Cerema CERTES CSTB LNE Themacs Ingénierie Université Gustave Eiffel



Journée SFT – Groupe METTI
Approches originales en inversion de mesures - méthodes et applications

Estimation de la résistance thermique de parois de bâtiments par méthode active :

effets de la géométrie du modèle direct et des données de mesure prises en compte comme conditions limites sur les résultats d'inversion

Mostafa MORTADA (CERTES, U. Paris-Est Créteil), Vincent FEUILLET (CERTES), Laurent IBOS (CERTES), Kamel ZIBOUCHE (CSTB), Julien WAEYTENS (Département COSYS, U . Gustave Eiffel)

Plan :

1. Contexte et objectifs du projet ANR RESBIOBAT
2. Modèle quadripôles thermiques
3. Prototype de mesure
4. Adaptation du modèle quadripôles
5. Résultats d'identifications

1. Contexte et objectifs

- **Projet ANR RESBIOBAT :** Mesure in-situ de RESistance thermique de parois fortement isolées et de parois BIO-sourcées de BATiment

→ **Projet faisant suite au projet ANR RESBATI (2016-2021) :**

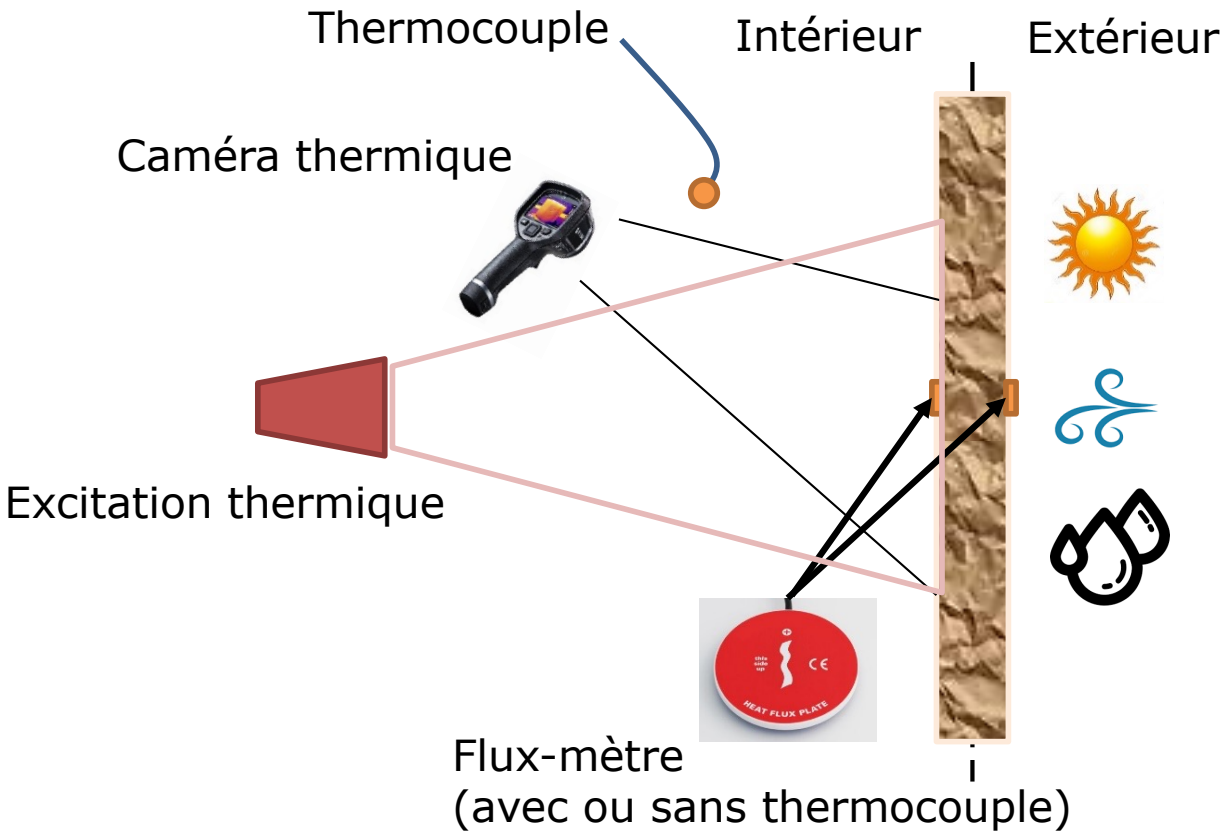
- Développement d'un prototype de mesure adapté à la mesure *in situ* de la résistance thermique de parois de bâtiment
- Principes généraux de la mesure : méthode active, instrumentation thermique, modèle thermique 1D, méthode inverse
- Plusieurs typologies de parois testées : ITI, ITE, Monomur, OSB
- Essais en chambres climatiques et *in situ*
- Membres du consortium : CEREMA, CERTES (UPEC), CSTB, LNE, Themacs Ingénierie, Université Gustave Eiffel

1. Contexte et objectifs

- **Projets ANR RESBATI/RESBIOBAT :** distinction méthodes passive/active

Méthode passive : la paroi est instrumentée sans sollicitation thermique additionnelle.

Méthode active : la paroi est instrumentée avec sollicitation thermique additionnelle.



1. Contexte et objectifs

❑ **Projets ANR RESBATI/RESBIOBAT :** distinction méthodes passive/active

Méthode passive : la paroi est instrumentée sans sollicitation thermique additionnelle.

Méthode active : la paroi est instrumentée avec sollicitation thermique additionnelle.

Régime permanent

$$R = \frac{\Delta T_{s-int/ext}}{q_{int}}$$

Différence de température requise entre les deux faces de la paroi

Conditions météorologiques stables, ciel nuageux ou ensoleillement modéré

Au moins 3 jours de mesure, davantage pour parois très isolées

Simple de mise en œuvre, long et non applicable systématiquement

Régime transitoire

$R =$ Modèle thermique / Problème inverse

Conditions environnementales spécifiques non requises

Moins d'une journée de mesure

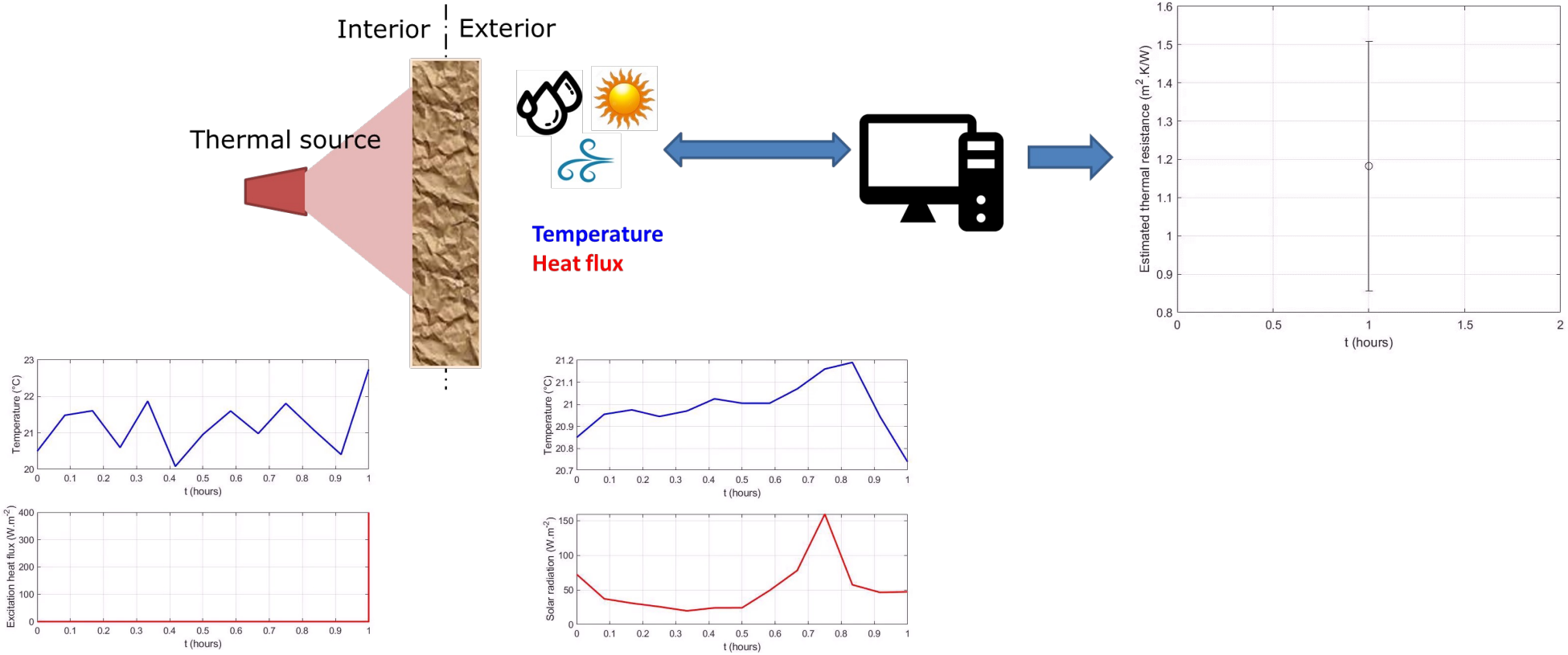
Rapide, complexe à mettre en œuvre

1. Contexte et objectifs

❑ **Projets ANR RESBATI/RESBIOBAT :** choix de la méthode active

Prototype de mesure :
- utilisable *in situ*
- rapide et robuste
- simple d'utilisation

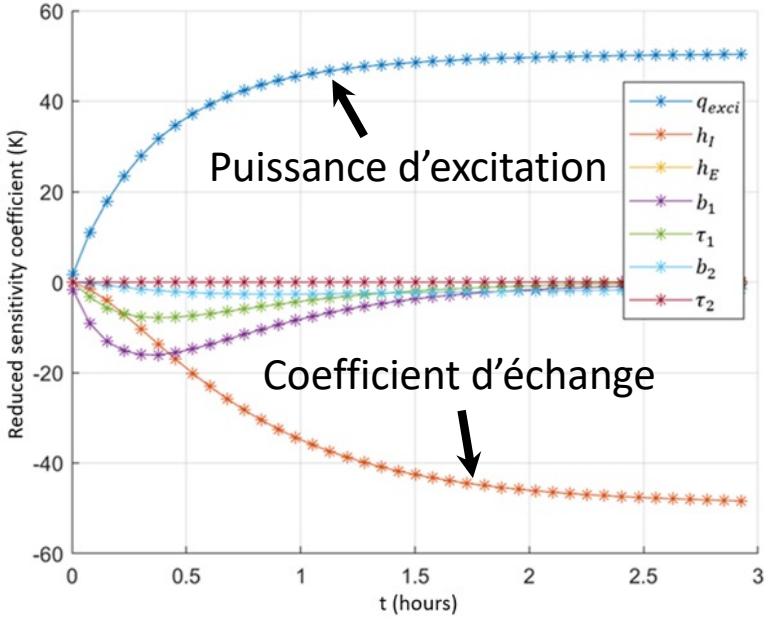
Conditions d'utilisation :
- toute typologie de paroi
- toutes conditions environnementales
- bâtiments neufs, existants, en chantier

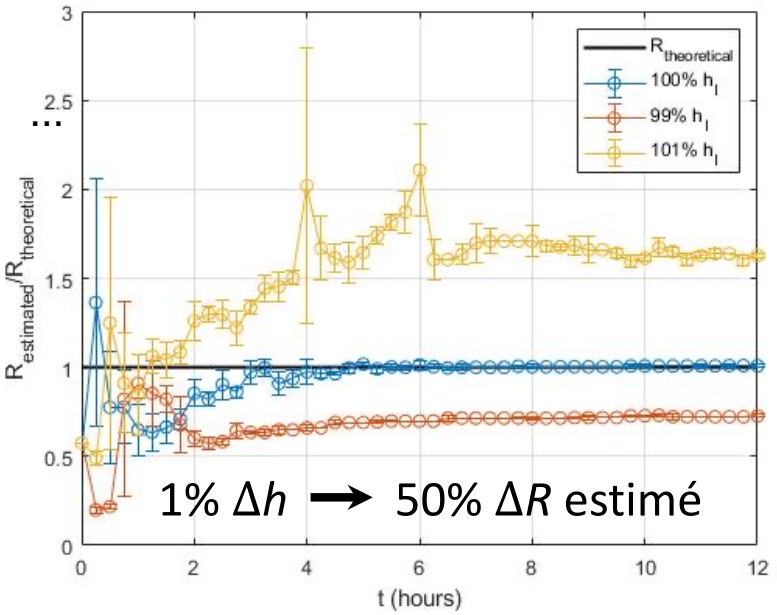


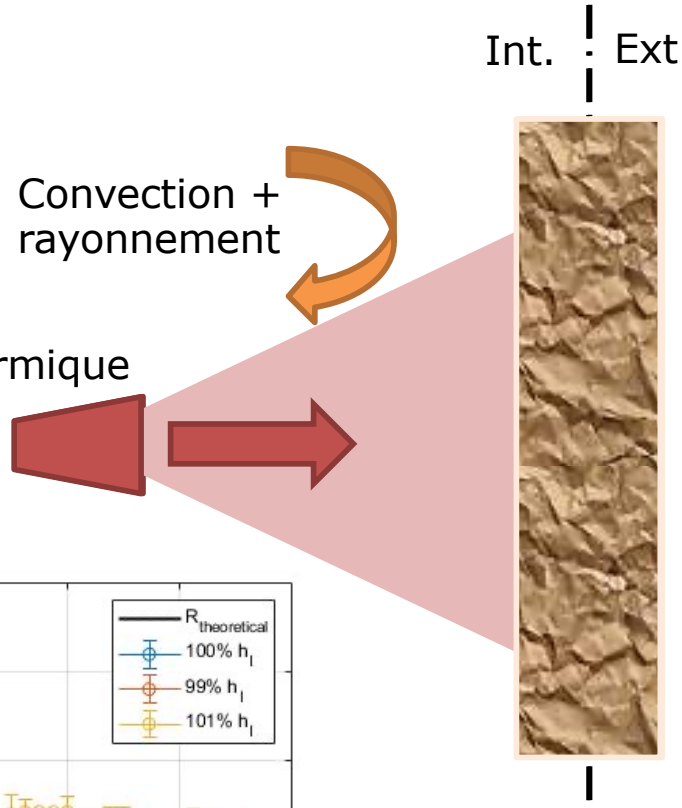
1. Contexte et objectifs

❑ **Projets ANR RESBATI/RESBIOBAT :** choix de la méthode active

Problématique du coefficient d'échange côté excitation thermique :
- paramètre présentant la plus grande sensibilité
- difficile à évaluer en conditions *in situ*



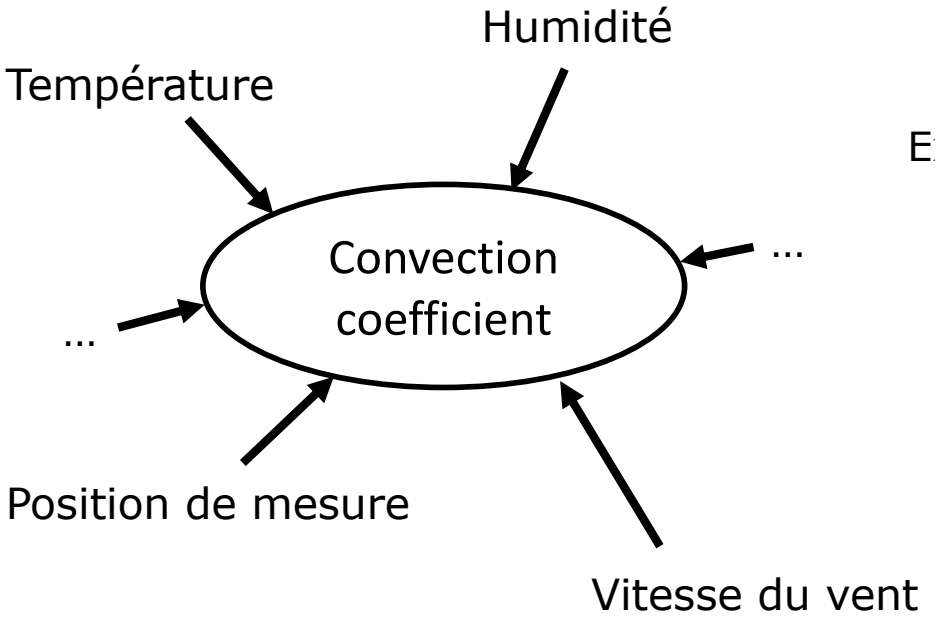


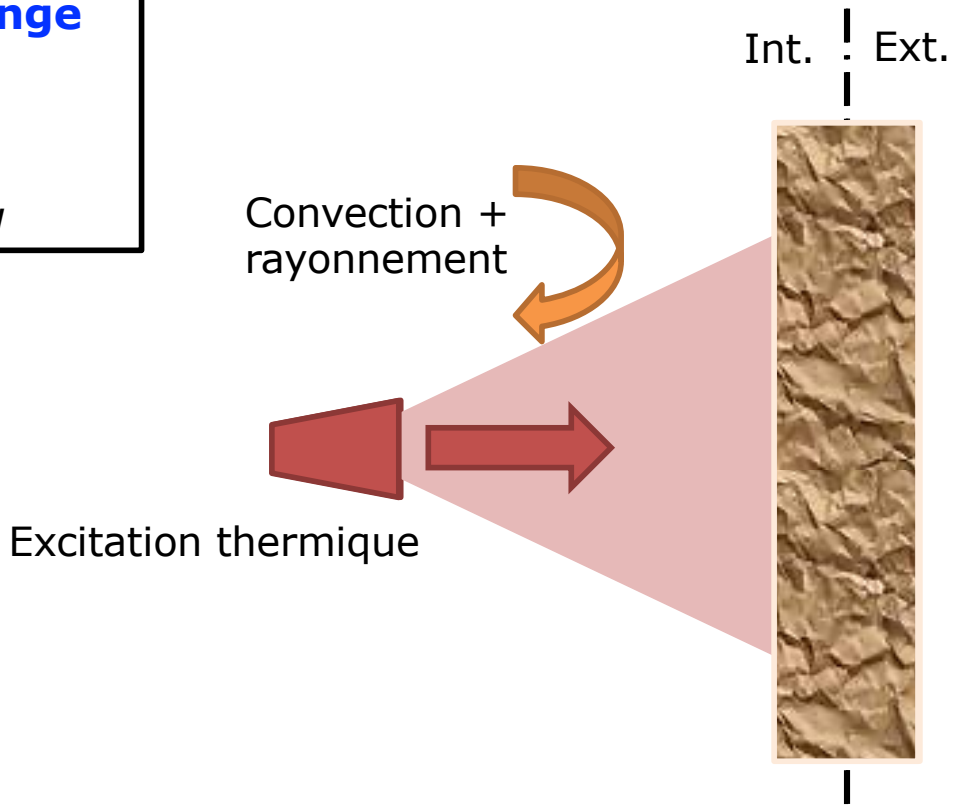


1. Contexte et objectifs

❑ **Projets ANR RESBATI/RESBIOBAT :** choix de la méthode active

Problématique du coefficient d'échange côté excitation thermique :
- paramètre présentant la plus grande sensibilité
- difficile à évaluer en conditions *in situ*





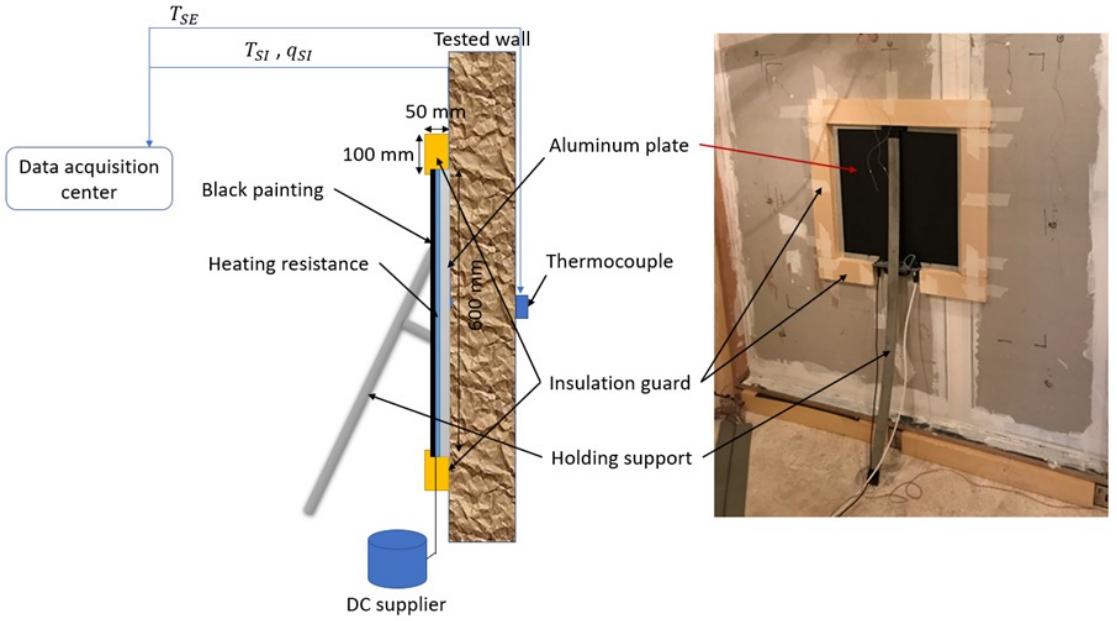
→ **Solution :** association de la sollicitation et de la métrologie thermique directement sur la surface de la paroi

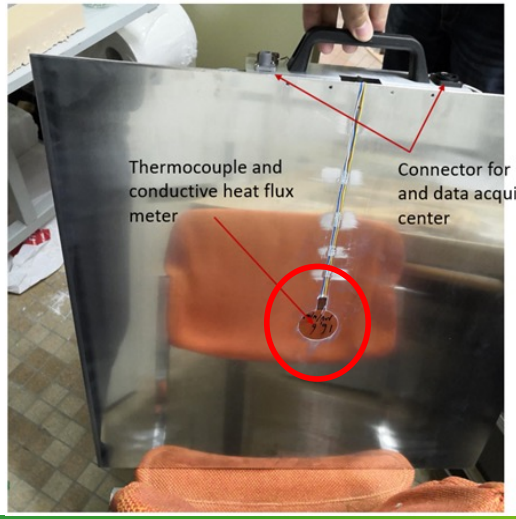
1. Contexte et objectifs

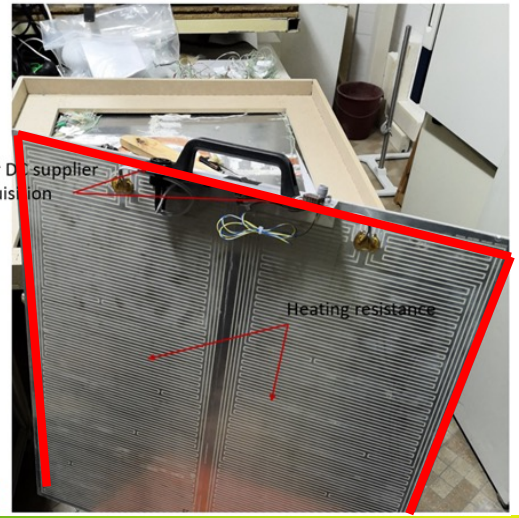
❑ **Projets ANR RESBATI/RESBIOBAT :** prototype RESBATI

Caractéristiques :
- compacité
- excitation thermique : résistance chauffante plane
- plaque en aluminium : homogénéisation de la sollicitation, protection des capteurs de l'environnement
- nombre réduit de capteurs : capteur de flux et thermocouple sur surface intérieure, thermocouple sur surface extérieure

Données de mesure :
- q_{SI} : flux de chaleur absorbé sur la surface intérieure
- T_{SI} : température sur la surface intérieure
- T_{SE} : température sur la surface extérieure







1. Contexte et objectifs

❑ Projets ANR RESBIOBAT :

→ Résultats et limitations apparues lors du projet ANR RESBATI [1,2] :

- Résultats satisfaisants : parois ITI ou Monomur de faible épaisseur en conditions contrôlées ou naturelles
- Parois plus problématiques : parois ITE (sauf adaptation du système de mesure), parois OSB, ou Monomur d'épaisseur importante

  → *transferts latéraux non pris en compte dans le modèle 1D*

→ Objectifs principaux du projet ANR RESBIOBAT (2021-2026) :

- Caractériser des ***parois fortement isolées*** et/ou impliquant des ***transferts latéraux importants***
- Extension aux ***parois bio-sourcées*** constituées de matériaux hygroscopiques, en voie de développement important et impliquant des **transferts d'humidité** (non abordées dans cette présentation)

[1] *Ha et al., Energy and Buildings, 268:112166, DOI: 10.1016/j.enbuild.2022.112166, 2022.*
[2] *Ha et al., Energy and Buildings, 224:110130, DOI: 10.1016/j.enbuild.2020.110130, 2020.*

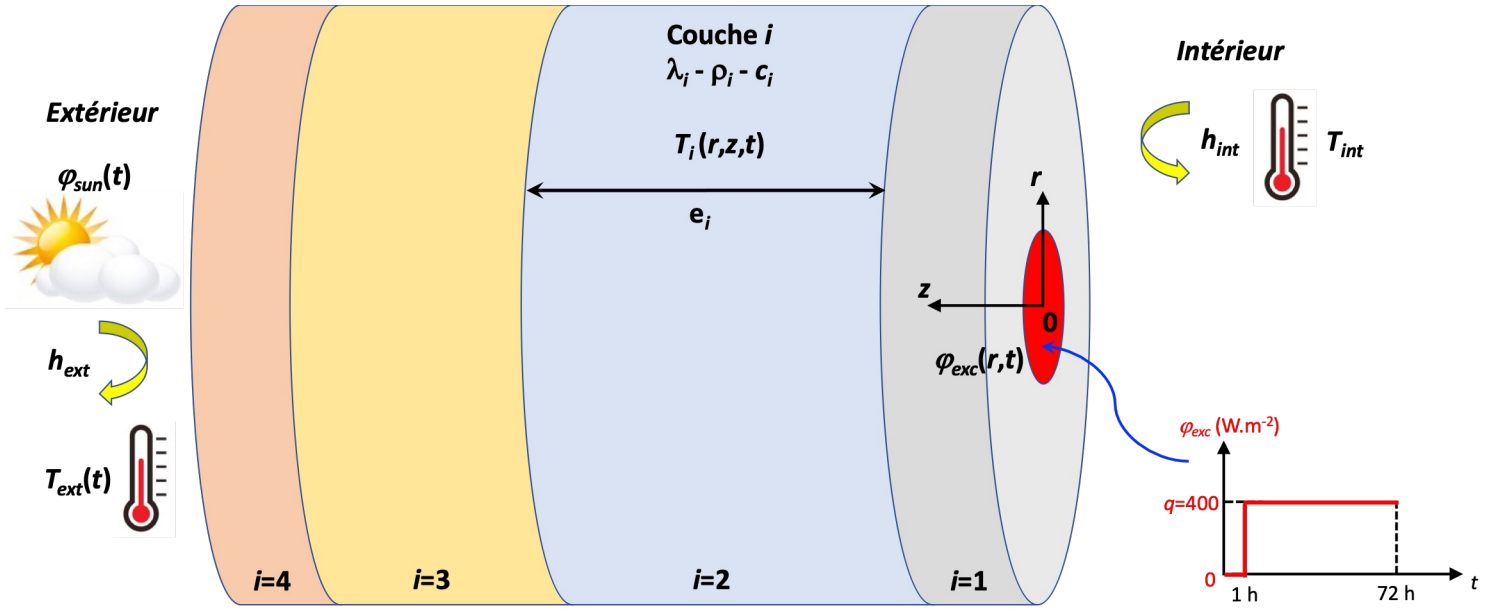
2. Modèle quadripôles thermiques

❑ Modèle thermique RESBIOBAT (CERTES) :

→ Cahier des charges :

- Prise en compte de conditions environnementales variables : $T_{ext}(t)$, $T_{int}(t)$, $\varphi_{sun}(t)$
- Prise en compte des transferts latéraux dans la paroi
- Temps de calcul réduits pour être utilisable dans un algorithme d'inversion

→ quadripôles thermiques en géométrie axisymétrique avec prise en compte de conditions limites variables dans le temps



2. Modèle quadripôles thermiques

❑ Résolution quadripôles en axisymétrique : [1]

→ Modélisation thermique :

- Equation de la chaleur en coordonnées cylindriques :

$$\frac{\partial^2 T_i}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 T_i}{\partial y^2}+\frac{\partial^2 T_i}{\partial z^2}=\frac{\rho_i c_i}{\lambda_i}\frac{\partial T_i}{\partial t} \text{ for } i=1 \text{ to } N$$

- Transformations intégrales (Laplace et Hankel) :

$$\theta_i(\alpha_n,z,p)=\int_{r=0}^{R}\int_{t=0}^{\infty} T_i(r,z,t)\,J_0\,(\alpha_n r) r \exp(-pt)\,dr\,dt$$

- Application à l'équation de la chaleur : $\frac{d^2\theta_{i,n}}{dz^2}-\gamma_{i,n}^2\theta_{i,n}=0$

- Résolution quadripôles : $\begin{bmatrix}\theta_{i,n}(z_{in})\\ \phi_{i,n}(z_{in})\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\cosh(\gamma_{i,n}e_i) & \frac{1}{\lambda_i\gamma_{i,n}}\sinh(\gamma_{i,n}e_i)\\ \lambda_i\gamma_{i,n}\sinh(\gamma_{i,n}e_i) & \cosh(\gamma_{i,n}e_i)\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\theta_{i,n}(z_{out})\\ \phi_{i,n}(z_{out})\end{bmatrix}$

- Retour dans l'espace réel :

$\vartheta_1(r,0,p)=\sum_{n=0}^{N_t}\frac{2\tilde{\theta}_1(\alpha_n,0,p)}{R^2 \mathrm{J}_0^2(\alpha_n R)}\mathrm{J}_0(\alpha_n r)$ + inversion numérique de la transformée de Laplace

[1] *M. Mortada et al., International Journal of Thermal Sciences, 220:B:110362, DOI: 10.1016/j.ijthermalsci.2025.110362, 2026.*

2. Modèle quadripôles thermiques

❑ Conditions environnementales variables dans le temps :

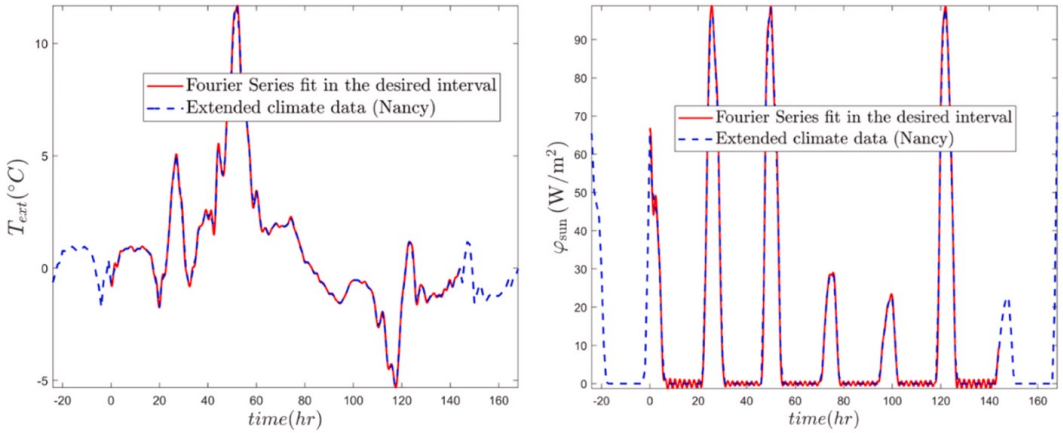
→ Fitting à l'aide de séries de Fourier :

L-periodic function on [0,L) :

$$f(t) = \frac{A_0}{2} + \sum_{k=1}^{\infty} A_k \cos\left(\frac{2\pi k}{L} t\right) + B_k \sin\left(\frac{2\pi k}{L} t\right)$$

$$\text{with } A_k = \frac{2}{L} \int_0^L f(t) \cos\left(\frac{2\pi k}{L} t\right) dt$$

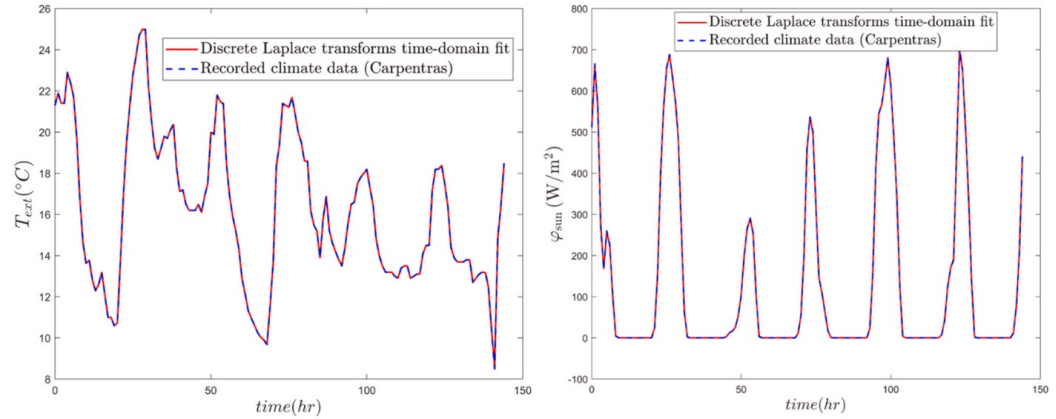
$$\text{and } B_k = \frac{2}{L} \int_0^L f(t) \sin\left(\frac{2\pi k}{L} t\right) dt$$



→ Transformées de Laplace discrètes :

Sommation des données à l'aide d'une function rectangulaire :

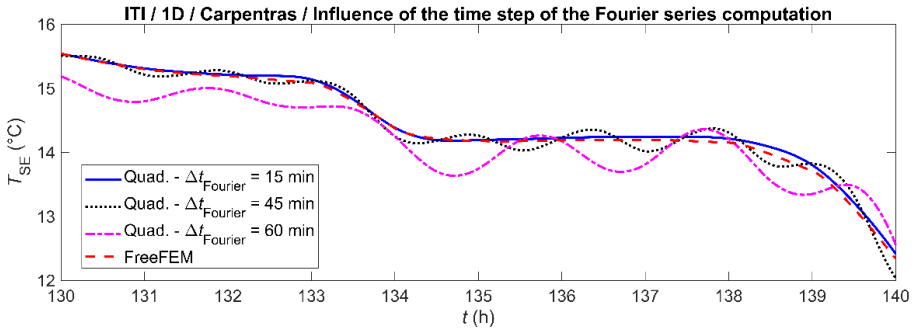
$$T(t) = \sum_i \left(\frac{\left(T(t_{i+1}) - T(t_i)\right)(t - t_i)}{\Delta t} + T(t_i) \right) \times rect(t_i, t_{i+1})$$

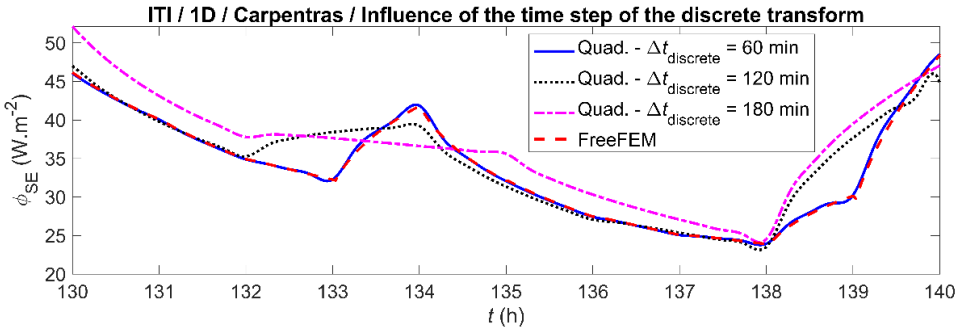


2. Modèle quadripôles thermiques

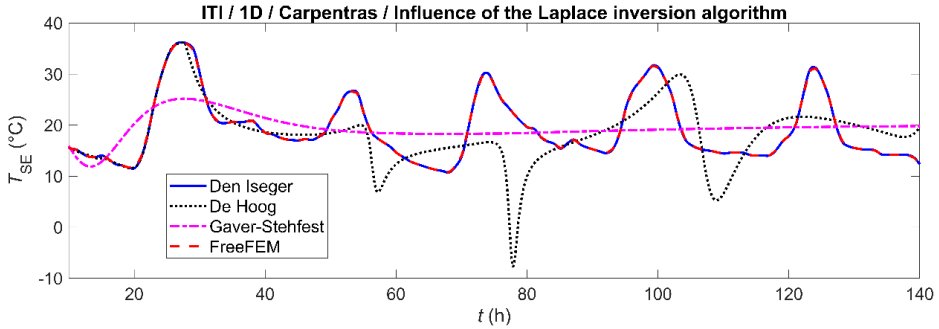
❑ Validation par comparaison avec une résolution aux Éléments Finis :

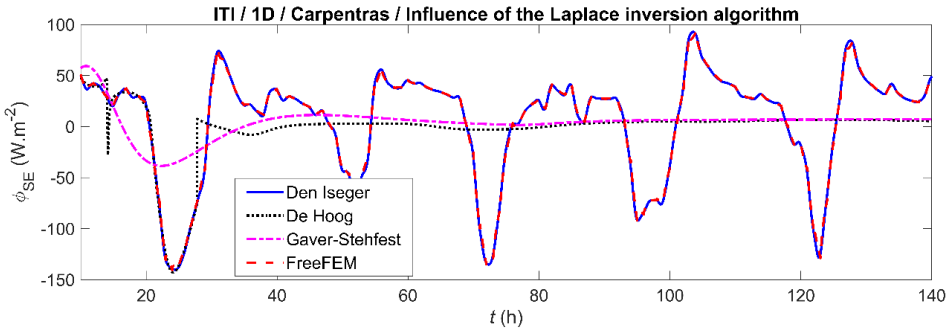
→ Influence des pas de temps de discrétisation des conditions environnementales :





→ Influence de l'algorithme d'inversion de la transformée de Laplace :





→ Autres paramètres déterminants : sens de calcul de la matrice quadripôles de la paroi, ordre de troncature de la transformée de Hankel

→ Temps de calcul : 1-2 s pour les quadripôles, 20-30 s pour une résolution aux Eléments Finis (processeur 8 coeurs, 16 GB RAM)

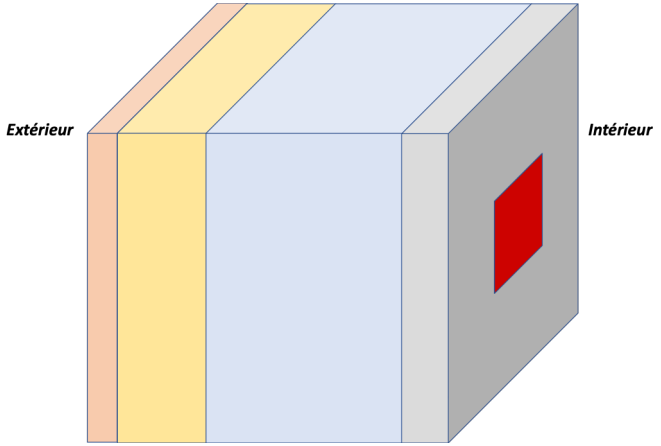
3. Prototype de mesure

❑ Adaptation du prototype RESBATI :

→ Choix de la forme de l'excitation thermique (simulations *COMSOL*) :

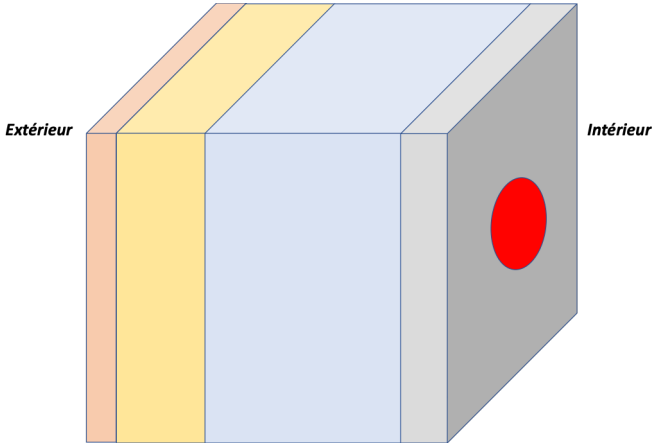
- Modèle 2D pour l'inversion – choix de la géométrie de résolution :

✓ 2D Cartésien ⟷



Ecarts ?

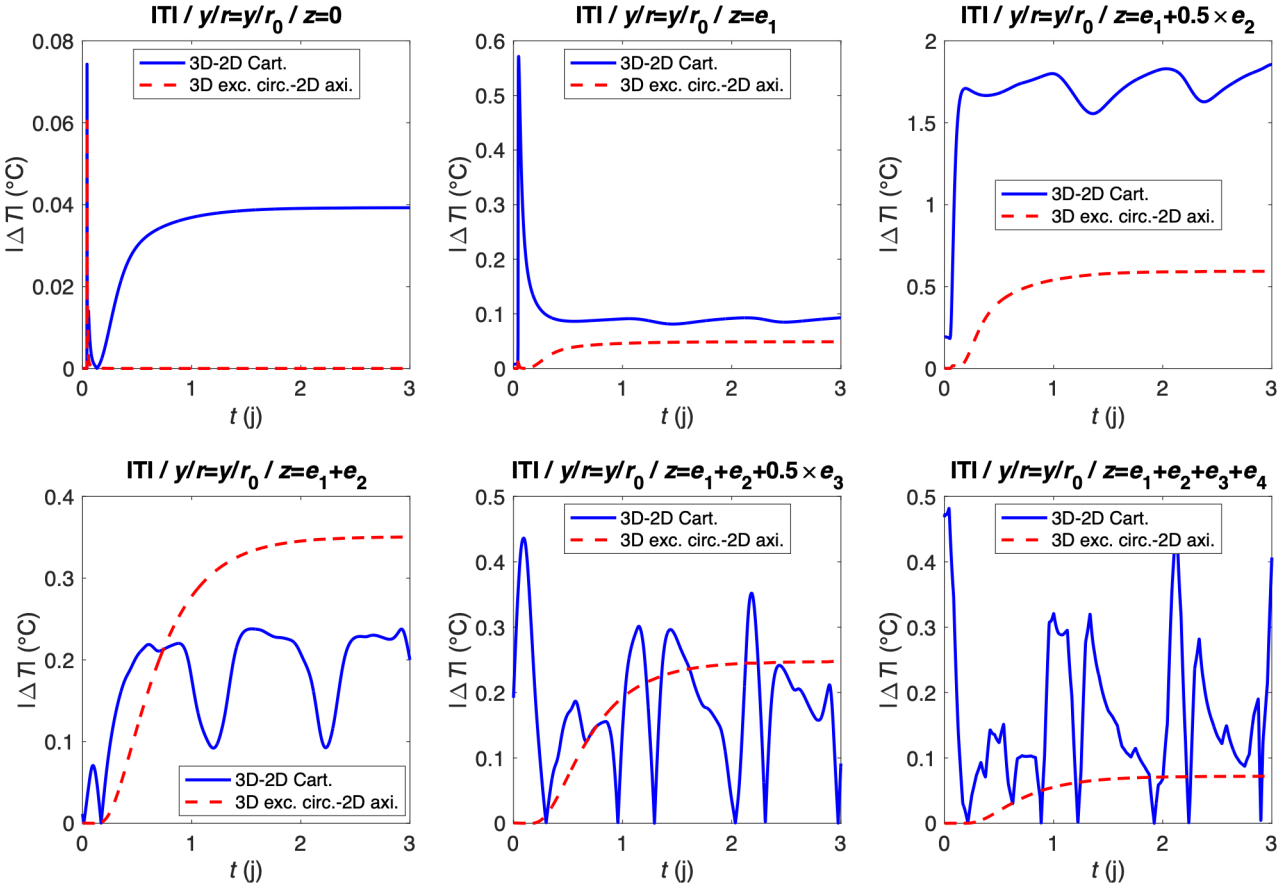
✓ 2D axisymétrique ⟷



3. Prototype de mesure

❑ Adaptation du prototype RESBATI :

→ Choix de la forme de l'excitation thermique (simulations *COMSOL*) :



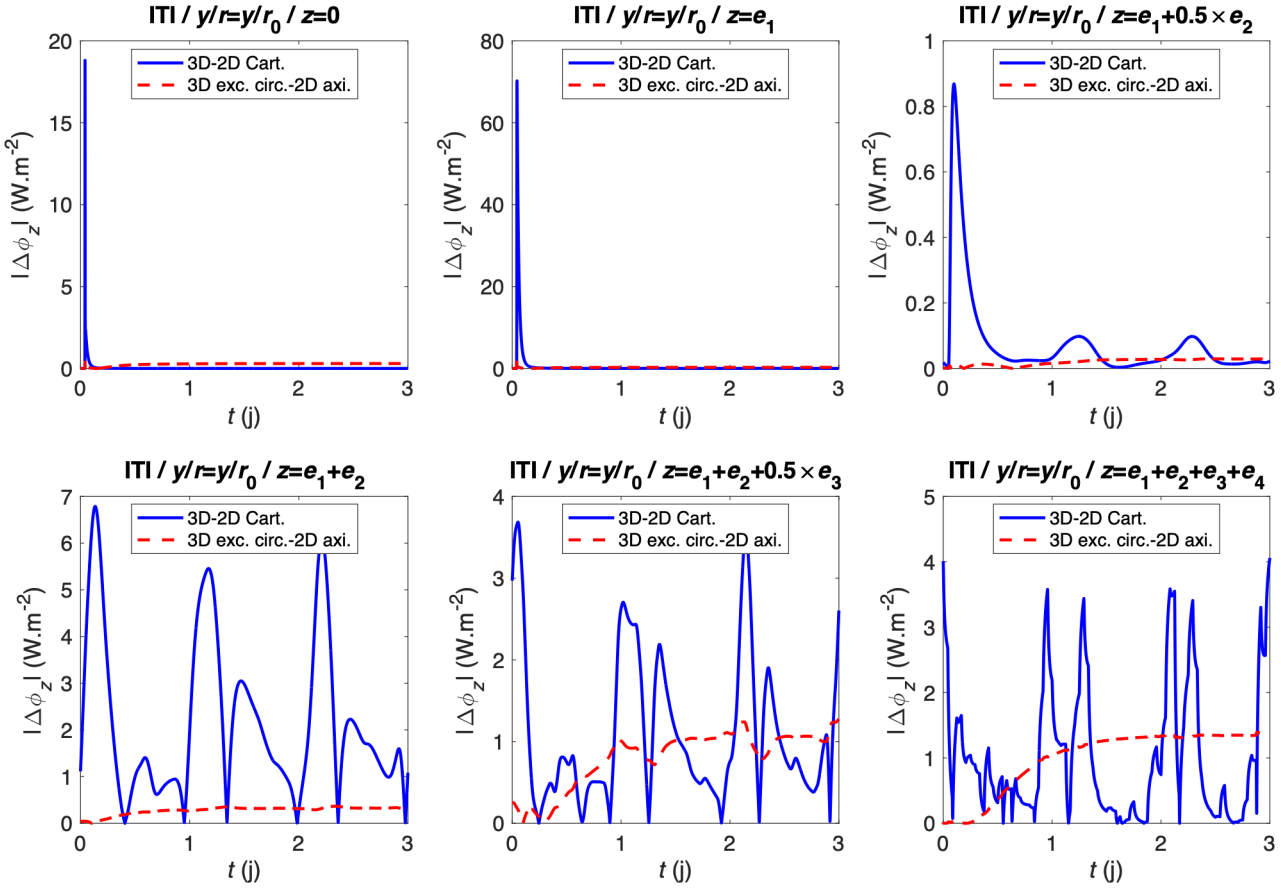
✓ La solution axisymétrique est majoritairement plus proche de la solution 3D qu'en Cartésien

ITI / Carpentras –
***Ecarts température** centre excitation*

3. Prototype de mesure

❑ Adaptation du prototype RESBATI :

→ Choix de la forme de l'excitation thermique (simulations *COMSOL*) :



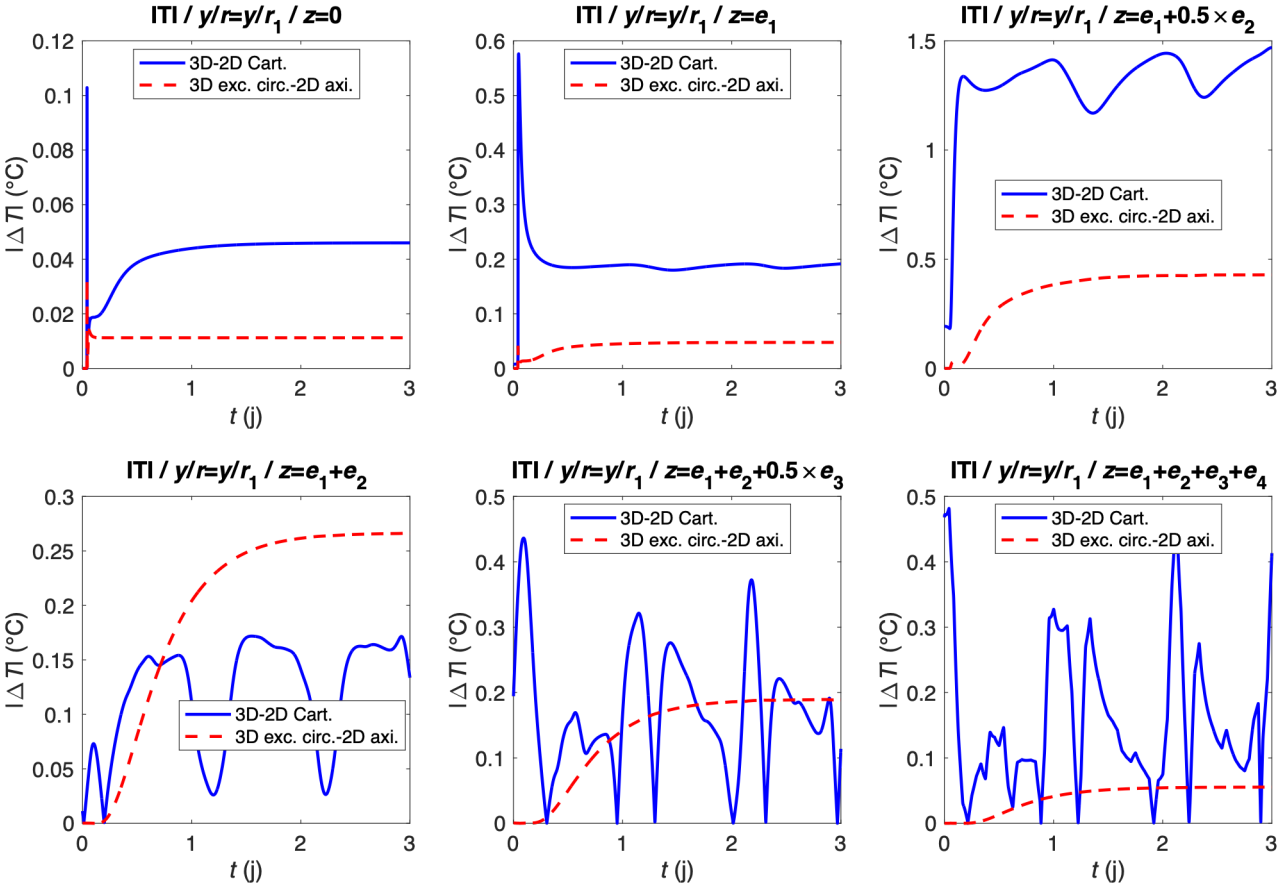
ITI / Carpentras –
Ecarts flux longitudinal *centre excitation*

✓ La solution axisymétrique est majoritairement plus proche de la solution 3D qu'en Cartésien

3. Prototype de mesure

❑ Adaptation du prototype RESBATI :

→ Choix de la forme de l'excitation thermique (simulations *COMSOL*) :



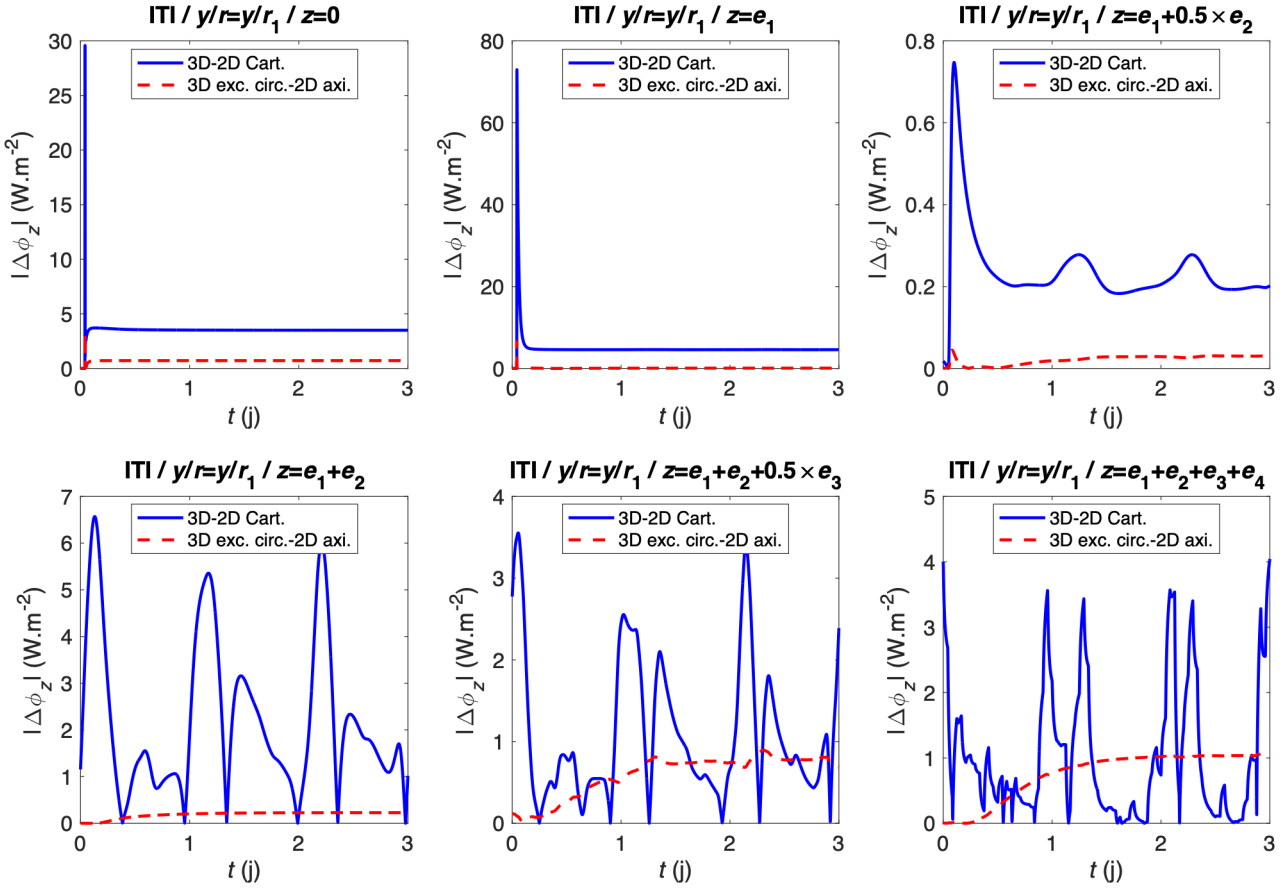
ITI / Carpentras –
Ecarts température *y/r=y/r₁*

✓ La solution axisymétrique est majoritairement plus proche de la solution 3D qu'en Cartésien

3. Prototype de mesure

❑ Adaptation du prototype RESBATI :

→ Choix de la forme de l'excitation thermique (simulations *COMSOL*) :



ITI / Carpentras –
Ecarts flux longitudinal *$y/r=y/r_1$*

✓ La solution axisymétrique est majoritairement plus proche de la solution 3D qu'en Cartésien

3. Prototype de mesure

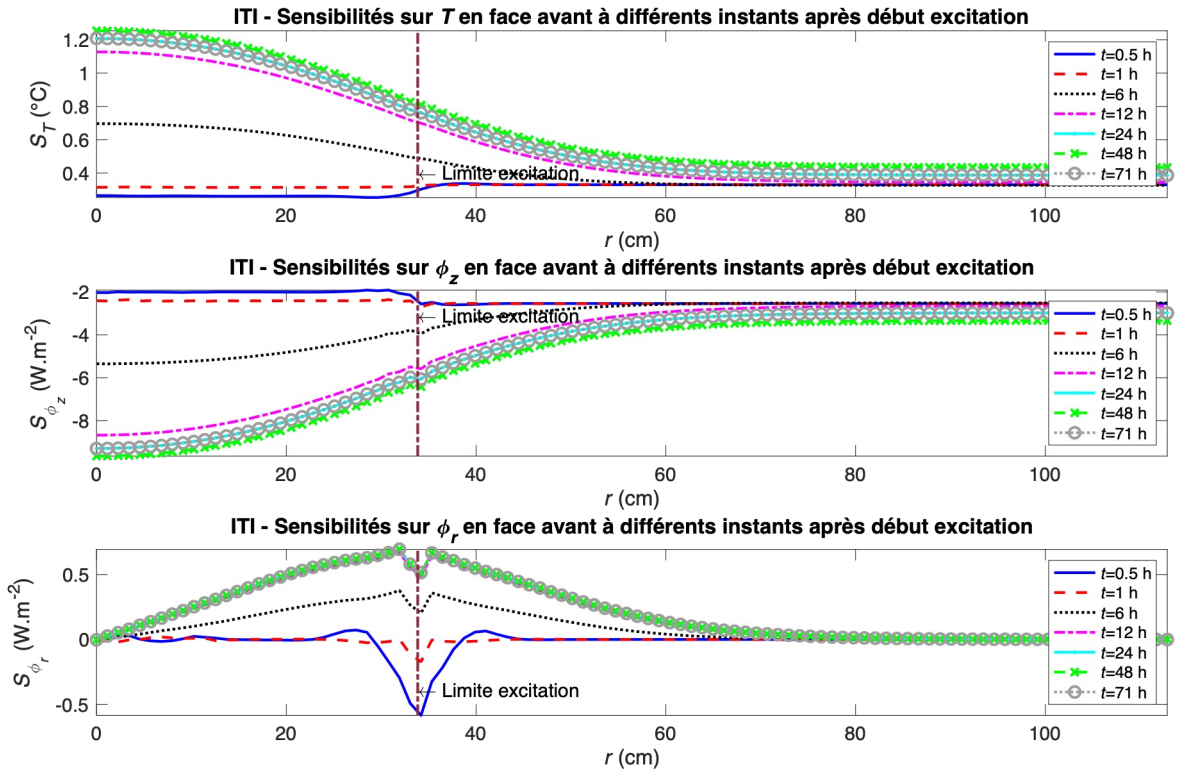
❑ Adaptation du prototype RESBATI :

→ Choix de l'emplacement des capteurs thermiques (simulations *COMSOL*) :

- Etude de sensibilité en géométrie 2D axisymétrique / **ITI** / Carpentras :

✓ Coefficients de sensibilité réduits en face avant (côté excitation), par exemple sur la température par rapport à l'épaisseur d'isolant :

$$S_{T/e_2} = e_2 \frac{T(e_2 + \Delta e_2) - T(e_2)}{\Delta e_2}$$



✓ Les sensibilités sur T et Φ_z sont maximales au centre de l'excitation et augmente avec le temps

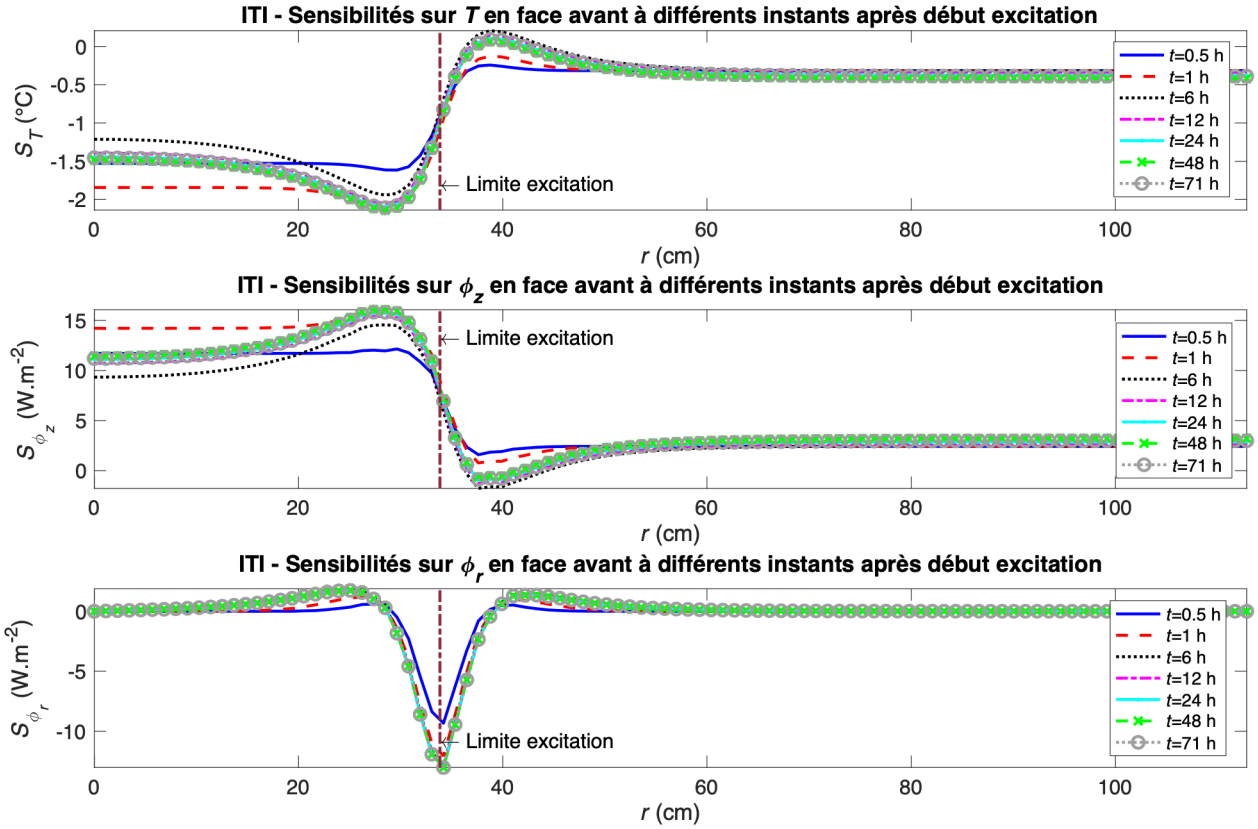
✓ La sensibilité sur Φ_r est maximale à la limite de l'excitation et passe par un minimum après environ 1 h d'excitation

*Coefficients de sensibilité par rapport à l'**épaisseur de l'isolant** suivant r*

❑ Adaptation du prototype RESBATI :

→ Choix de l'emplacement des capteurs thermiques (simulations *COMSOL*) :

- Etude de sensibilité en géométrie 2D axisymétrique / **ITI** / Carpentras :



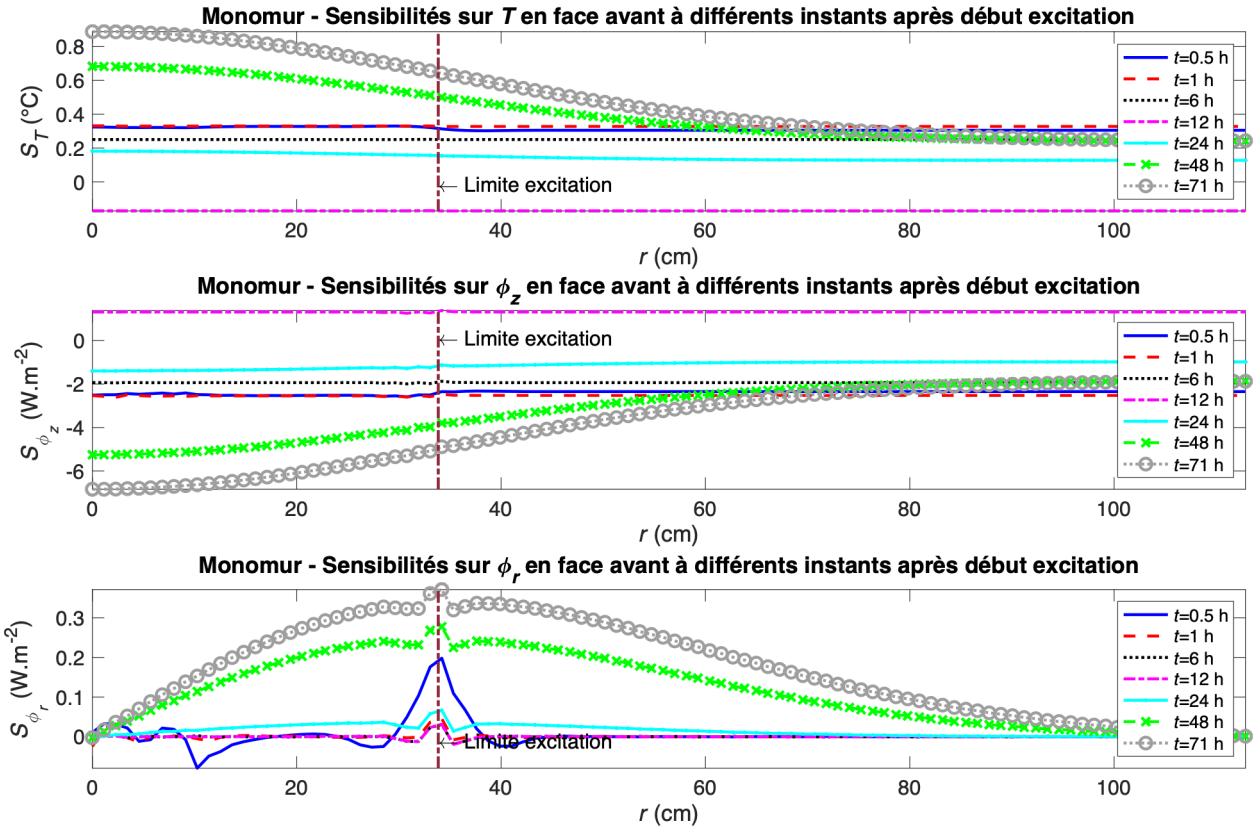
- ✓ Les sensibilités par rapport à la conductivité sont moins variables avec le temps
- ✓ Augmentation sensible de l'ensemble des sensibilités à proximité de la limite d'excitation
- ✓ Pour une même grandeur (T, Φ_z ou Φ_r), les sensibilités / la conductivité sont plus importantes que les sensibilités / l'épaisseur d'isolant

*Coefficients de sensibilité par rapport à la **conductivité de l'isolant** suivant r*

❑ Adaptation du prototype RESBATI :

→ Choix de l'emplacement des capteurs thermiques (simulations *COMSOL*) :

- Etude de sensibilité en géométrie 2D axisymétrique / **Monomur** / Carpentras :



- ✓ Augmentation des sensibilités avec le temps plus lente que pour l'ITI
- ✓ Diminution des sensibilités entre 12 h et 24 h
- ✓ La sensibilité sur Φ_r est maximale à la limite de l'excitation et passe par un minimum après environ 12 h d'excitation
- ✓ Les sensibilités / l'épaisseur sont dans l'ensemble plus faibles que pour l'ITI

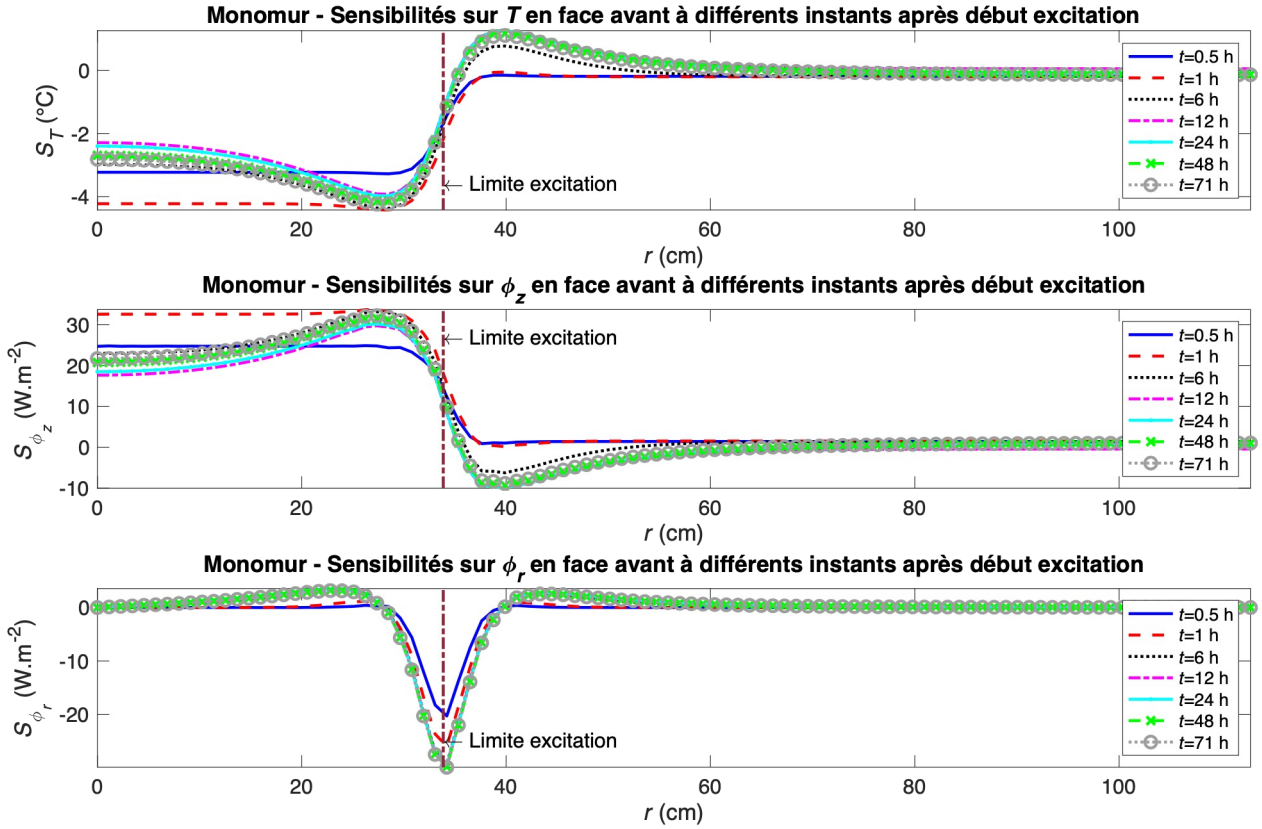
*Coefficients de sensibilité par rapport à l'**épaisseur du Siporex** suivant r*

3. Prototype de mesure

❑ Adaptation du prototype RESBATI :

→ Choix de l'emplacement des capteurs thermiques (simulations *COMSOL*) :

- Etude de sensibilité en géométrie 2D axisymétrique / **Monomur** / Carpentras :



- ✓ Les sensibilités par rapport à la conductivité sont moins variables avec le temps
- ✓ Augmentation sensible de l'ensemble des sensibilités à proximité de la limite d'excitation
- ✓ Les sensibilités / la conductivité sont dans l'ensemble plus élevées que pour l'ITI

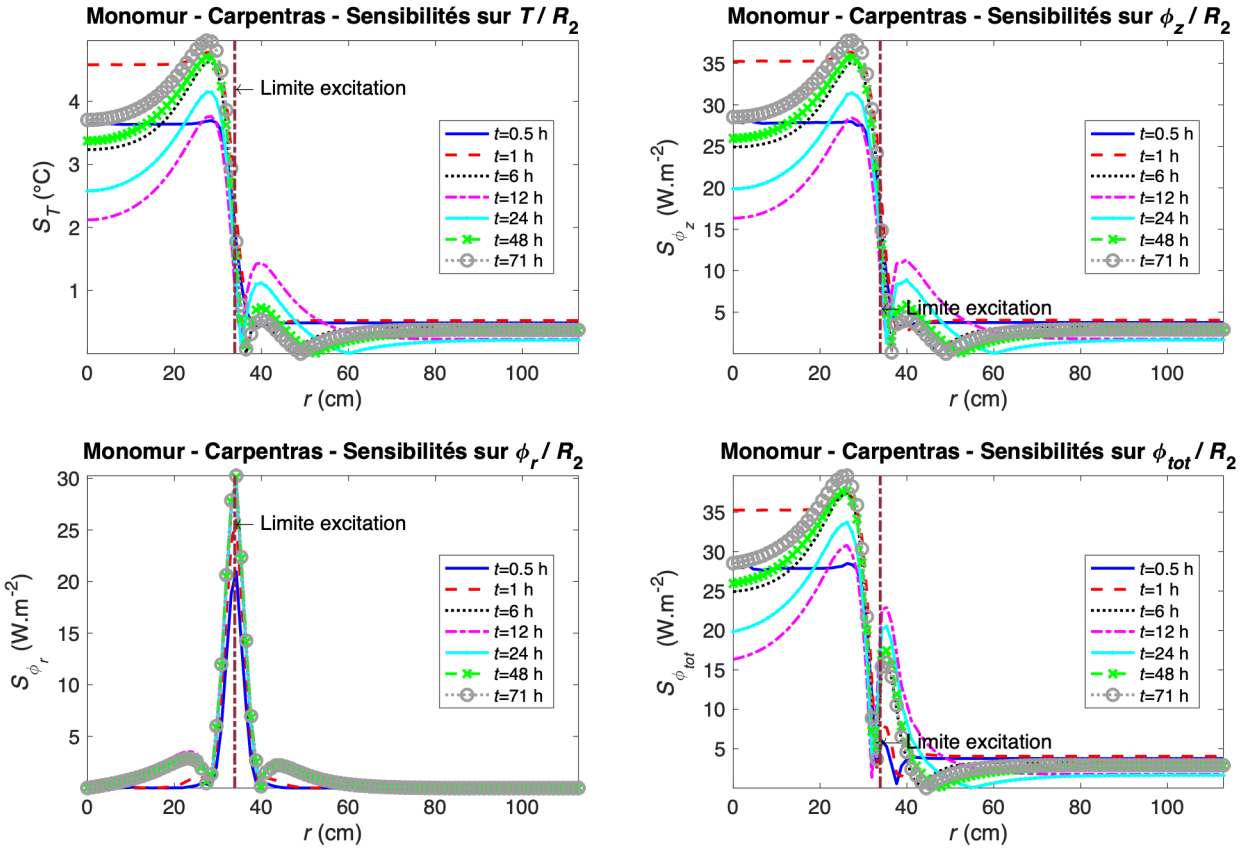
*Coefficients de sensibilité par rapport à la **conductivité du Siporex** suivant r*

3. Prototype de mesure

❑ Adaptation du prototype RESBATI :

→ Choix de l'emplacement des capteurs thermiques (simulations *COMSOL*) :

- Etude de sensibilité en géométrie 2D axisymétrique / **Monomur** / Carpentras :



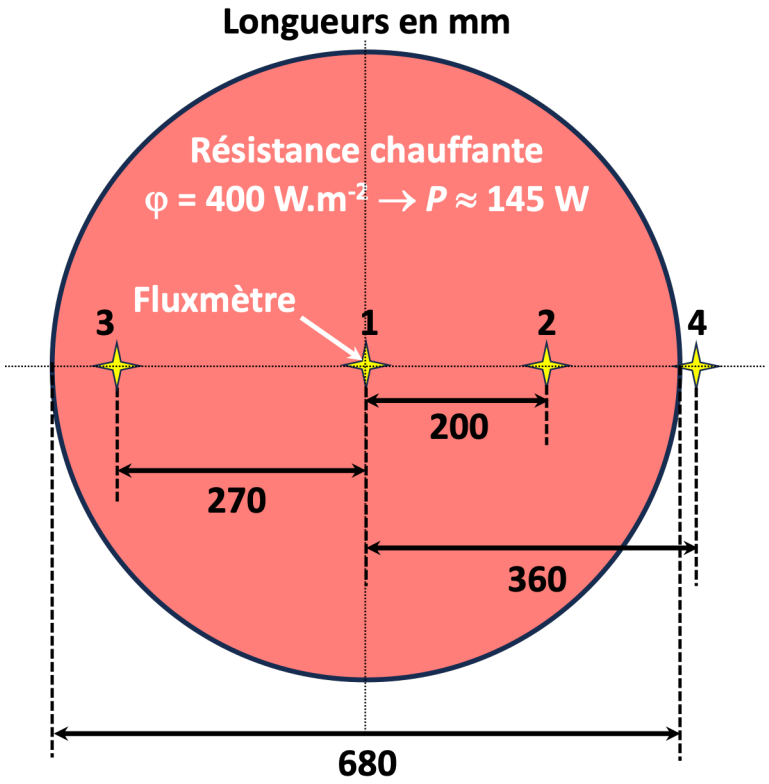
✓ « Mix » des études de sensibilité précédentes avec une nette augmentation des sensibilités en limite d'excitation

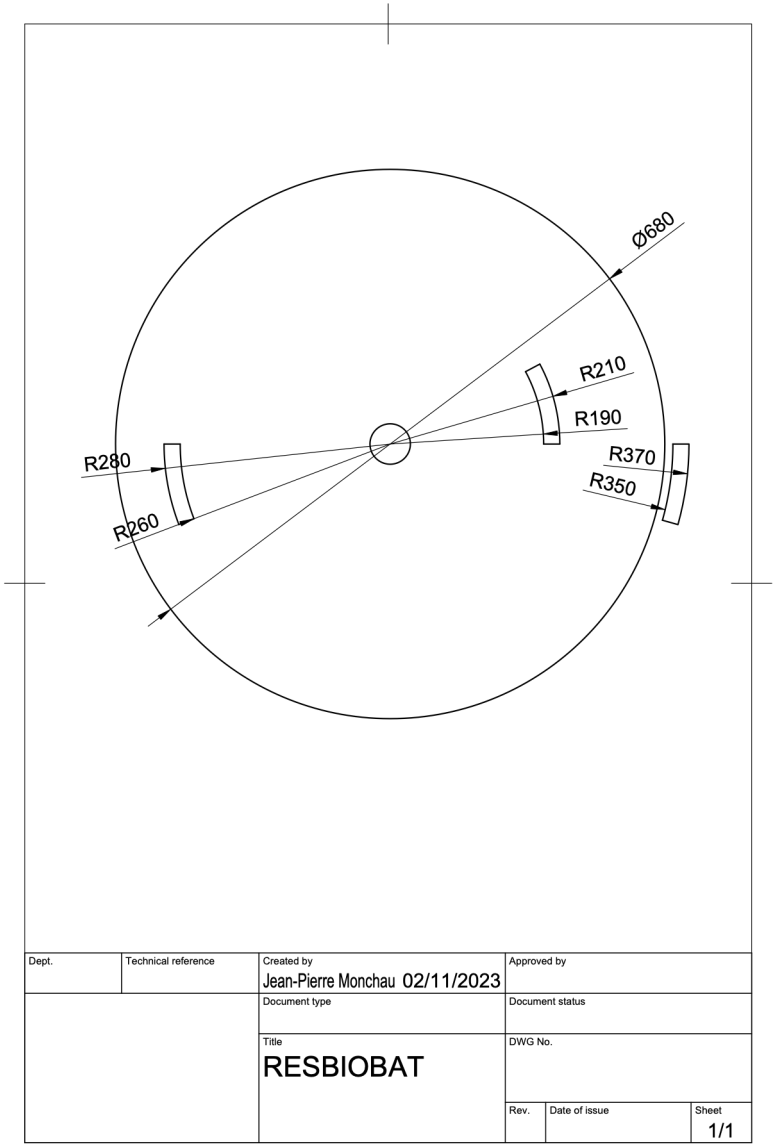
*Coefficients de sensibilité par rapport à la **résistance thermique du Siporex** suivant r*

3. Prototype de mesure

❑ Adaptation du prototype RESBATI :

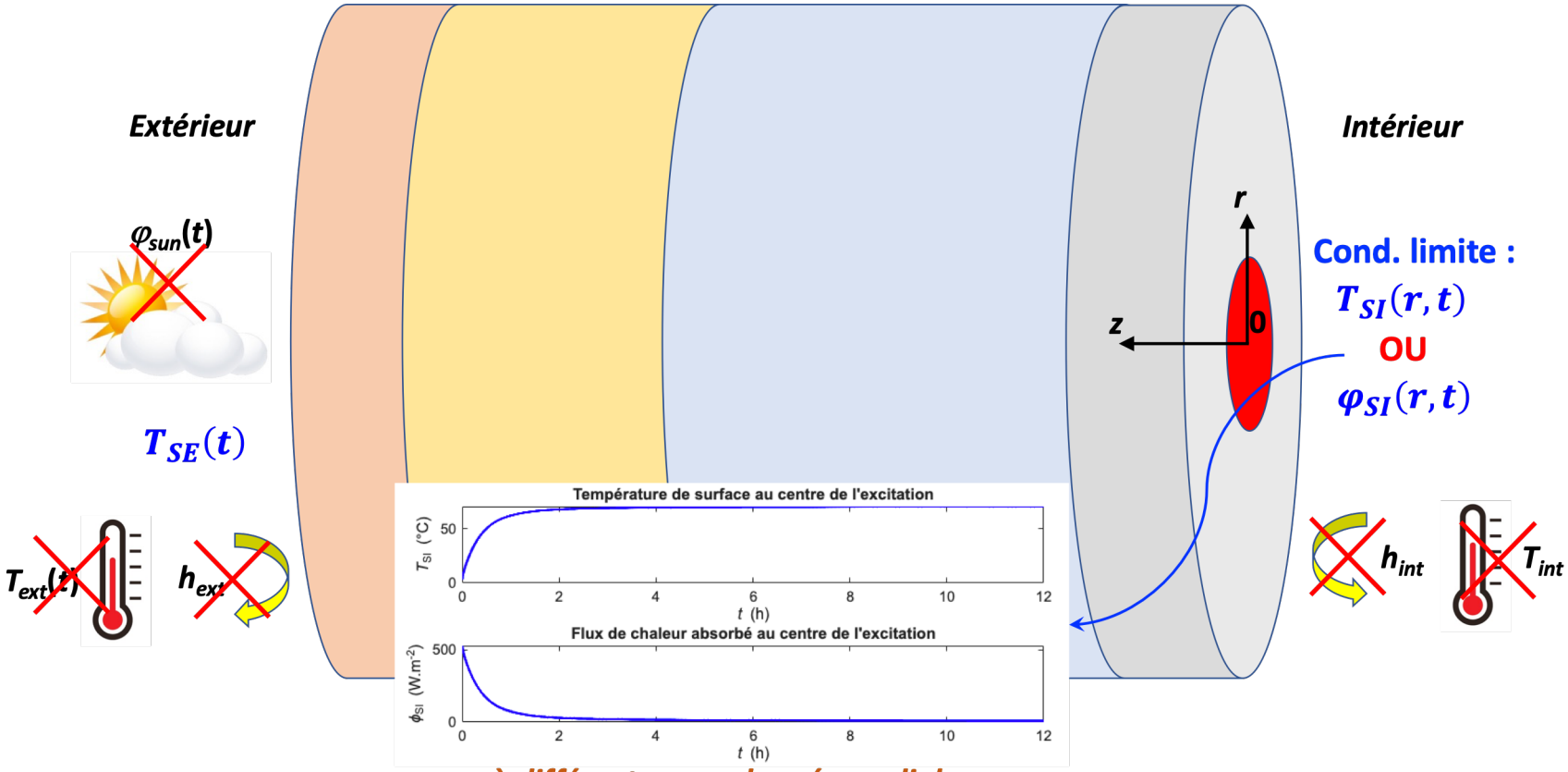
→ Plan des capteurs du prototype RESBIOBAT :





4. Adaptation du modèle quadripôles

❑ Adaptation du modèle quadripôles en situation de mesure :



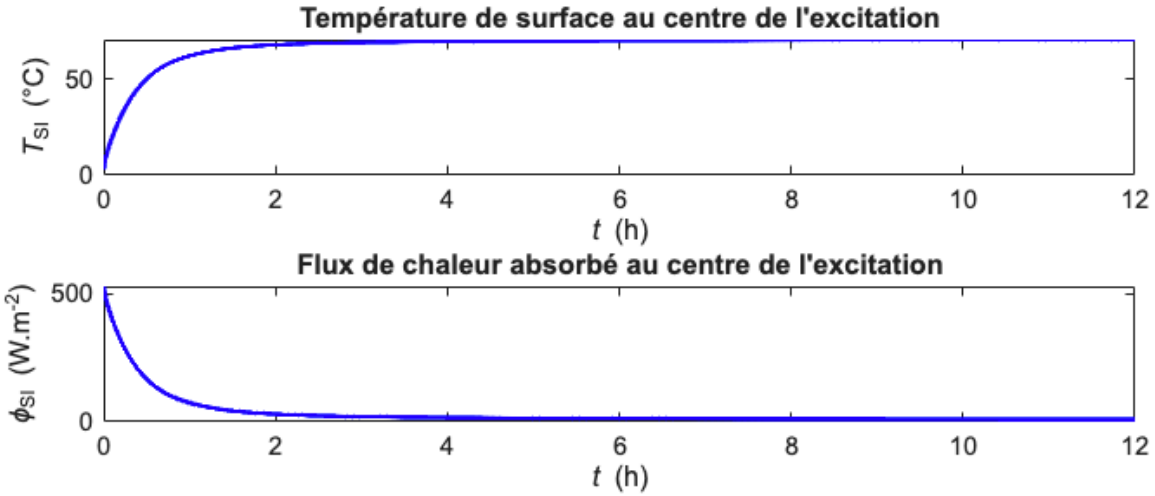
à différentes coordonnées radiales r

→ Reformulation du modèle quadripôles avec une condition limite en T° ou flux imposé(e) côté surface intérieure et T° imposée côté surface extérieure

→ **Contrainte :** exprimer dans l'espace transformé $T_{SI}(r,t)$ et $\varphi_{SI}(r,t)$

4. Adaptation du modèle quadripôles

❑ Modèle quadripôles 1D en situation de mesure :



→ Méthodes possibles de transformation dans l'espace de Laplace :

- Fit à l'aide de séries de Fourier : *plus adapté à des signaux périodiques ou pseudo-périodiques*
- Transformation de Laplace discrète : *nécessite une discrétisation temporelle du signal à transformer*
- Fit polynomial : *transformée analytique peu coûteuse en temps de calcul*

4. Adaptation du modèle quadripôles

❑ Modèle quadripôles 1D en situation de mesure :

→ Différentes formes possibles de fit polynomial pour la transformation de T_{SI} et φ_{SI} :

◦ $$T_{SI}(t) = A_0 + A_1.t^1 + A_2.t^2 + \cdots + A_i.t^i + \cdots + A_N.t^N$$

$$\mathcal{L}\left(A_i.t^i\right)(p) = A_i.\frac{i!}{p^{i+1}}$$

◦ $$T_{SI}(t) = A_0 + A_1.t^{1/1} + A_2.t^{1/2} + \cdots + A_i.t^{1/i} + \cdots + A_N.t^{1/N}$$

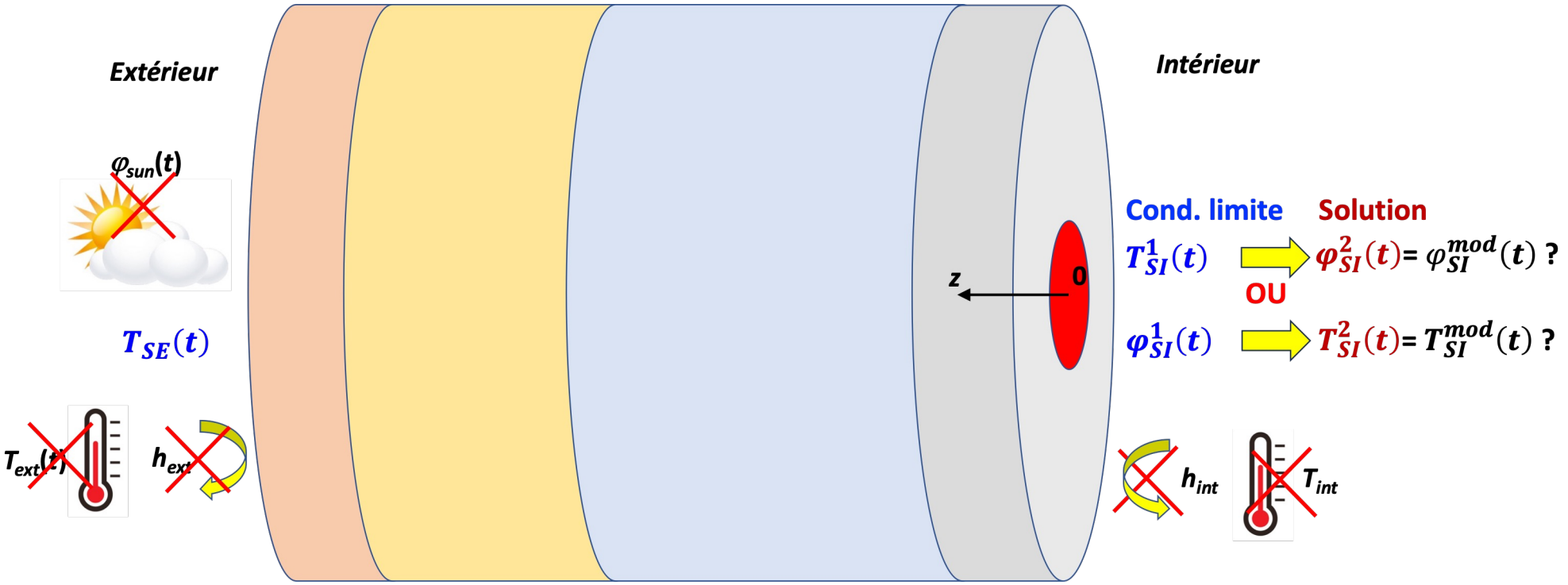
$$\mathcal{L}\left(A_i.t^{1/i}\right)(p) = A_i.\frac{\Gamma\left(\frac{1}{i}+1\right)}{p^{\frac{1}{i}+1}}$$

◦ $$T_{SI}(t) = A_0 + A_1.\left(\frac{1}{t}\right)^1 + A_2.\left(\frac{1}{t}\right)^2 + \cdots + A_i.\left(\frac{1}{t}\right)^i + \cdots + A_N.\left(\frac{1}{t}\right)^N$$

$\mathcal{L}\left(A_i.\left(\frac{1}{t}\right)^i\right)(p) = ?$ → non calculable pour $i \geq 1$, divergence de la transformée de Laplace

4. Adaptation du modèle quadripôles

❑ Validation du modèle quadripôles 1D reformulé :

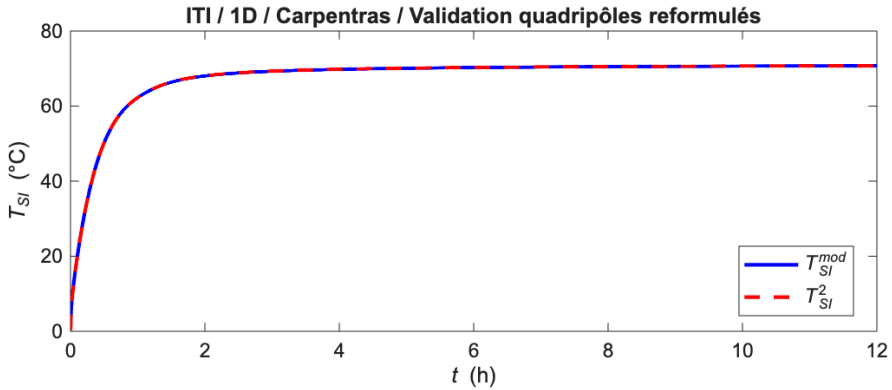


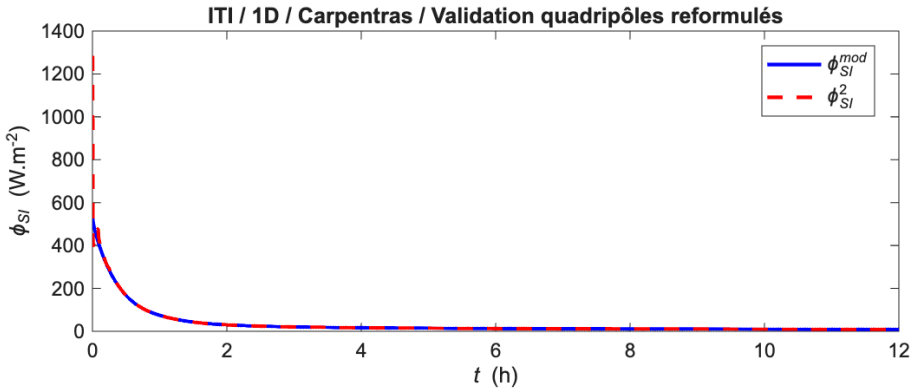
→ **<u>Validation</u> :** La solution calculée φ_{SI}^2 ou T_{SI}^2 avec le modèle quadripôles reformulé (solution avec excitation T_{SI}^1 ou φ_{SI}^1 + T_{SE} simulées avec le « modèle complet ») doit être identique à la solution obtenue avec le modèle complet (φ_{SI}^{mod} ou T_{SI}^{mod}).

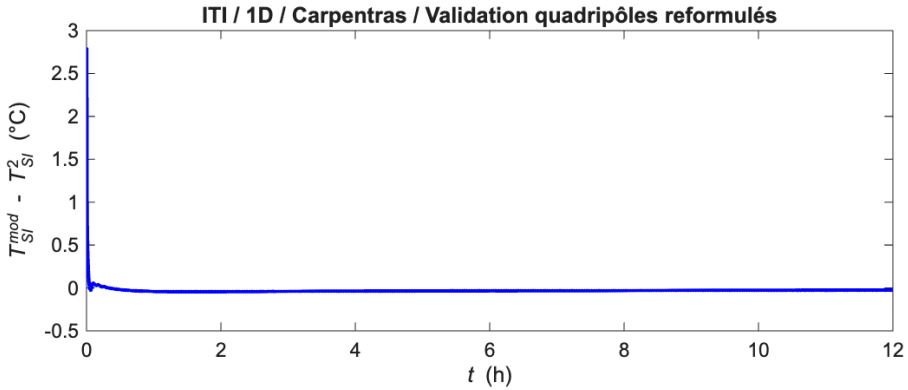
4. Adaptation du modèle quadripôles

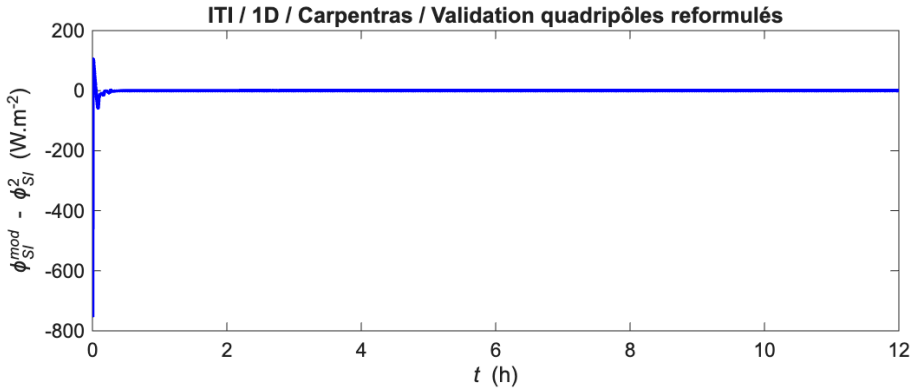
❑ Validation du modèle quadripôles 1D reformulé :

- Transformation de Laplace discrète :









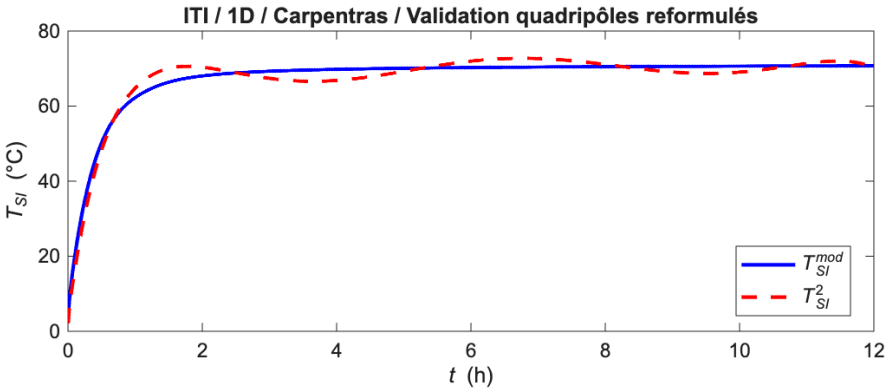
$\varphi_{SI}^{1}(t)$ ⇒ $T_{SI}^{2}(t)$ $\quad$ $T_{SI}^{1}(t)$ ⇒ $\varphi_{SI}^{2}(t)$

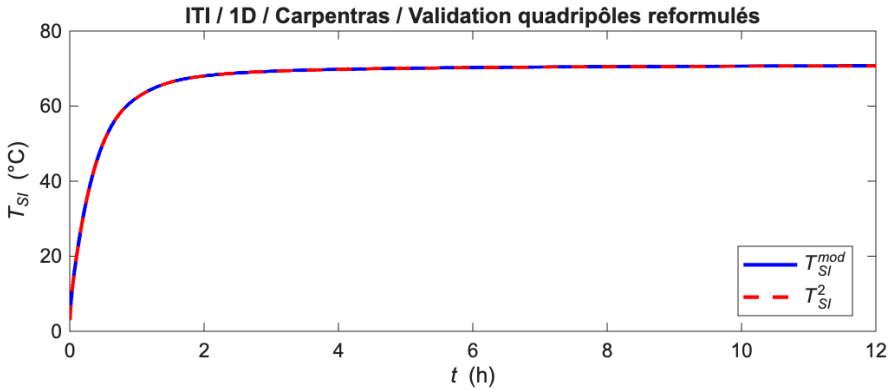
→ Premiers instants problématiques, variations rapides de température et de flux non adaptées à une transformation discrète de Laplace

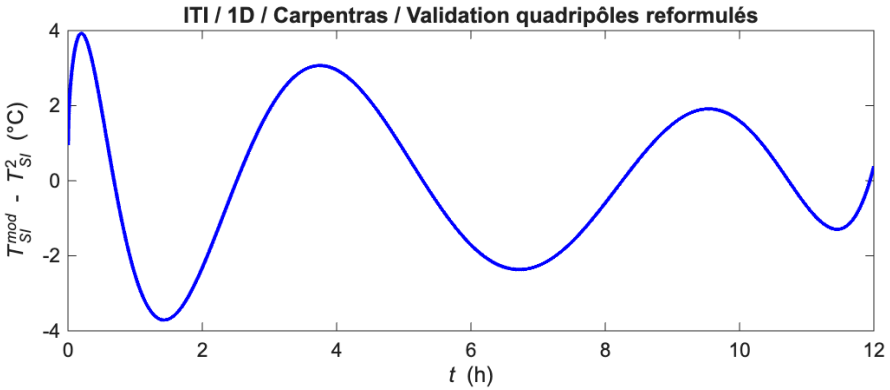
4. Adaptation du modèle quadripôles

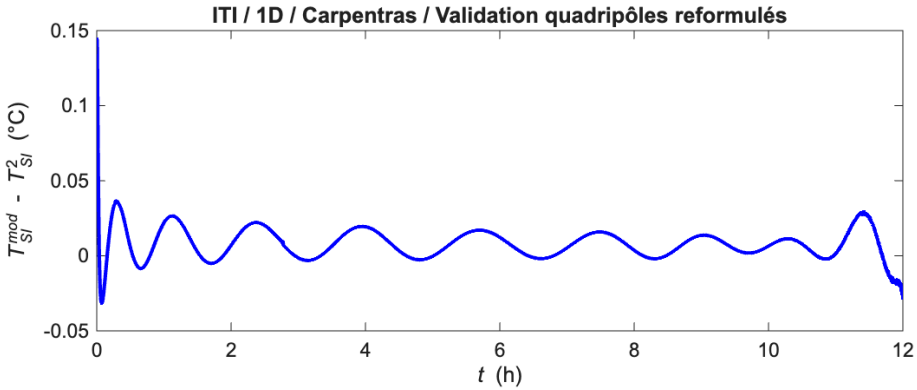
❑ Validation du modèle quadripôles 1D reformulé :

- Fit polynomial – puissances entières : $\varphi_{SI}^{1}(t)$ ⇨ $T_{SI}^{2}(t)$









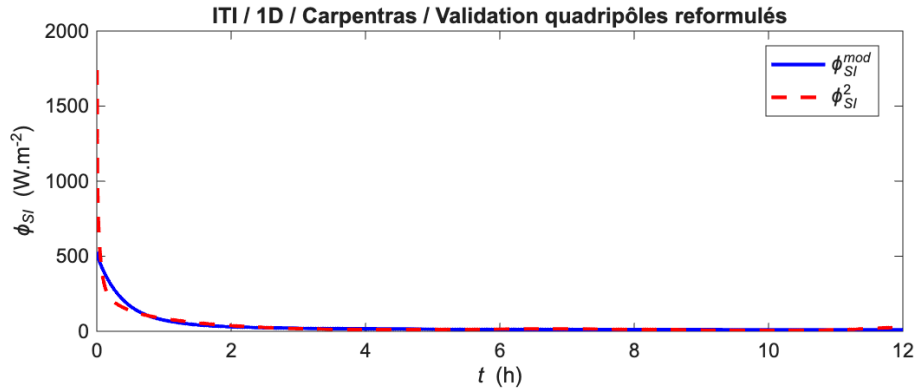
N_{fit} = 5 N_{fit} = 20

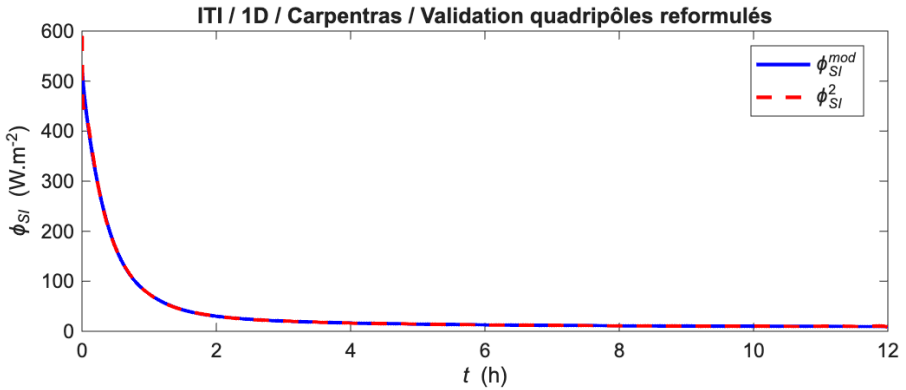
→ Fit satisfaisant à partir d'une puissance de polynôme élevée

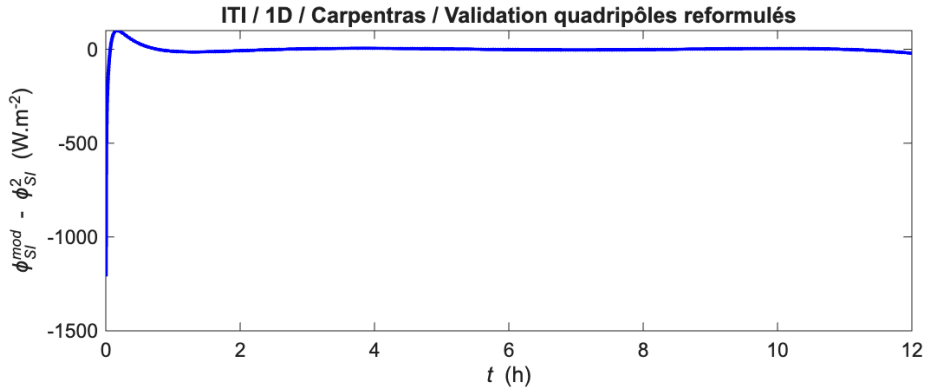
4. Adaptation du modèle quadripôles

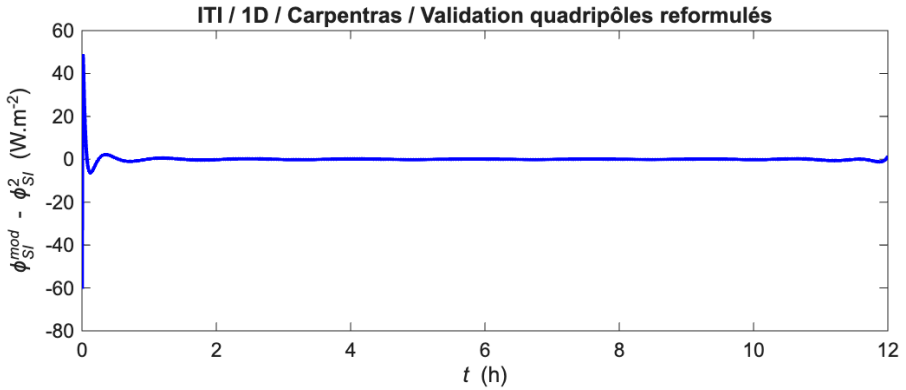
❑ Validation du modèle quadripôles 1D reformulé :

- Fit polynomial – puissances entières : $T_{SI}^{1}(t)$ ⇨ $\varphi_{SI}^{2}(t)$









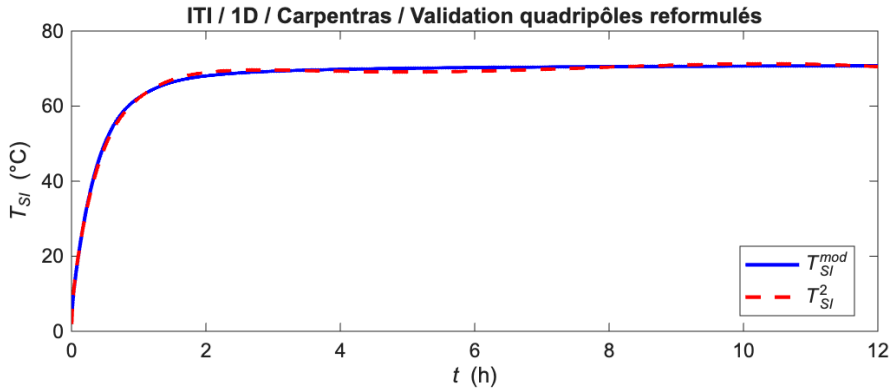
N_{fit} = 5 N_{fit} = 20

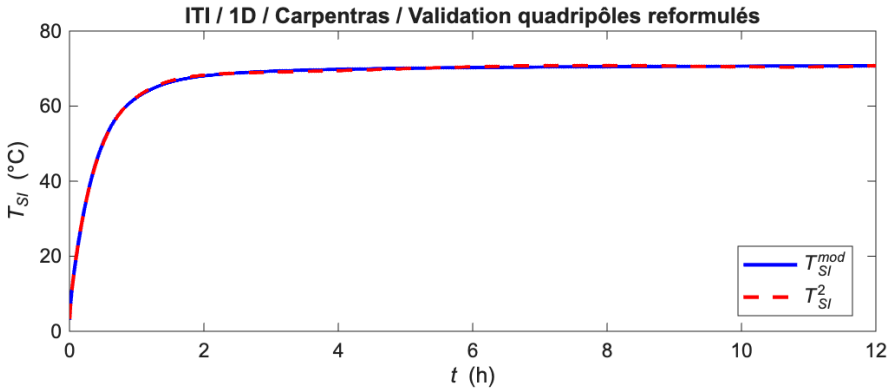
→ Fit satisfaisant à partir d'une puissance de polynôme élevée

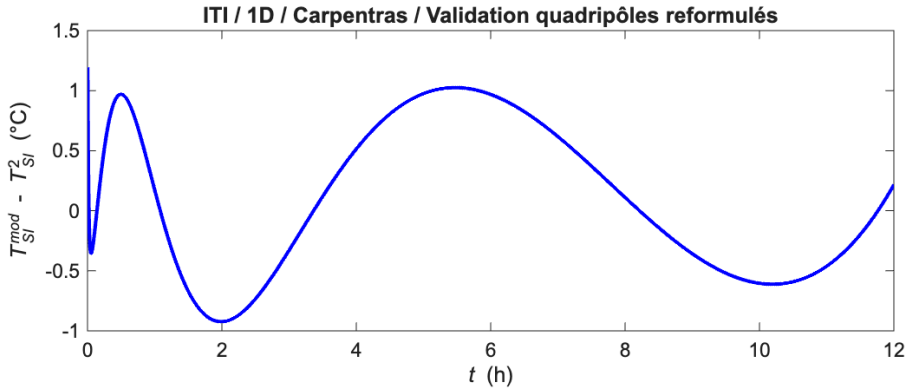
4. Adaptation du modèle quadripôles

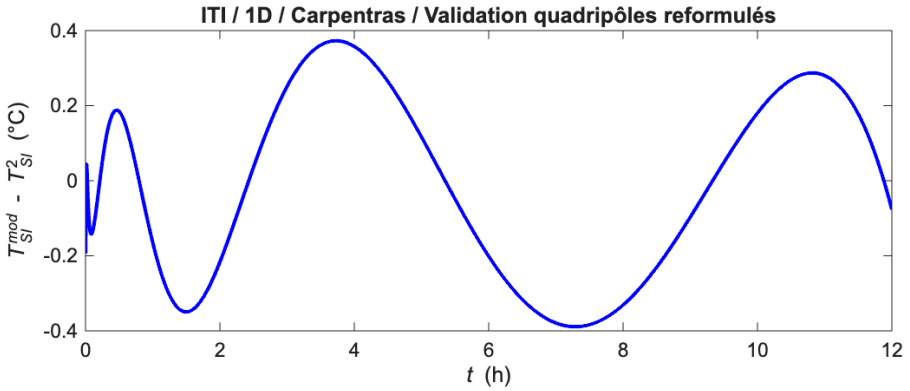
❑ Validation du modèle quadripôles 1D reformulé :

- Fit polynomial – puissances inverses : $\varphi_{SI}^{1}(t)$ ⇨ $T_{SI}^{2}(t)$









N_{fit} = 5 N_{fit} = 20

→ Fit avec puissances inverses moins performant

4. Adaptation du modèle quadripôles

❑ Modèle quadripôles axisymétrique en situation de mesure :

→ Transformations dans l'espace de Laplace/Hankel des conditions limites sur la surface intérieure :

$$\theta(\alpha_n, z, p) = \int_{r=0}^{R} \int_{t=0}^{\infty} T(r,z,t)\, \mathrm{J}_0(\alpha_n r) r \exp(-pt)\, dr\, dt$$

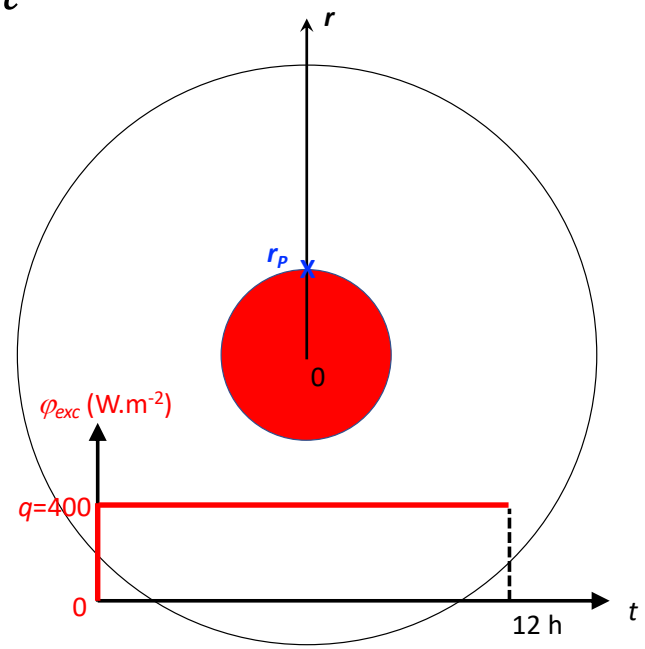
$$\phi(\alpha_n, z, p) = \int_{r=0}^{R} \int_{t=0}^{\infty} \varphi(r,z,t)\, \mathrm{J}_0(\alpha_n r) r \exp(-pt)\, dr\, dt$$

- Cas du flux d'excitation en « modèle complet » :

$$\phi_{exc}(\alpha_n, z, p) = \int_{r=0}^{R} \int_{t=0}^{\infty} \varphi_{exc}(r,z,t)\, \mathrm{J}_0(\alpha_n r) r \exp(-pt)\, dr\, dt$$

$$= \int_{r=0}^{r_P} \varphi_0 \mathrm{J}_0(\alpha_n r) r \frac{1}{p}\, dr = \frac{\varphi_0}{p} \int_{r=0}^{r_P} \mathrm{J}_0(\alpha_n r) r\, dr$$

$$= \frac{\varphi_0}{p} \left[\frac{\mathrm{J}_1(\alpha_n r) r}{\alpha_n} \right]_0^{r_P} = \begin{cases} \frac{\varphi_0}{p} \frac{r_P^2}{2} & \text{pour } n = 0 \\ \frac{\varphi_0}{p} \frac{\mathrm{J}_1(\alpha_n r_P) r_P}{\alpha_n} & \text{pour } n \geq 1 \end{cases}$$



4. Adaptation du modèle quadripôles

❑ Modèle quadripôles axisymétrique en situation de mesure :

○ Cas de la T° de surface intérieure en « modèle reformulé » :

$$\theta_{SI}(\alpha_n, p) = \int_{r=0}^{R}\int_{t=0}^{\infty} T_{SI}(r,t)\,\mathrm{J}_0(\alpha_n r) r \exp(-pt)\,dr\,dt$$

$$= \sum_{i=1}^{i=nb}\left\{\int_{r=r_{i-1}}^{r_i}\int_{t=0}^{\infty} T_{SI,i}(t)\mathrm{J}_0(\alpha_n r) r \exp(-pt)\,dr\,dt\right\}$$

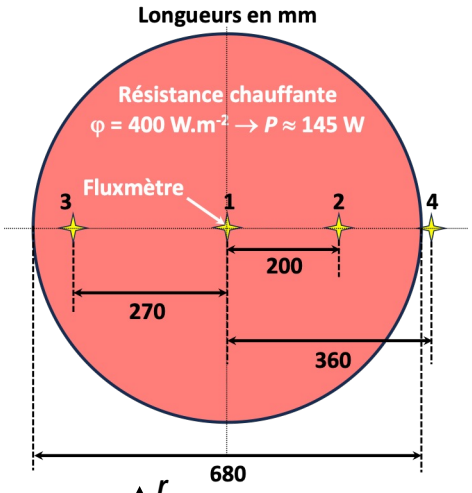
$$= \sum_{i=1}^{i=nb}\left\{\int_{r=r_{i-1}}^{r_i}\int_{t=0}^{\infty}\left(\sum_{j=0}^{N} A_{j,i}.t^j\right)\mathrm{J}_0(\alpha_n r) r \exp(-pt)\,dr\,dt\right\}$$

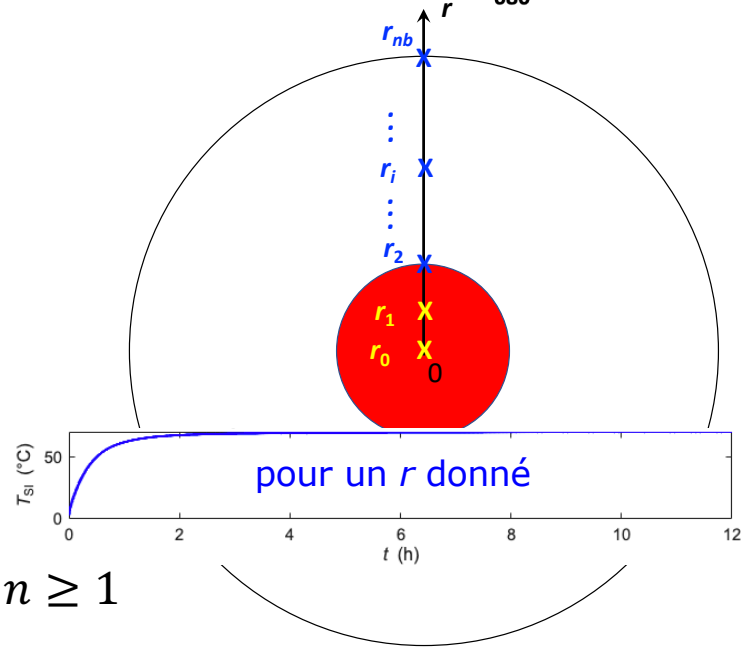
$$= \sum_{i=1}^{i=nb}\left\{\int_{r_{i-1}}^{r_i}\left(\sum_{j=0}^{N} A_{j,i}.\frac{j!}{p^{j+1}}\right)\mathrm{J}_0(\alpha_n r) r\,dr\right\}$$

$$= \sum_{i=1}^{i=nb}\left\{\left(\sum_{j=0}^{N} A_{j,i}.\frac{j!}{p^{j+1}}\right)\int_{r_{i-1}}^{r_i}\mathrm{J}_0(\alpha_n r) r\,dr\right\}$$

$$= \sum_{i=1}^{i=nb}\left\{\left(\sum_{j=0}^{N} A_{j,i}.\frac{j!}{p^{j+1}}\right)\left[\frac{\mathrm{J}_1(\alpha_n r) r}{\alpha_n}\right]_{r_{i-1}}^{r_i}\right\}$$

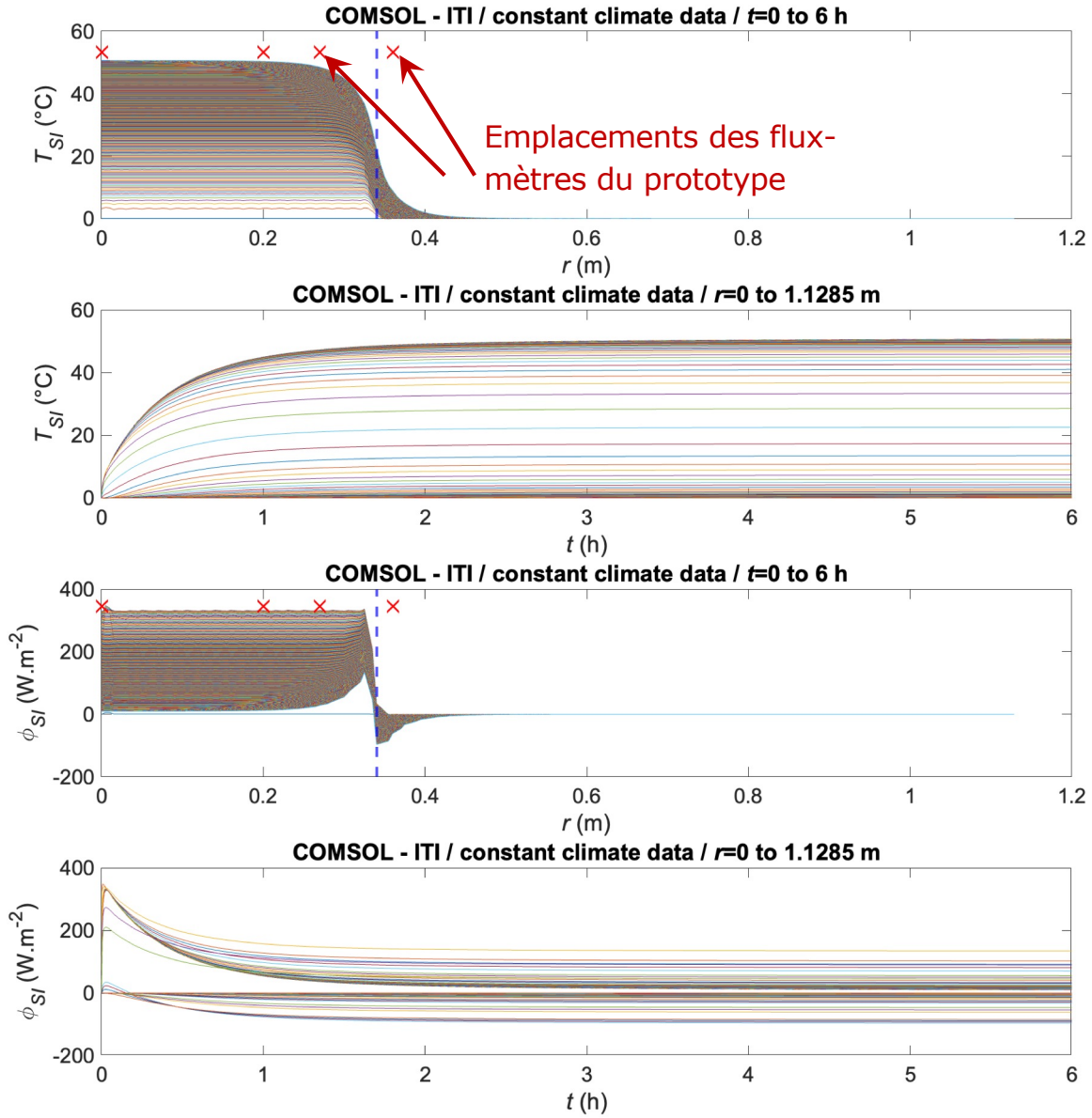
$$= \begin{cases} \displaystyle\sum_{i=1}^{i=nb}\left\{\left(\sum_{j=0}^{N} A_{j,i}.\frac{j!}{p^{j+1}}\right)\frac{r_i^2 - r_{i-1}^2}{2}\right\} & \text{for } n = 0 \\ \displaystyle\sum_{i=1}^{i=nb}\left\{\left(\sum_{j=0}^{N} A_{j,i}.\frac{j!}{p^{j+1}}\right)\frac{r_i.\mathrm{J}_1(\alpha_n r_i) - r_{i-1}.\mathrm{J}_1(\alpha_n r_{i-1})}{\alpha_n}\right\} & \text{for } n \geq 1 \end{cases}$$





4. Adaptation du modèle quadripôles

❑ Modèle quadripôles axisymétrique en situation de mesure :



→ Profils de T° et de flux simulés (*COMSOL*) sur la surface intérieure

→ Recherche à chaque instant d'une fonction $F(r)$ reproduisant les profils $T_{SI}(r)$ (les profils $\boldsymbol{\Phi}_{SI}(r)$ sont trop complexes pour envisager un fitting)

4. Adaptation du modèle quadripôles

❑ Modèle quadripôles axisymétrique en situation de mesure :

→ Recherche d'une fonction *F*(*r*) optimale en utilisant seulement les températures simulées sur les emplacements des flux-mètres du prototype :

$$F(r) = L_{bas} + \frac{L_{haut} - L_{bas}}{[1 + e^{-k(r-r_0)}]^{\nu}}$$

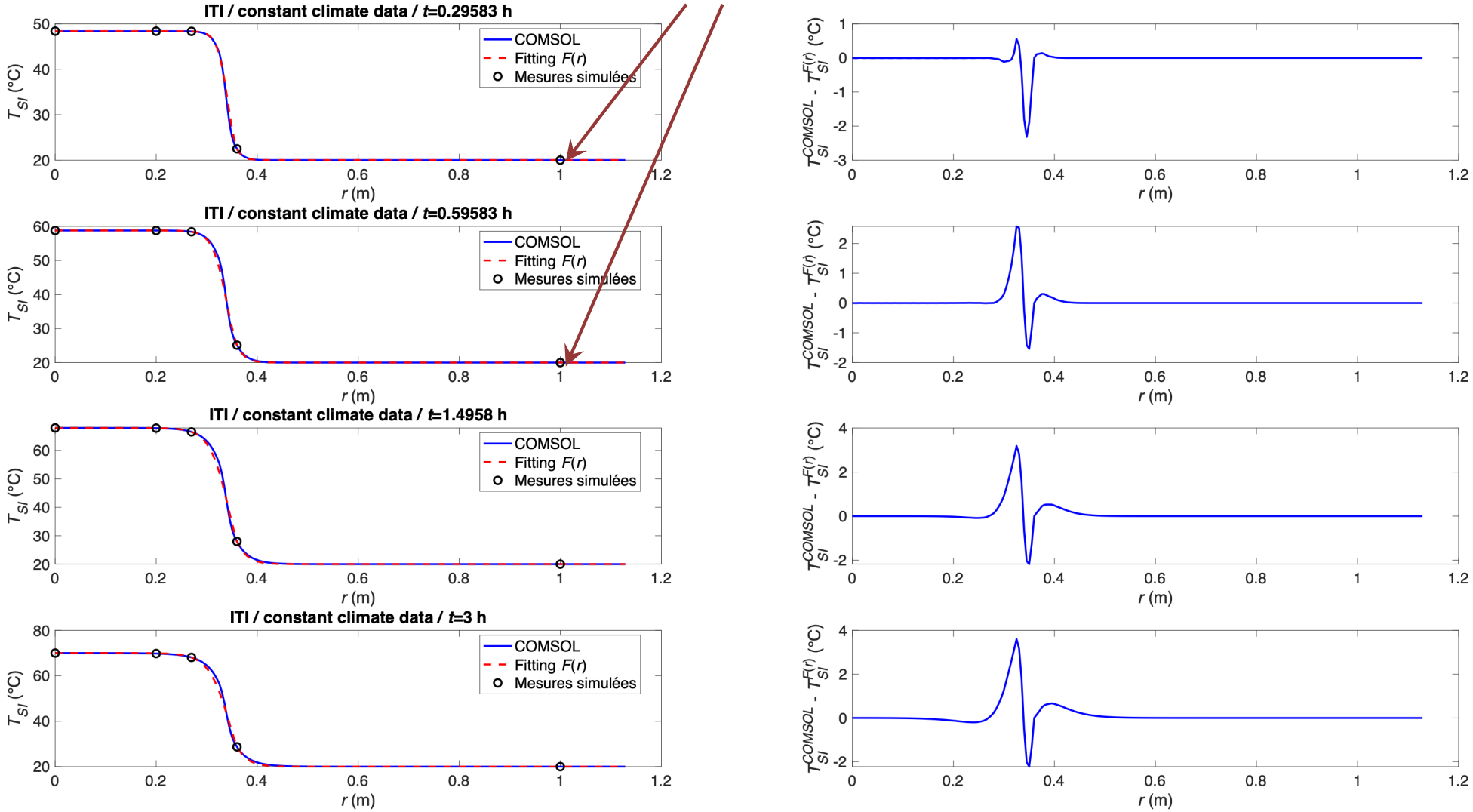
L_{bas} : niveau bas
L_{haut} : niveau haut
k : pente de la transition
r_0 : point d'inflexion
ν : coefficient d'asymétrie

- Sigmoïde asymétrique (fonction adaptée à une évolution présentant deux paliers avec transition abrupte)
- Recherche des coefficients ci-dessus à l'aide de la fonction *lsqcurvefit* de *Matlab*

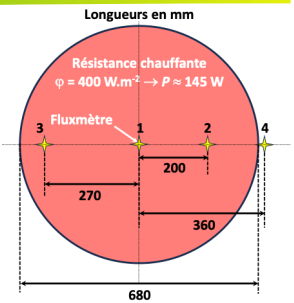
4. Adaptation du modèle quadripôles

- **Recherche de la fonction *F*(*r*) à différents instants de la simulation, le profil à retrouver est simulé (*COMSOL*) :**

Ajout d'un « point de mesure simulé » à l'extrémité du profil = T° air intérieur T_{int}

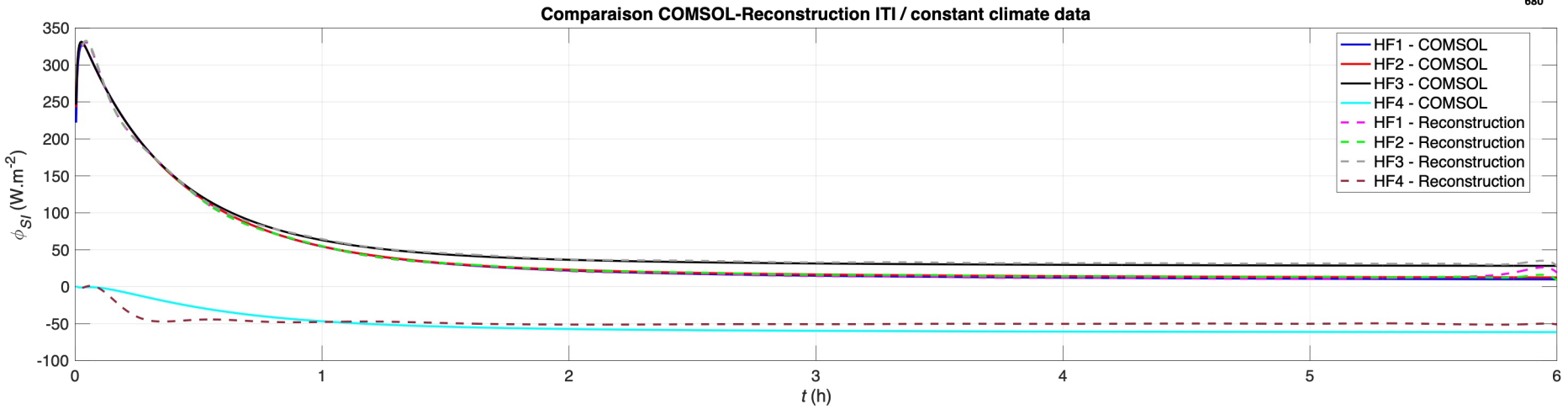


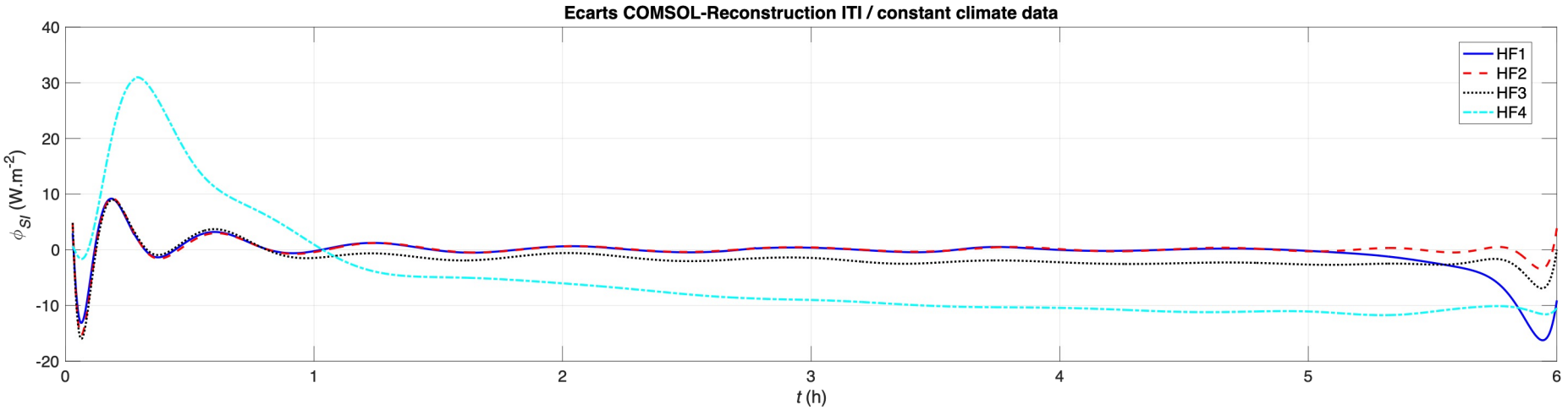
4. Adaptation du modèle quadripôles



❑ Validation du modèle quadripôles axisymétrique reformulé :

→ Comparaison des profils $\Phi_{SI}(t)$ aux 4 emplacements des flux-mètres entre simulation *COMSOL* et modèle quadripôles reformulé – paroi ITI :

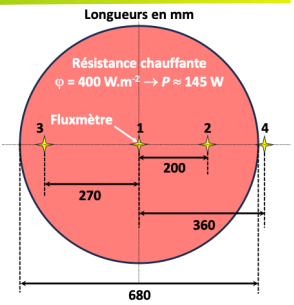


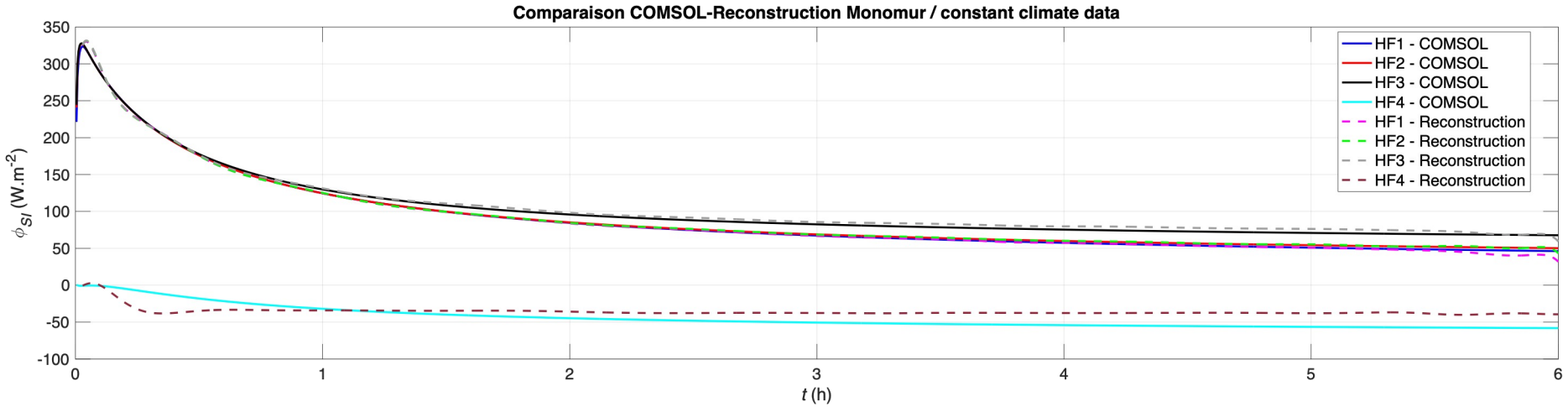


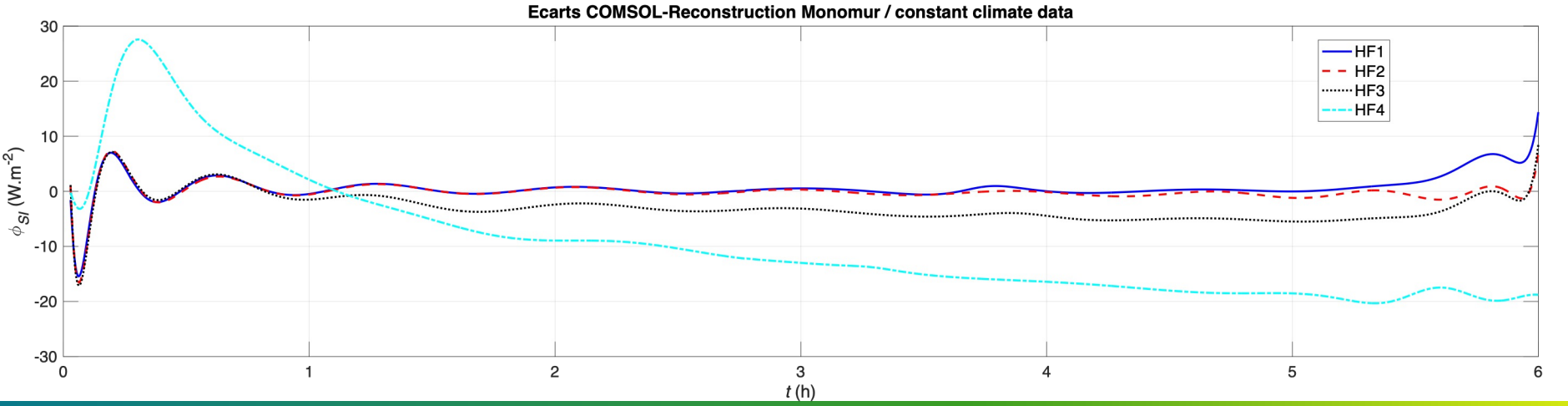
4. Adaptation du modèle quadripôles

❑ Validation du modèle quadripôles axisymétrique reformulé :

→ Comparaison des profils $\Phi_{SI}(t)$ aux 4 emplacements des flux-mètres entre simulation *COMSOL* et modèle quadripôles reformulé – paroi Monomur :





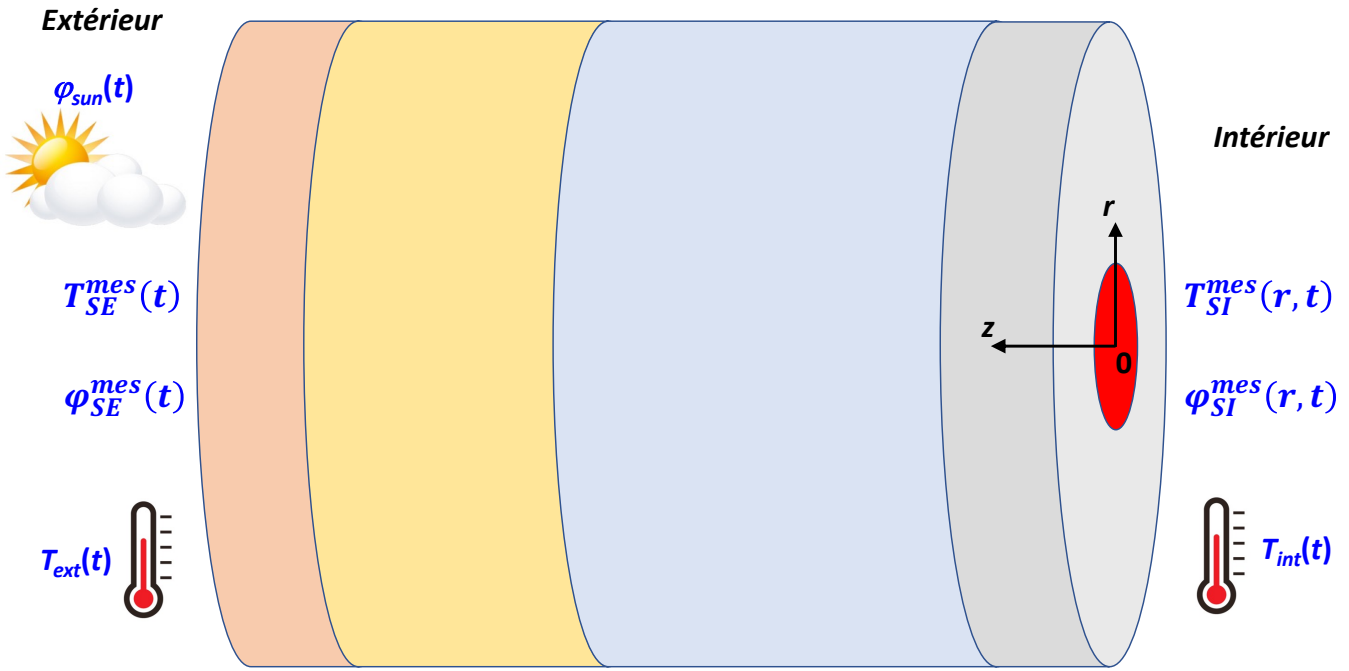


5. Résultats d'identifications

❑ Formulation du problème inverse :

→ Données de mesure disponibles dans la situation « complète » :

- Nombreuses situations d'inversion possibles suivant les mesures disponibles
- Choix à faire sur :
  - les mesures utilisées comme conditions limites dans le modèle direct
  - les mesures faisant l'objet de la minimisation



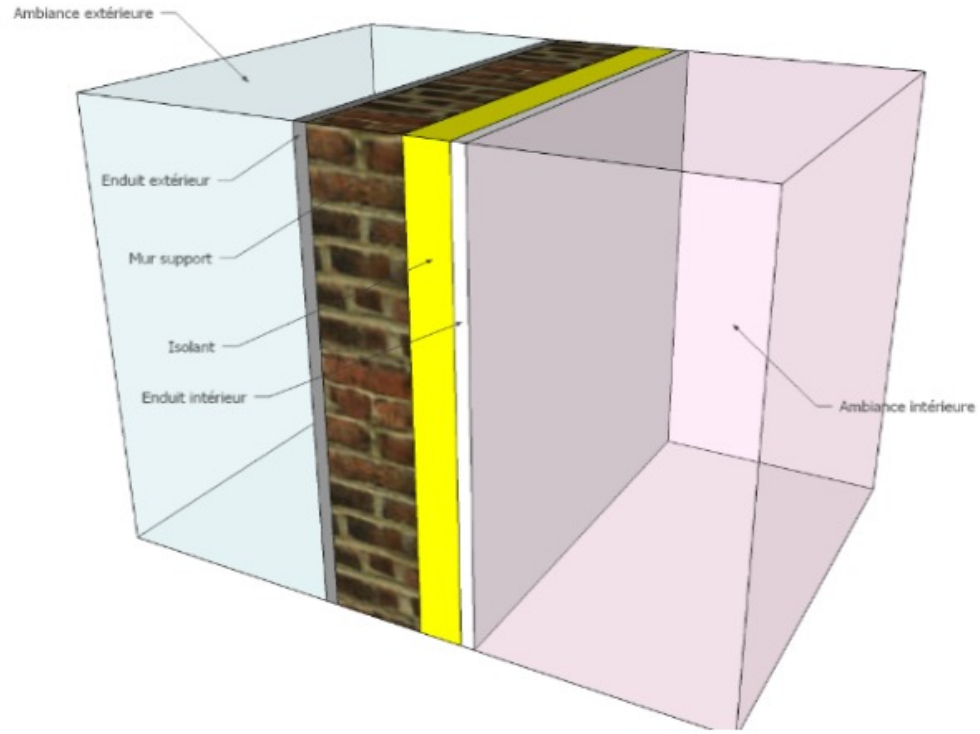
5. Résultats d'identifications

❑ Inversions numériques 1D sur paroi ITI :

- Excitation pendant 12 h à partir de t=0
- Conditions météorologiques extérieures de Carpentras ou Nancy
- Mesures simulées à l'aide du modèle direct complet 1D avec ajout d'un bruit numérique
- Formulation quadripôles en b-τ
- Vecteur $\boldsymbol{\beta}$ des paramètres à estimer variable, initialisation éloignée des valeurs « vraies », les autres paramètres thermophysiques de la modélisation sont supposés parfaitement connus
- Algorithmes de minimisation testés :
  - *Gradient conjugué*
  - *Gauss-Newton*
  - *Levenberg-Marquardt*
  - *Régions de confiance (lsqnonlin Matlab)*
  - *Levenberg-Marquardt (lsqnonlin Matlab)*

5. Résultats d'identifications

❑ Inversions numériques 1D sur paroi ITI :



Couche n°*i* (de l'int. vers l'ext.)	Épaisseur e_i [m]	Conductivité thermique λ_i [W.m^{-1}.K^{-1}]	Masse volumique ρ_i [kg.m^{-3}]	Chaleur massique c_i [J.kg^{-1}.K^{-1}]	Résistance thermique R_{th} [m^2.K.W^{-1}]
Enduit intérieur (i=1)	0.013	0.3	750	1000	6.25
Isolant (i=2)	0.2	0.034	50	1100	
Mur support (i=3)	0.22	0.7	900	1000	
Enduit extérieur (i=4)	0.01	1.2	1500	1000	

5. Résultats d'identifications

❑ Inversions numériques 1D sur paroi ITI :

○ Minimisation T_{SI} - Météo Carpentras transfo. discrètes

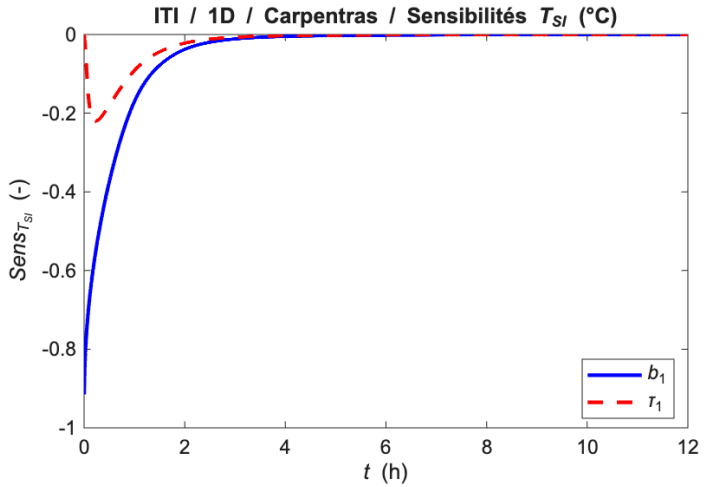
❑ Estimation b_1-τ_1-b_2-τ_2

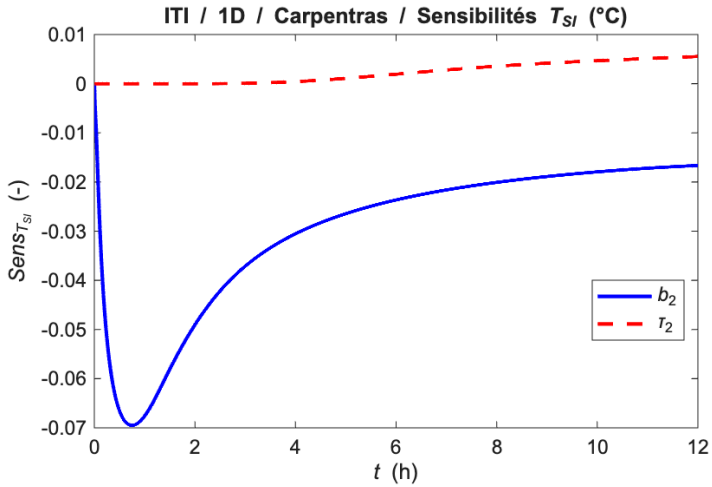
R_{vraie} ($m^2.K.W^{-1}$)	R_{init} ($m^2.K.W^{-1}$)	Algorithme de minimisation	N_{iter}	S_{MC} (K^2)	R_{estim} ($m^2.K.W^{-1}$)	$\lvert R_{vraie}-R_{estim} \rvert / R_{vraie}$ (%)
6.248	13.485	Gradient conjugué	6	13234.35	26.052	316.95
		Gauss-Newton	_	_	_	_
		Levenberg-Marquardt	_	_	_	_
		Régions de confiance (*lsqnonlin*)	101	95018.74	2.687	56.99
		Levenberg-Marquardt (*lsqnonlin*)	4	92866.27	5.022	19.62

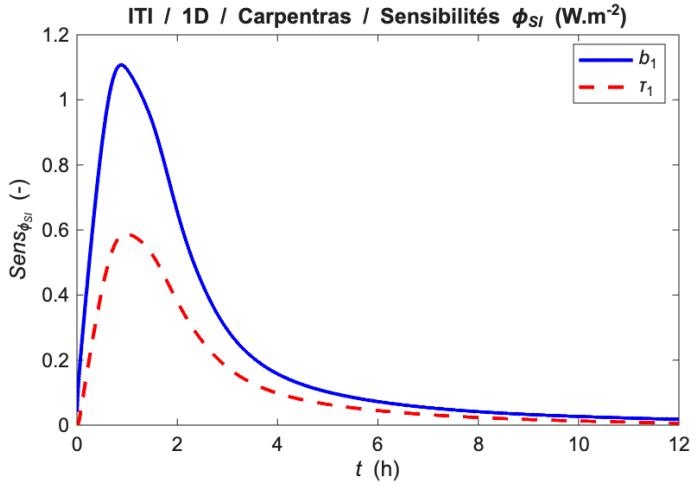
→ **Estimation impossible**

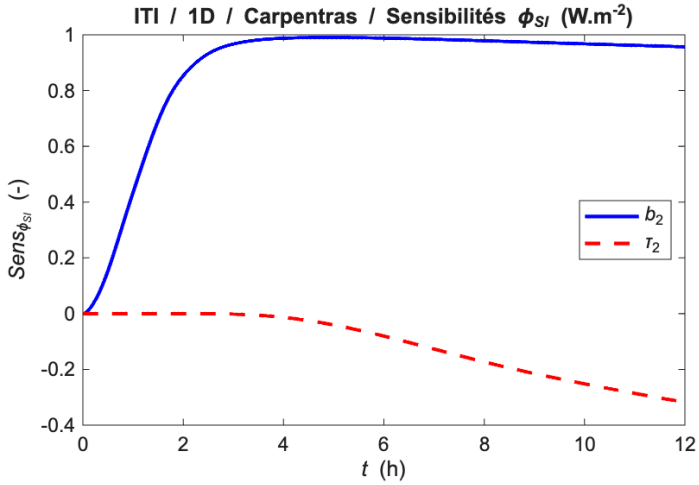
5. Résultats d'identifications

❑ Inversions numériques 1D sur paroi ITI :









→ Couche 1 / b-τ : **paramètres corrélés**

→ Couche 2 / b-τ : **pas de corrélation forte**

5. Résultats d'identifications

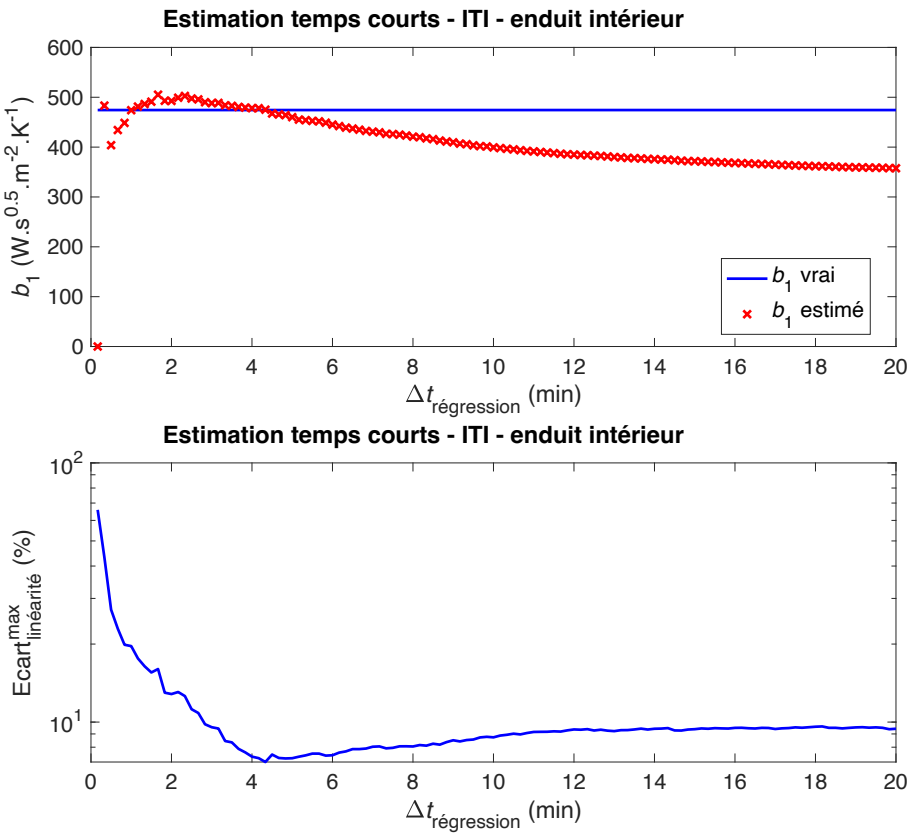
❑ Inversions numériques 1D sur paroi ITI :

- Hypothèse de mur semi-infini aux temps courts - Modèle asymptotique en face avant sur les premières minutes de diffusion de la chaleur :

$$\Delta T = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \frac{q}{b_1} \sqrt{t}$$

avec q la densité de puissance d'excitation en surface et b_1 l'effusivité thermique de la première couche

→ intervalle de temps de l'analyse de linéarité variable jusqu'à obtenir un minimum d'écarts de linéarité



5. Résultats d'identifications

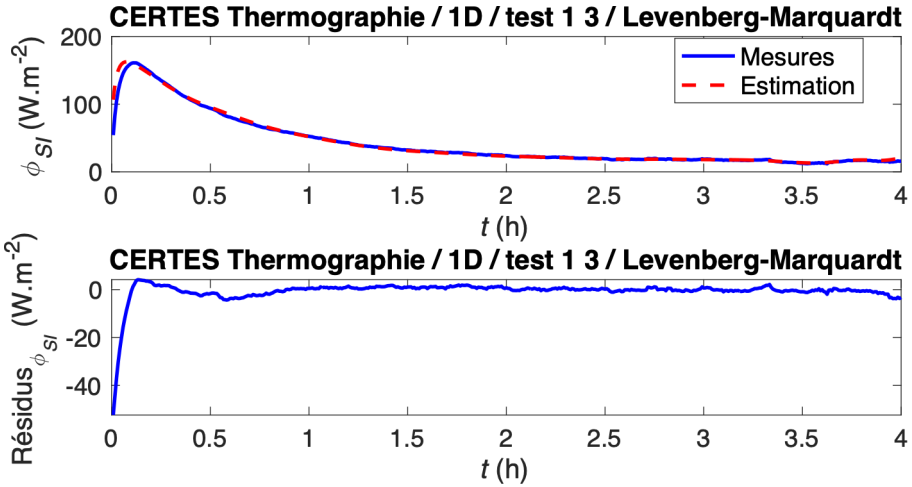
❑ Inversions numériques 1D sur paroi ITI :

○ Minimisation T_{SI} - Météo Carpentras transfo. discrètes

❑ Estimation τ_1-b_2-τ_2 + b_1 aux temps courts

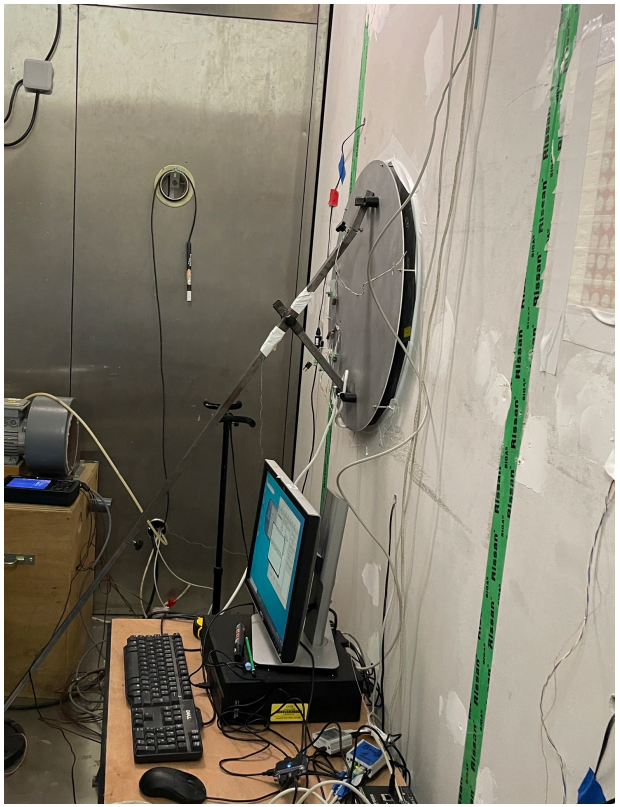
R_{vraie} ($m^2.K.W^{-1}$)	R_{init} ($m^2.K.W^{-1}$)	Algorithme de minimisation	N_{iter}	S_{MC} ($W^2.m^{-4}$)	R_{estim} ($m^2.K.W^{-1}$)	$\lvert R_{vraie}-R_{estim} \rvert / R_{vraie}$ (%)
6.248	10.398	Gradient conjugué	52	307158.86	4.336	30.61
		Gauss-Newton	–	–	–	–
		Levenberg-Marquardt	89	334872.86	6.161	1.40
		Régions de confiance (*lsqnonlin*)	9	105301912.38	1.580	74.71
		Levenberg-Marquardt (*lsqnonlin*)	–	–	–	–

→ **Corrélation entre b_1 et τ_1 contournée par une analyse aux temps courts**



5. Résultats d'identifications

❑ Essais expérimentaux :



→ **Paroi ITI-1 :** (paroi connue de référence)

- BA10 + PSE 8 cm + Mur en parpaings 15 cm
- Paroi du CERTES donnant sur un couloir intérieur
- R_{theo} = 2,83 $m^2.K.W^{-1}$

→ **Paroi ITI-2 :** (paroi de composition incertaine)

- BA13, Laine de verre 12 cm, Mur en parpaings 15 cm, Enduit 1 cm
- Paroi du CERTES donnant sur l'extérieur
- R_{theo} = 3,27 $m^2.K.W^{-1}$

→ **Paroi Béton de chanvre :** (Monomur épais avec transferts latéraux)

- Plaque Fermacell 1,25 cm, Béton de chanvre 30 cm, Enduit à la chaux 1,5 cm
- Paroi de laboratoire étudiée en chambre climatique (CSTB)
- R_{theo} = 2,92 $m^2.K.W^{-1}$

5. Résultats d'identifications

❑ Inversions sur essais expérimentaux :

→ **Inversions 1D :** Estimation de b_1 avec analyse aux temps courts et de τ_1-b_2-τ_2 (algorithme de Levenberg-Marquardt)

Wall	R_{theo}[1] ($m^2.K.W^{-1}$)	R_{stea}[2] ($m^2.K.W^{-1}$)	Minimization parameter	Exterior condition	N_{iter}	Σ_{LS} (K^2 or $W^2.m^{-4}$)	R_{estim} ($m^2.K.W^{-1}$)	$\lvert R_{theo}-R_{estim}\rvert / R_{theo}$ (%)	$\lvert R_{stea}-R_{estim}\rvert / R_{stea}$ (%)
ITI-1	2.83	2.78	φ_{SI}	NONE	26	9555.38	2.93	3.53	5.32
			φ_{SI}	$h_{ext} + T_{ext}(t)$	27	9433.87	2.96	4.52	6.33
			φ_{SI}	$T_{SE}(t)$	11	9401.70	2.90	2.46	4.24
ITI-2	3.27	2.15	φ_{SI}	NONE	1	193091.21	1.04	68.13	51.53
			φ_{SI}	$h_{ext} + T_{ext}(t)$	30	25851.43	2.11	35.62	2.08
			φ_{SI}	$T_{SE}(t)$	21	25828.94	2.18	33.27	1.49
Hemp concrete	2.92	0.90	φ_{SI}	NONE	18	331421.22	0.67	77.16	25.88
			φ_{SI}	$h_{ext} + T_{ext}(t)$	4	276117.13	0.27	90.71	69.85
			φ_{SI}	$T_{SE}(t)$	2	9600726.74	0.96	67.08	6.81

[1] *Résistance théorique calculée à partir des propriétés supposées connues de la paroi*

[2] *Résistance calculée à partir de des données mesurées en régime pseudo-permanent*

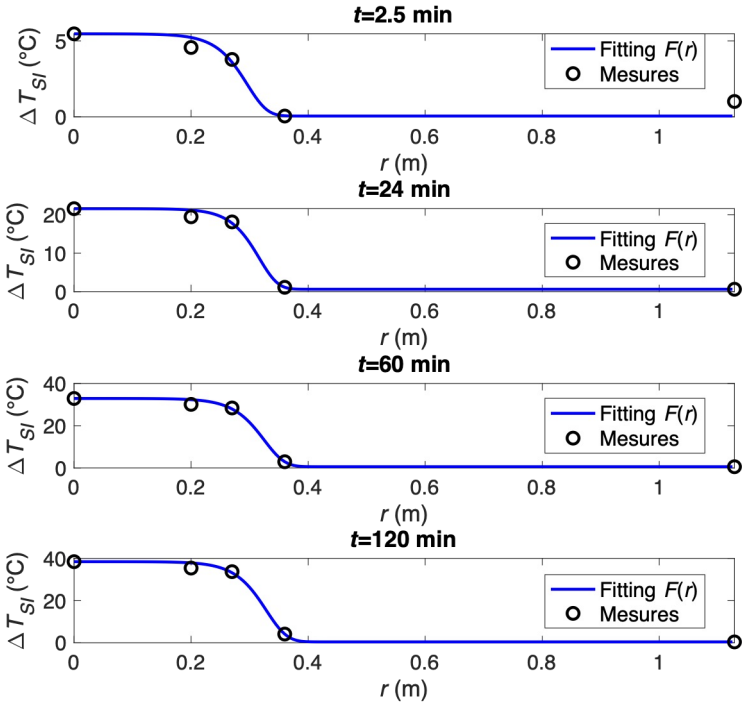
- Paroi ITI-1 : modèle 1D suffisant pour obtenir une bonne estimation de la résistance, amélioration de l'estimation par la prise en compte fine de la condition limite extérieure
- Paroi ITI-2 : méconnaissance confirmée de la composition de la paroi, prise en compte des conditions extérieures primordiale
- Paroi Béton de chanvre : modèle 1D inopérant pour ce type de paroi

5. Résultats d'identifications

❑ Inversions sur essais expérimentaux :

→ Inversions 2D axi. – Paroi ITI-1 :

- Propriétés couche 1 fixées avec résolution 1D
- Distribution de température mesurée par le prototype sur la zone d'excitation moins uniforme que dans les simulations



R_{estim} ($m^2.K.W^{-1}$)	$\lvert R_{theo}-R_{estim}\rvert / R_{theo}$ (%)	$\lvert R_{stea}-R_{estim}\rvert / R_{stea}$ (%)
8.71	207.89	213.23

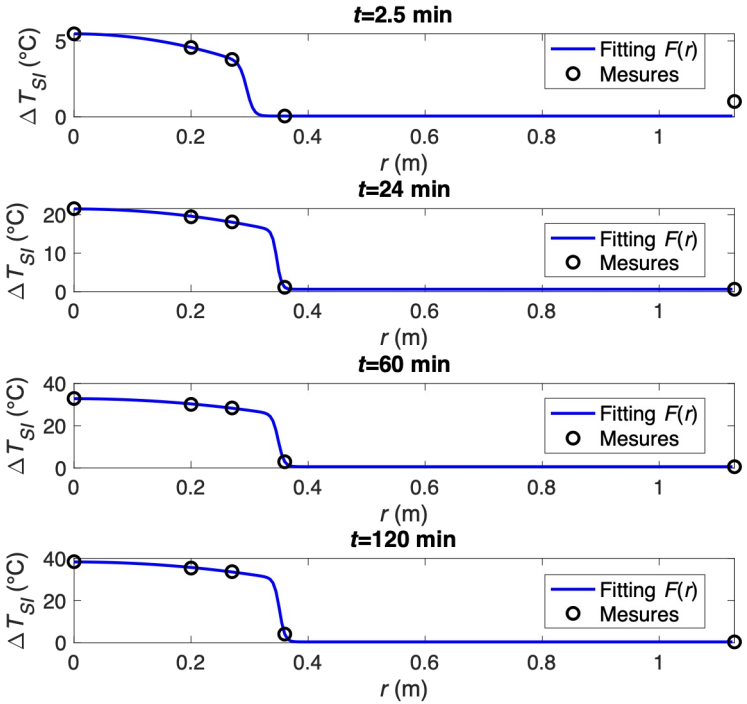
$$F_1(r) = L_{bas} + \frac{L_{haut} - L_{bas}}{[1 + e^{-k(r-r_0)}]^{\nu}}$$

5. Résultats d'identifications

❑ Inversions sur essais expérimentaux :

→ Inversions 2D axi. – Paroi ITI-1 :

- Propriétés couche 1 fixées avec résolution 1D
- Nécessité de modifier la fonction de fitting $F(r)$



$$F_2(r) = L_{bas} + \frac{(a + b \times r^2) - L_{bas}}{1 + e^{-k(r-r_0)}}$$

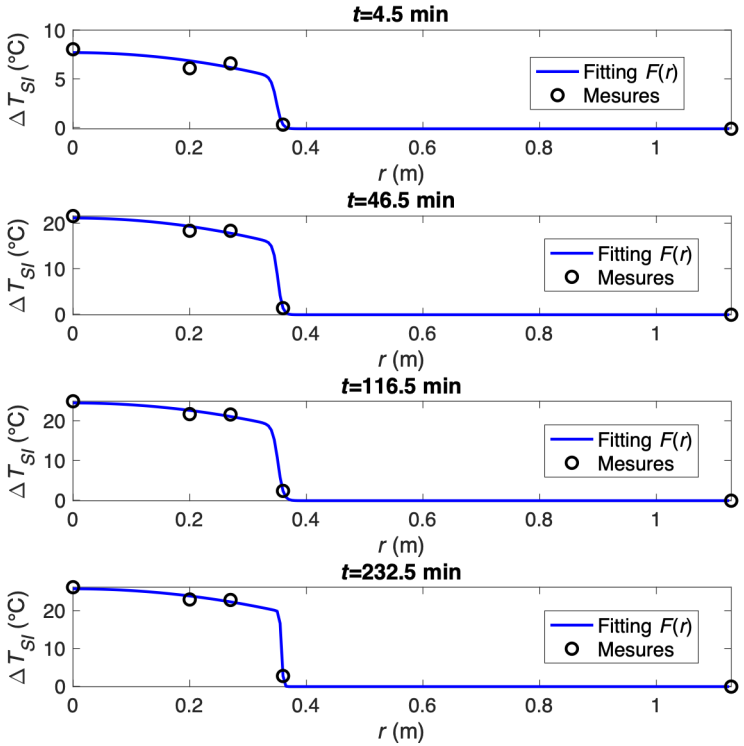
R_{estim} ($m^2.K.W^{-1}$)	$\lvert R_{theo}-R_{estim}\rvert / R_{theo}$ (%)	$\lvert R_{stea}-R_{estim}\rvert / R_{stea}$ (%)
2.80	1.00	0.72

5. Résultats d'identifications

❑ Inversions sur essais expérimentaux :

→ Inversions 2D axi. – Paroi Béton de chanvre :

- Propriétés couche 1 fixées avec résolution 1D
- Nécessité de modifier à nouveau la fonction de fitting $F(r)$



$$F(r)\ ?$$

$$F_2(r) = L_{bas} + \frac{(a + b \times r^2) - L_{bas}}{1 + e^{-k(r - r_0)}}$$

Conclusions

- **Projet ANR RESBIOBAT :** Mesure in-situ de RESistance thermique de parois fortement isolées et de parois BIO-sourcées de BATiment
  - Contexte de la caractérisation thermique de parois de bâtiment
  - Prototype de mesure basé sur une approche active pour la caractérisation *in situ* de parois avec transferts latéraux : avantage de l'axisymétrique (résolution 2D avec effets 3D), étude de sensibilité pour le positionnement des capteurs
  - Modèles quadripôles thermiques 1D et axisymétrique adaptés à tout type de conditions limites
  - Stratégie d'inversion : 1D pour la caractérisation de la première couche, axisymétrique pour la caractérisation de la deuxième couche (transferts latéraux, majoritaire dans la résistance totale)
  - Validation sur différents essais expérimentaux en cours