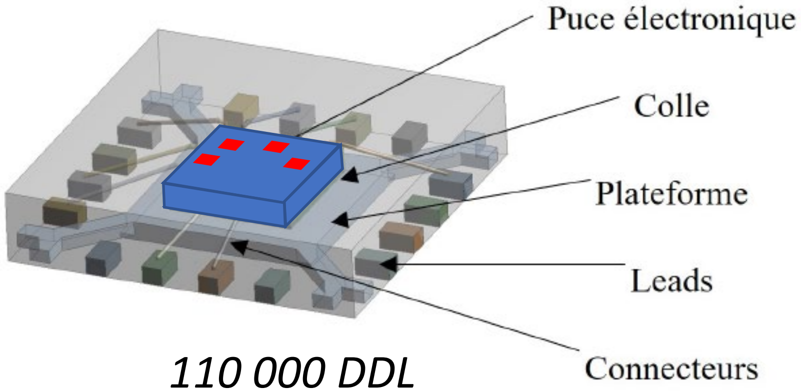
- 300 fois + rapide qu’une simulation complète
- Précision ~ 1%

- Non linéarité quadratique
- Large spectre de scénarios

La méthode AROMM

(*Amalgamated Reduced Order Modal Model*)

Composant intégré dans son boîtier



110 000 DDL

- Offline :
  - Résolution de 2 problèmes aux valeurs propres : 100% des 2 bases
  - Amalgame :
    - ✓ estimation de cas de référence (linéaires)
    - ✓ Constitution des bases amalgamées
  - Création du modèle réduit (construction des matrices réduites)

- ~ 280 fois le temps calcul d'une simulation complète

- Online
  - Résolution rapide du modèle réduit
  - Reconstruction du champ de température

- 300 fois + rapide qu'une simulation complète
- Précision ~ 1%

- Non linéarité quadratique
- Large spectre de scénarios

- Méthode de sous-structuration

La méthode AROMM
(*Amalgamated Reduced Order Modal Model*)

Merci !