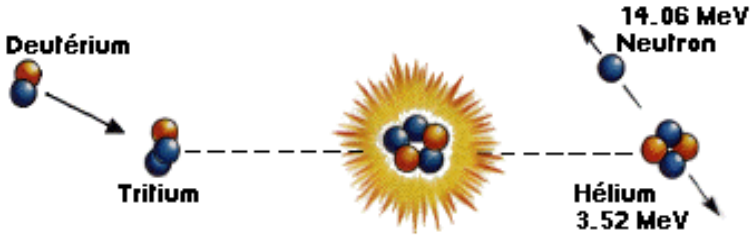
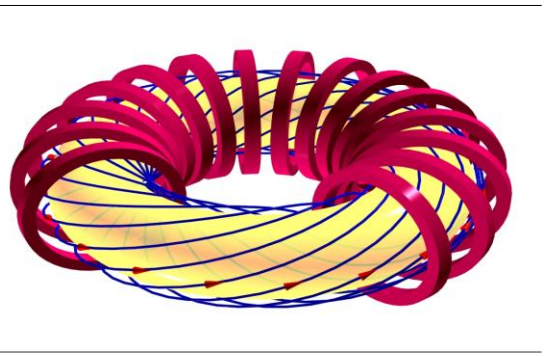
Tout ce que vous avez toujours voulu savoir sur les profils d'effusivité sech(ξ) (sans jamais oser le demander) : application à la caractérisation de tungstène exposé au plasma du Tokamak WEST

Clément MONET-VIDONNE (IUSTI, Aix Marseille U.), Jean-Claude Krapez (ONERA, Salon de Provence),
Fabrice RIGOLLET (IUSTI, Aix Marseille U.), Jonathan GASPAR (IUSTI, Aix Marseille U.),
Jean Laurent GARDAREIN (IUSTI, Aix Marseille U.), Nathalie EHRET (IUSTI, Aix Marseille U.)

Fusion par confinement magnétique

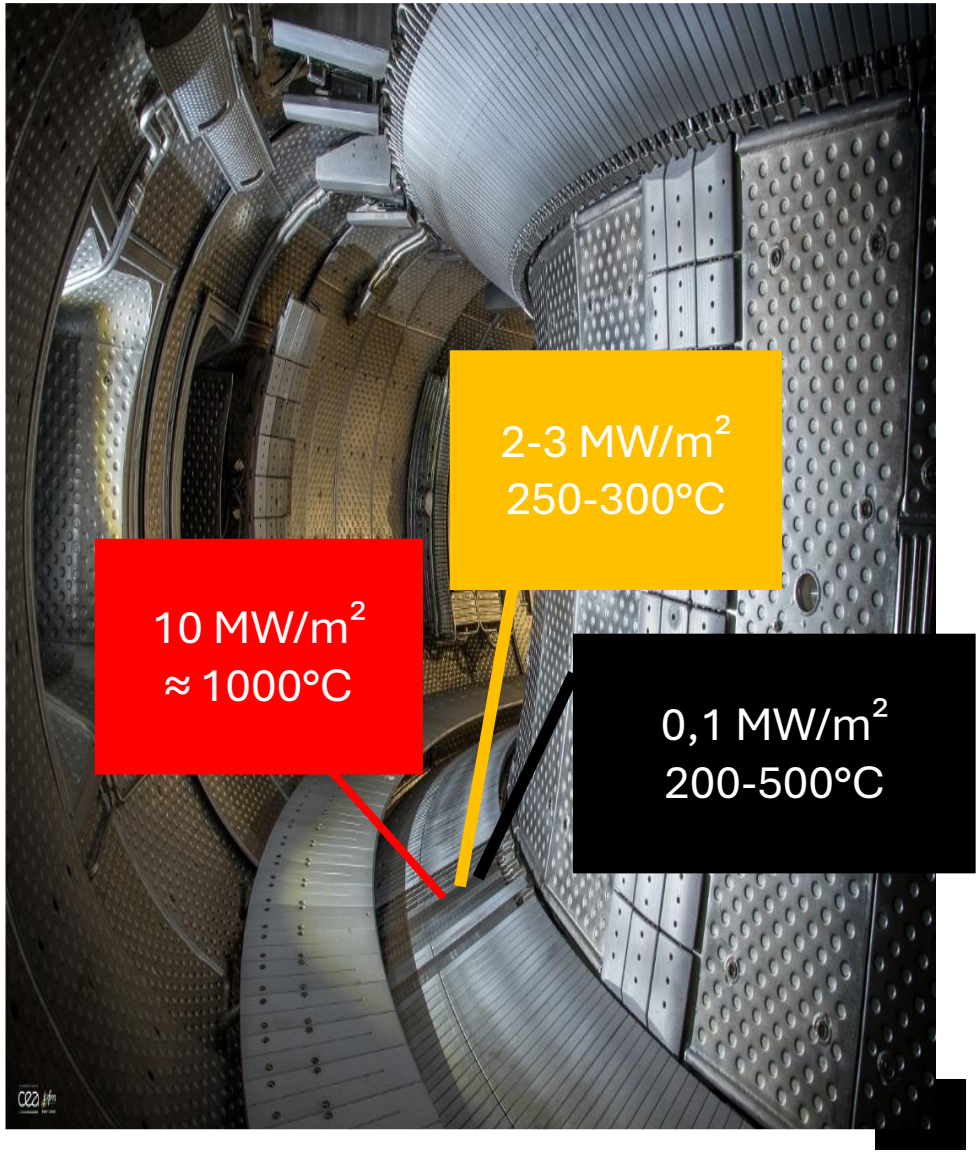
- Réaction de fusion aux alentours de 100 millions °C





- Confinement du plasma dans une enceinte fermée grâce à de puissants champs magnétiques

- Composants soumis à des flux thermiques pouvant atteindre 10 MW/m^2
- Ces composants sont en tungstène massif

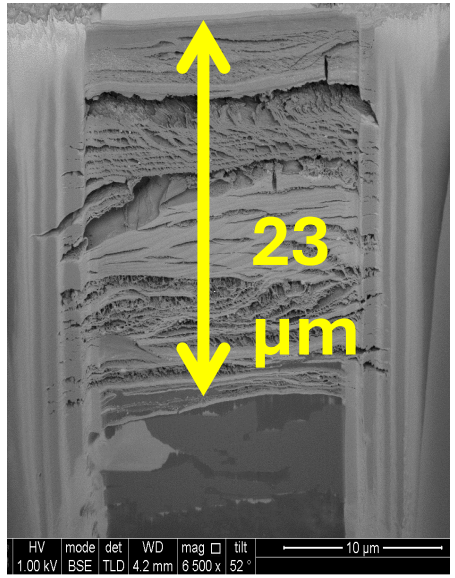


Dépôts sur le divertor du Tokamak WEST

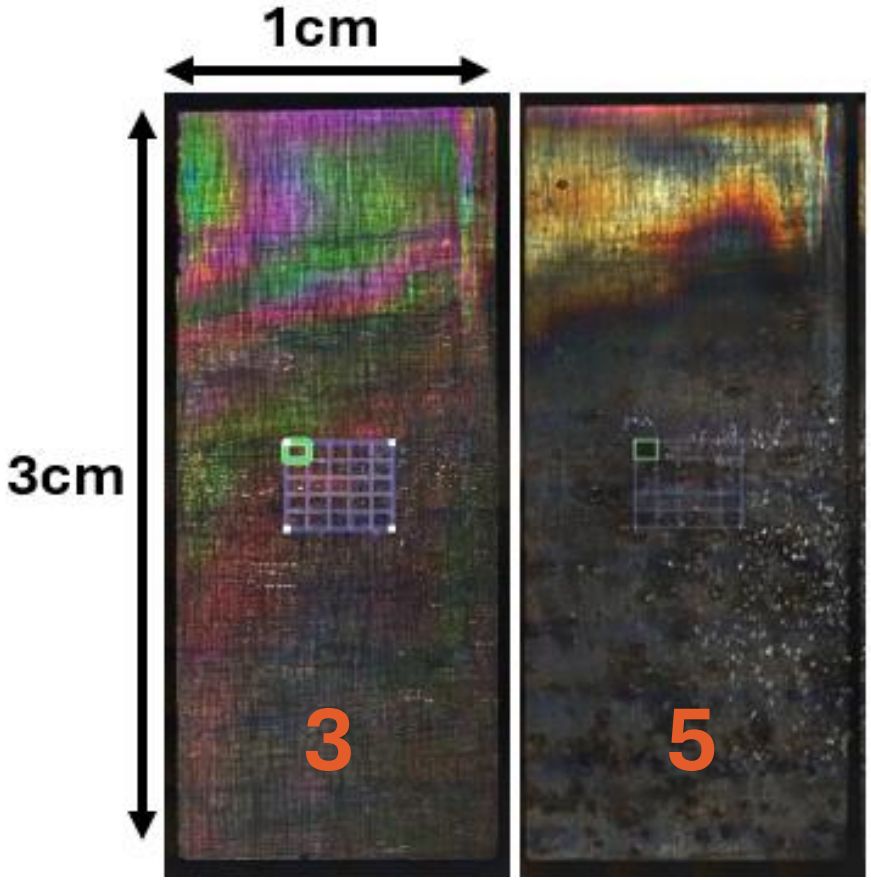




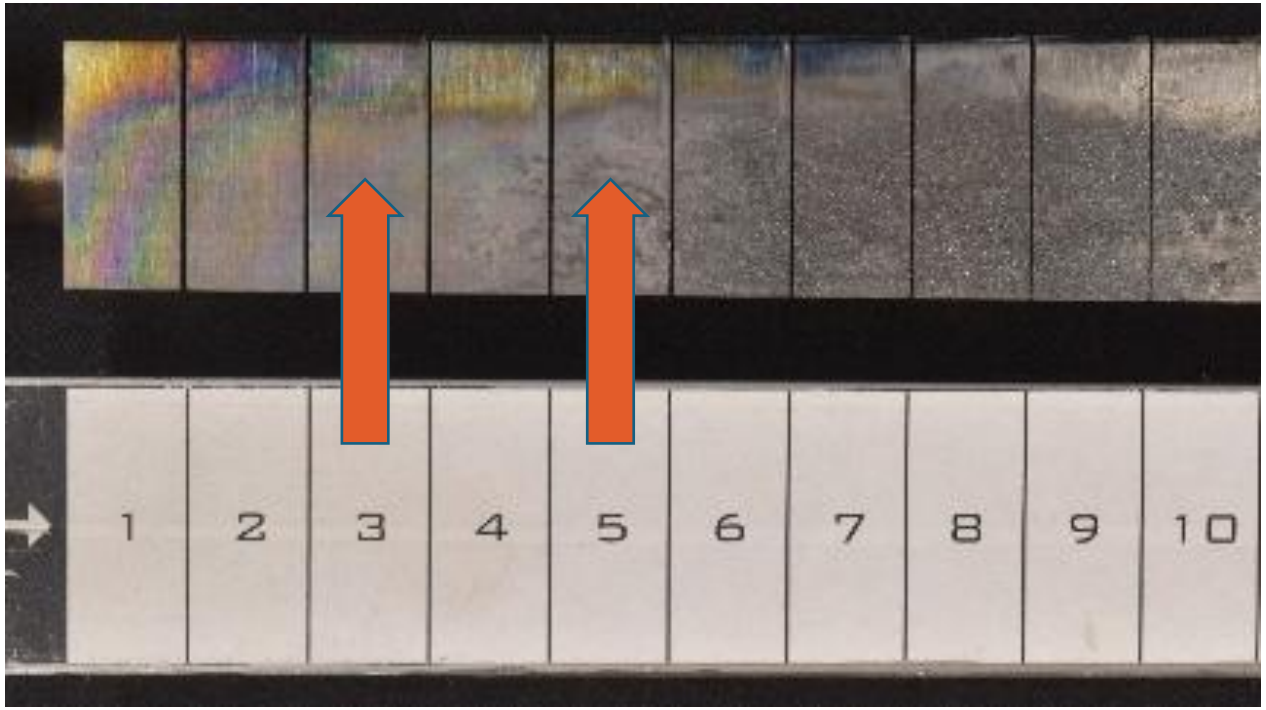
FIB d'un dépôt
équivalent au MB 06



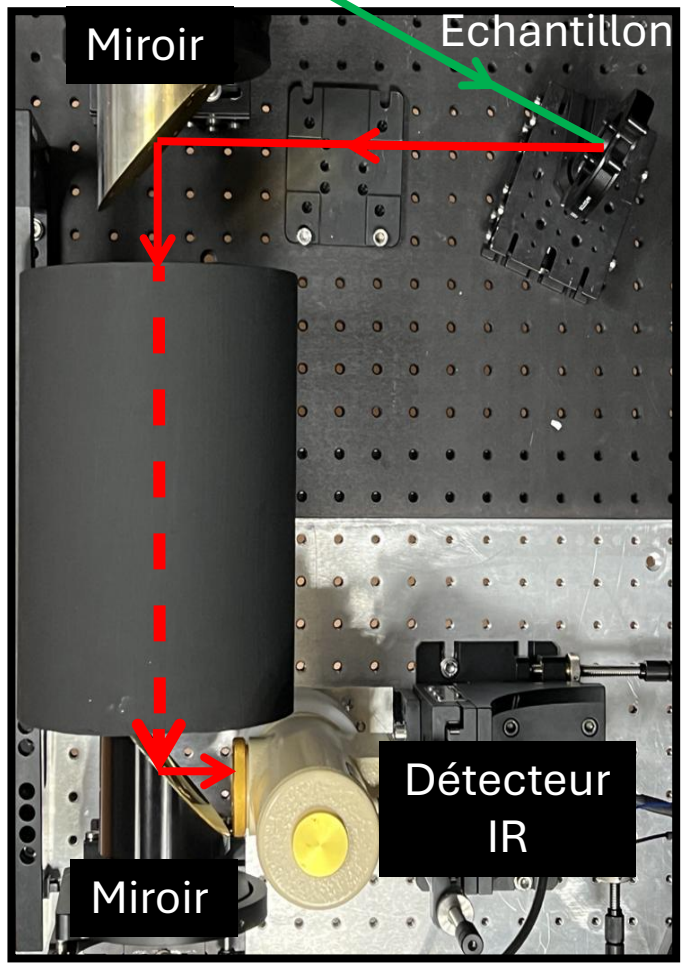
Echantillons WEST : Dépôts de 500 nm à 20 µm



500 nm – 1 µm 10 µm – 20 µm



Banc de mesure type flash face avant



- Laser YAG, @532 nm, D= 15-30 mm, 10 ns, 100 mJ
- Lampe flash, D = 100mm, 80 µs

Miroir parabolique
90°, D = 76,2 mm,
f = 250 mm

Echantillon

synchro

$\Delta T(t)$

Oscilloscope numérique
Lecroy 500Mhz

$\Delta V = K.\Delta T(t)$

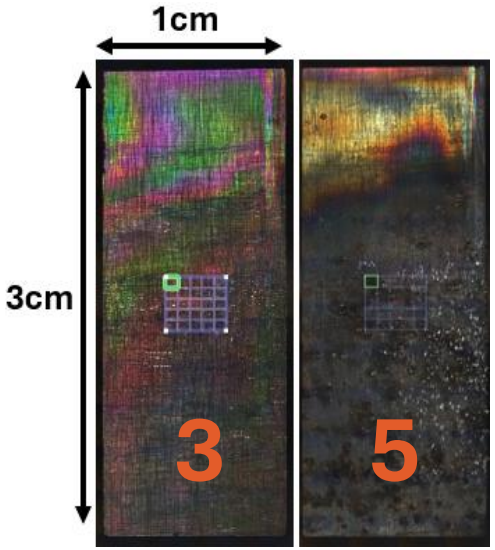
Miroir parabolique
90°, D = 80 mm,
f = 50.8 mm

Détecteur Kolmar HgCdTe, D = 0,5mm,
Ge, 20MHz, visée : d = 2,5mm

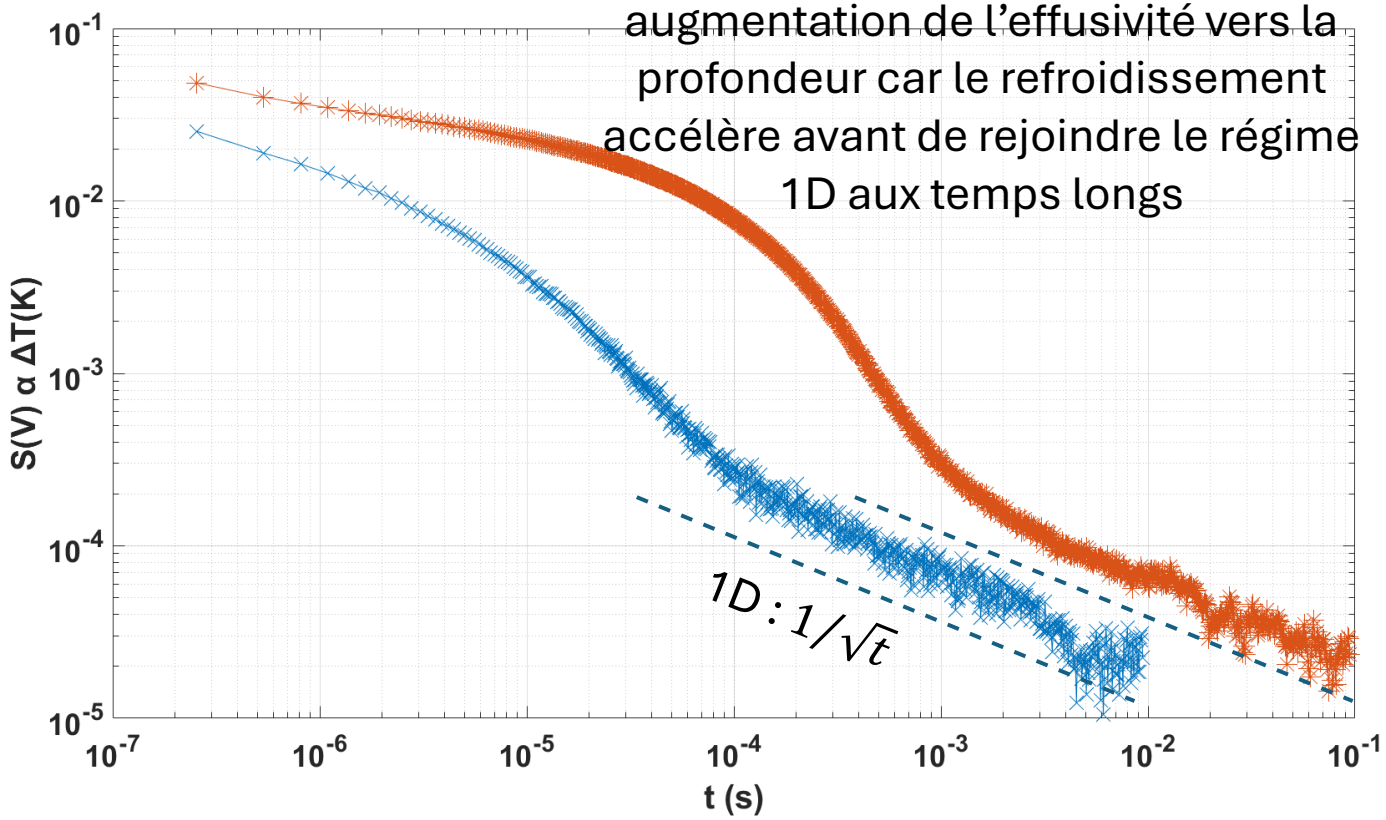
Signaux obtenus sur nos échantillons

- Les données expérimentales sont moyennées sur 200 acquisitions
- Une compression logarithmique du signal ainsi moyenné est enfin utilisée

La covariance du bruit de mesure résultant de cette compression logarithmique est ainsi variable avec le temps .



Cette allure est caractéristique d'une augmentation de l'effusivité vers la profondeur car le refroidissement accélère avant de rejoindre le régime 1D aux temps longs



Minimisation Mesures-Modèle

Fonction coût : norme des résidus entre les mesures $y(t)$ et la sortie du modèle $y_{mo}(\hat{\boldsymbol{x}}, t)$ pondérés par la covariance du bruit ψ.

$$\boldsymbol{J(\hat{x}) = \left(y - y_{mo}(\hat{x})\right)^{t} \psi^{-1} \left(y - y_{mo}(\hat{x})\right) = \sum_{k=1}^{m} \left(\frac{y_k - y_{mo,k}(\hat{x})}{\sigma_{bruit,k}} \right)}$$

ψ = matrice diagonale de covariance du bruit où l'écart-type $\sigma_{bruit,k}(t_k)$ diminue en $1/\sqrt{t_k}$ après compression log.

L'amplification du bruit est prédite par la matrice de covariance relative associée aux estimations $\hat{\boldsymbol{x}}$:

$$\boldsymbol{COV^{*}(\hat{x}^{opt}) = \left(S^{*t} \psi^{-1} S^{*}\right)^{-1} = \left(S^{+t} S^{+}\right)^{-1}}$$

Eléments diagonaux de $COV^{*}(\hat{x}^{opt})$ = écarts types relatifs associés à l'estimation de chaque paramètre $\sigma_i^{*} = \sigma_i / \hat{x}_i^{opt}$.

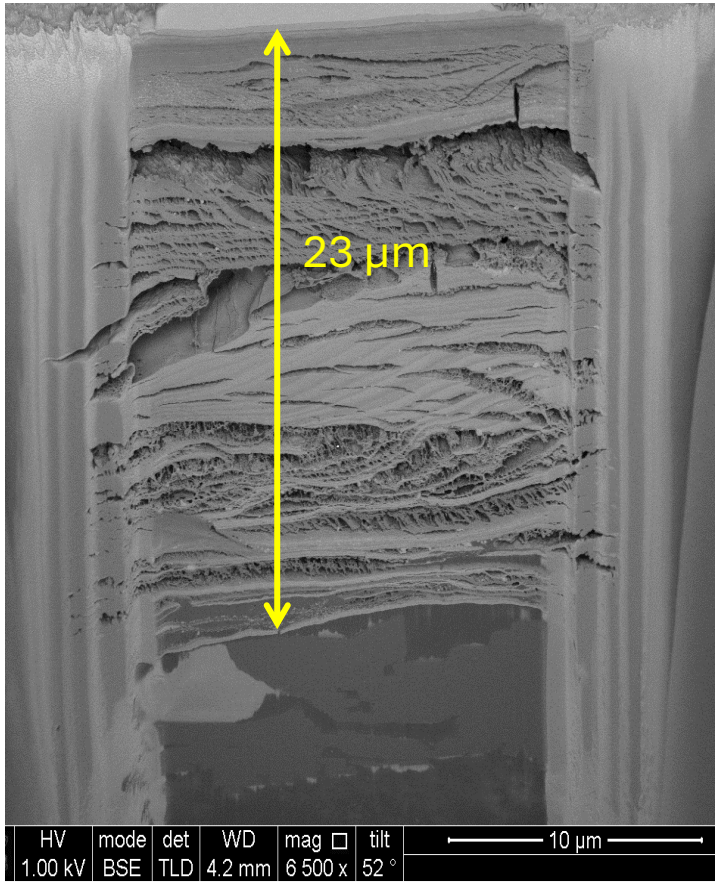
$$S_i^{*}(\hat{\boldsymbol{x}}^{\boldsymbol{opt}}, t) = \hat{x}_i^{opt} . \frac{\partial y_{mo}\,(\hat{\boldsymbol{x}}, t)}{\partial \hat{x}_i} \Bigg|_{\hat{\boldsymbol{x}} = \hat{\boldsymbol{x}}^{\boldsymbol{opt}}}$$

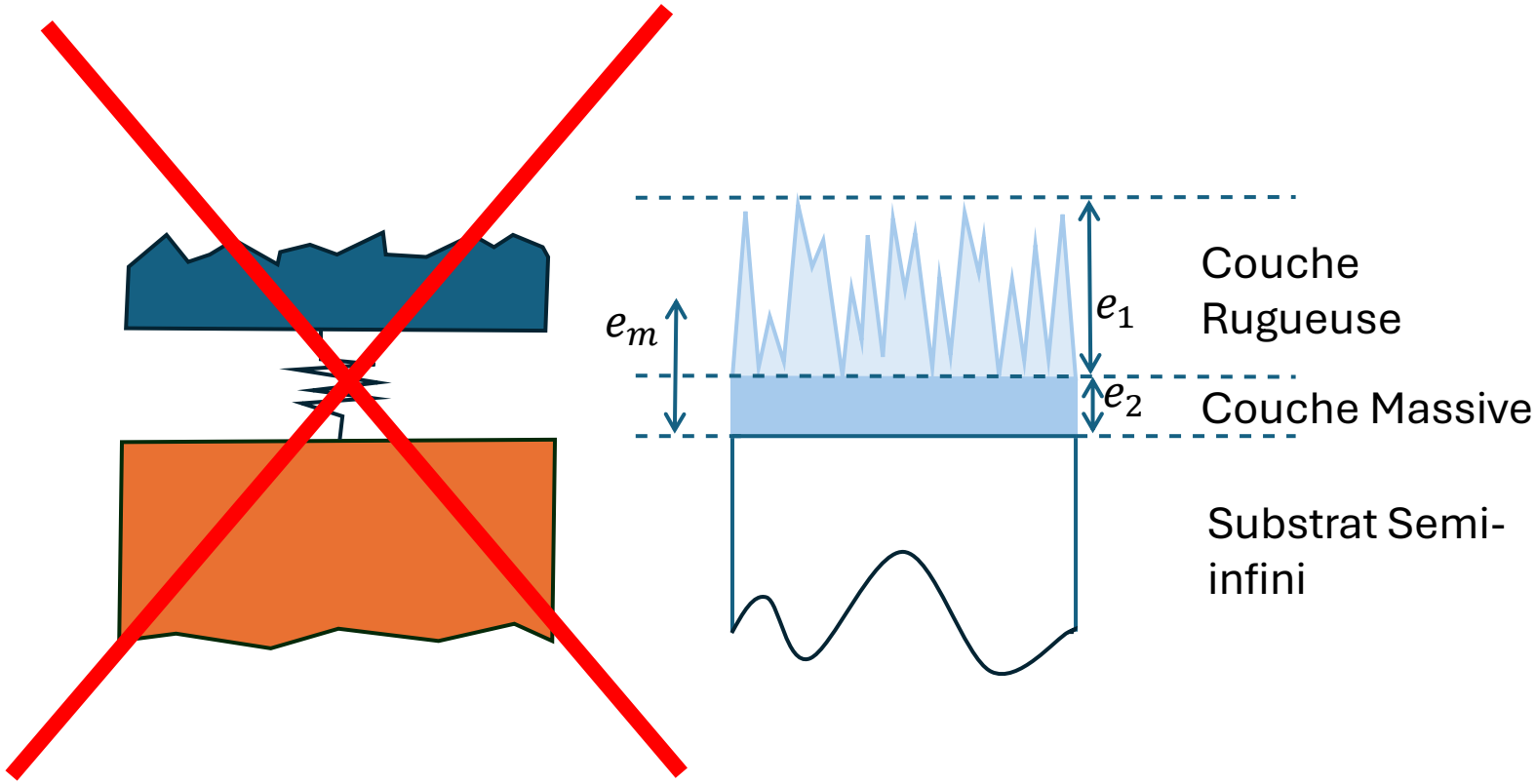
Sensibilités réduites (dimension du modèle °C)

$$S_i^{+}(\hat{\boldsymbol{x}}^{\boldsymbol{opt}}, t_k) = \frac{S_i^{*}(\hat{\boldsymbol{x}}^{\boldsymbol{opt}}, t_k)}{\sigma_{bruit_k}}$$

Sensibilités réduites normalisées par le bruit (sans dimension)

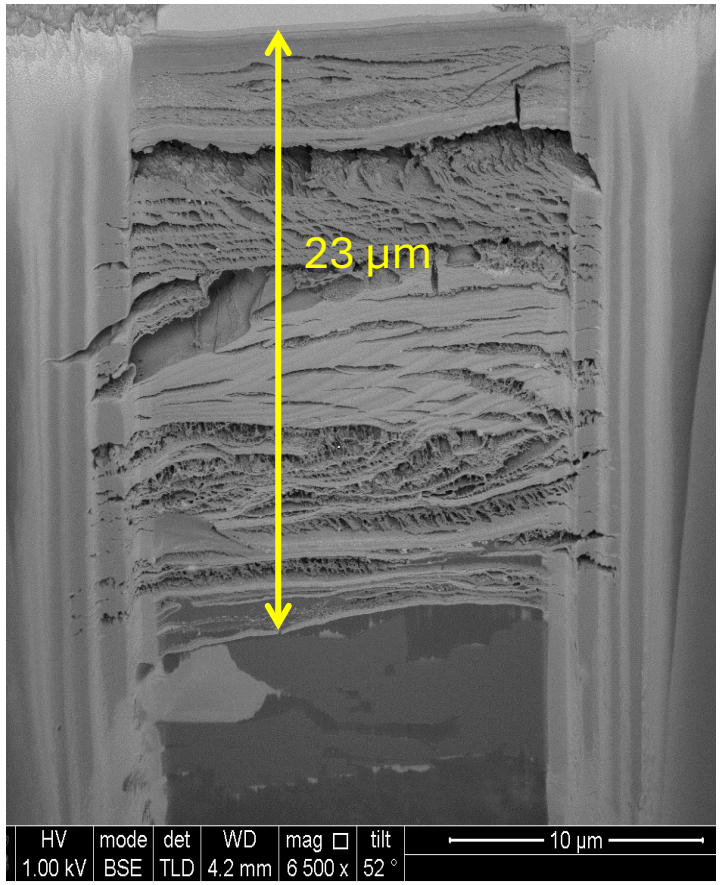
Choix du modèle



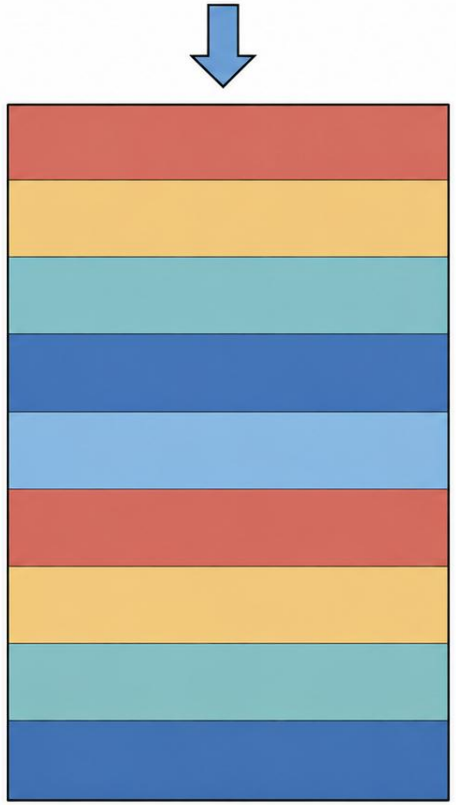


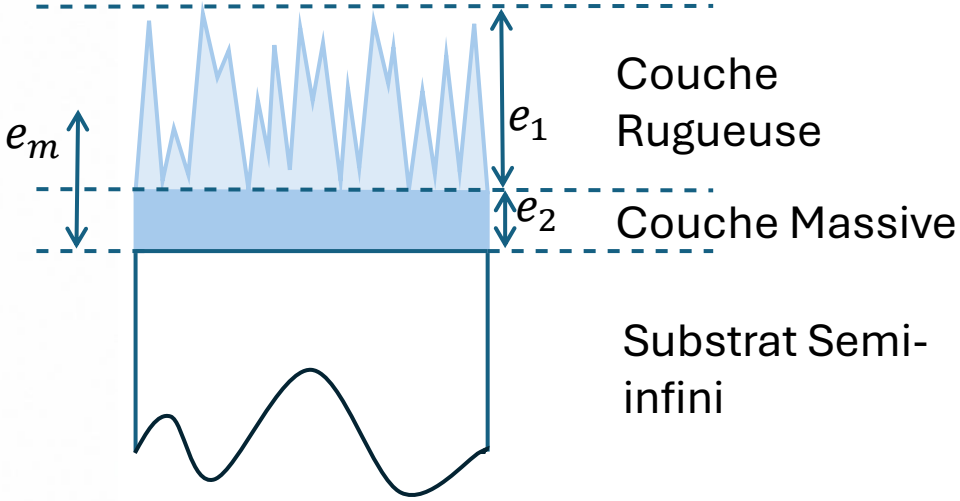
« Caractérisation thermophysique de dépôts surfaciques sur composant face au plasma : Quelle modélisation thermique du couple dépôt-substrat ? » Congrès SFT 2026 p.416-423

Choix de ce modèle

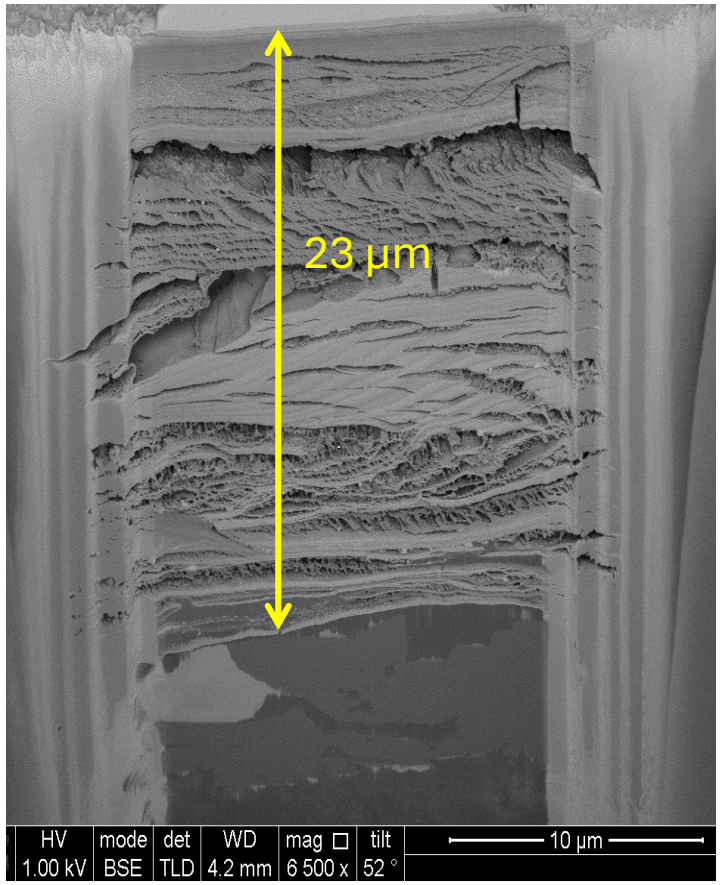


Milieu avec des couches aux propriétés constantes

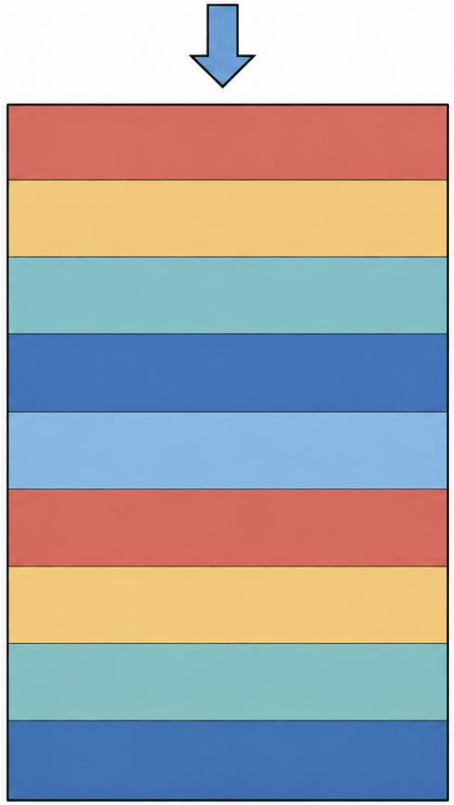




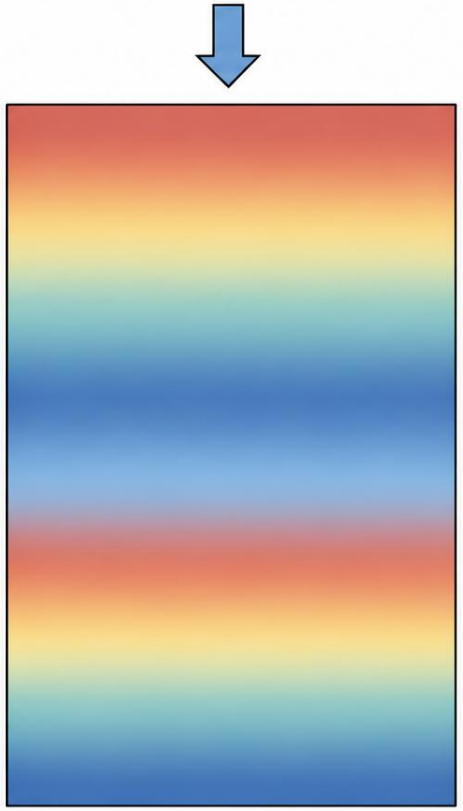
Choix de ce modèle



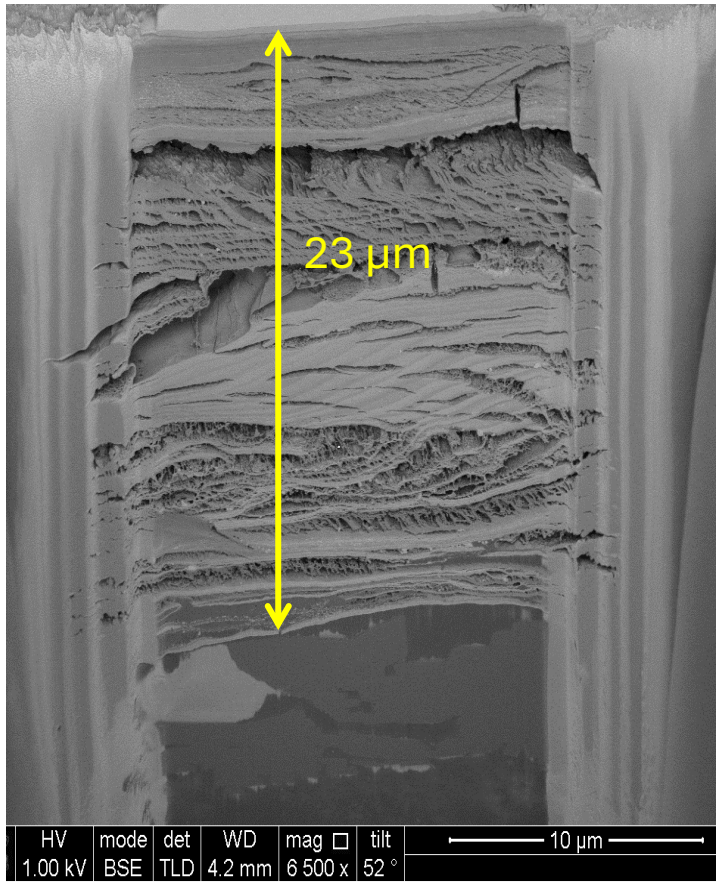
Milieu avec des couches aux propriétés constantes



Milieu avec gradient de propriétés



Choix de ce modèle



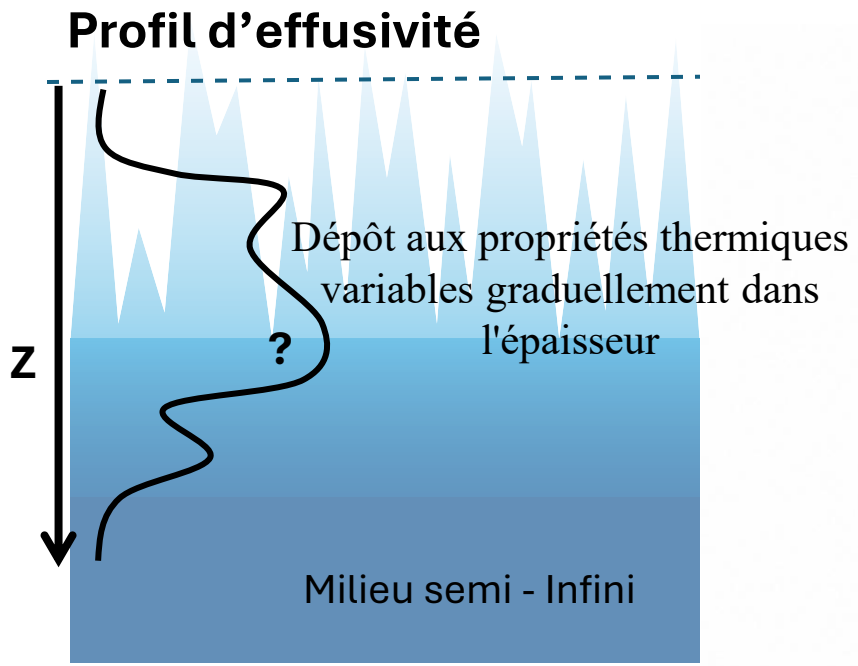
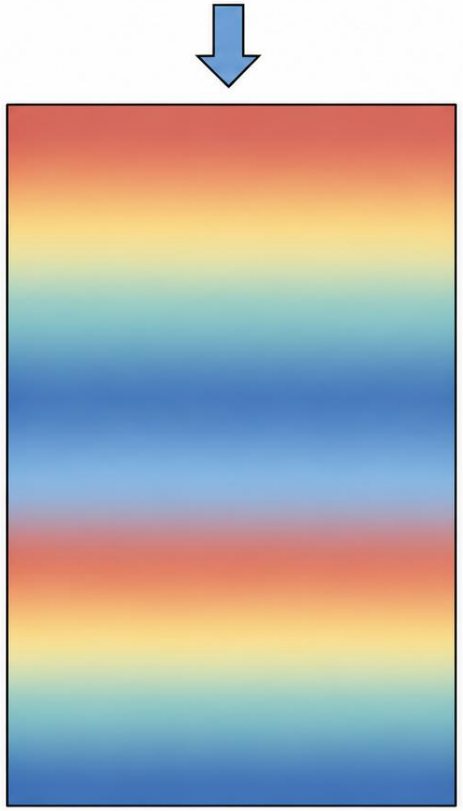
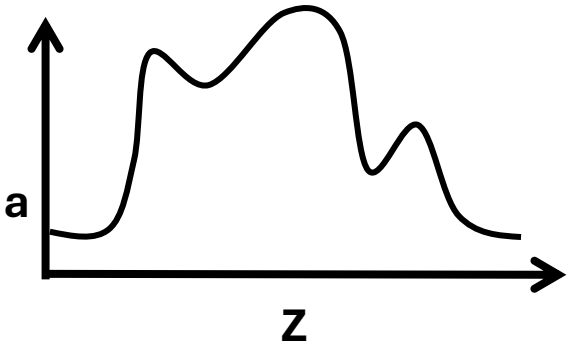


Schéma de gradient de propriétés dans l'épaisseur

Milieu avec gradient de propriétés



Milieu aux propriétés hétérogènes



Cette méthode est basée sur une succession de transformées :

- Fourier et/ou Laplace (fréquence ou temporel)
- Liouville (changement de variable ξ et équation de Schrödinger) $\boldsymbol{\xi(z) = \int_0^z \frac{du}{\sqrt{a(u)}} = \sqrt{t_{diff}}}$
- Darboux (Forme des profils)

Si on choisit un potentiel, tel que : $V(\xi) = \xi_c^{-2}\left(1 - 2\,\mathrm{sech}\left(\hat{\xi}\right)\right)$:

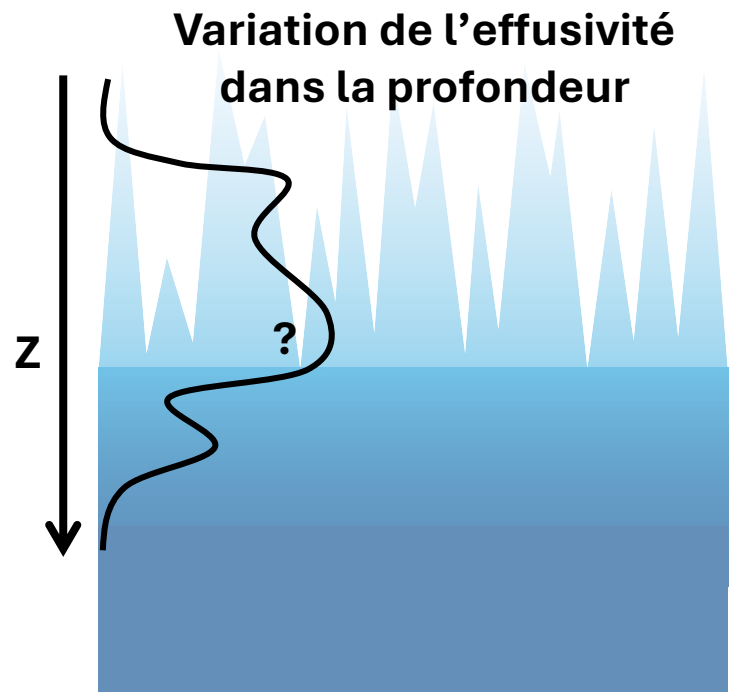
Les fonctions caractéristiques du profil d'éffusivité vont répondre à des fonctions sech($\hat{\xi}$)

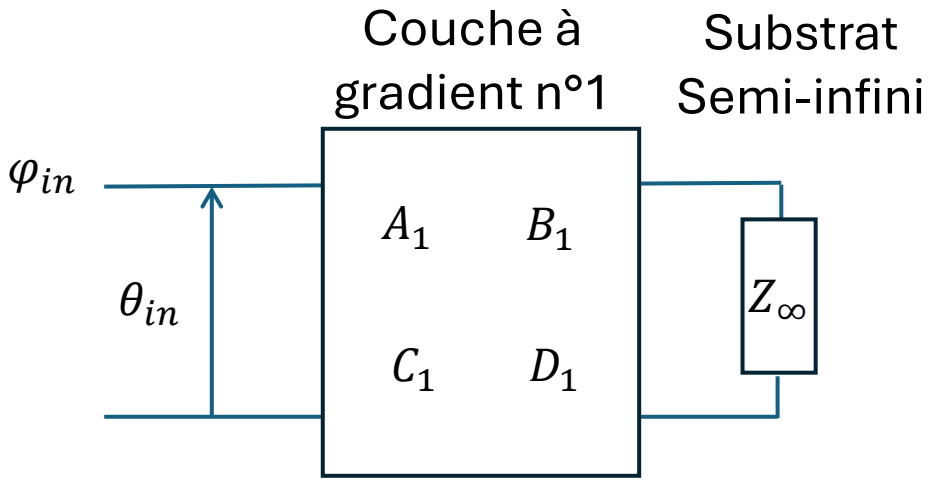
$$\begin{cases} B(\xi) = \mathrm{sech}\left(\hat{\xi}\right) \\ D(\xi) = \sinh\left(\hat{\xi}\right) + \hat{\xi}\,\mathrm{sech}\left(\hat{\xi}\right) \end{cases}$$

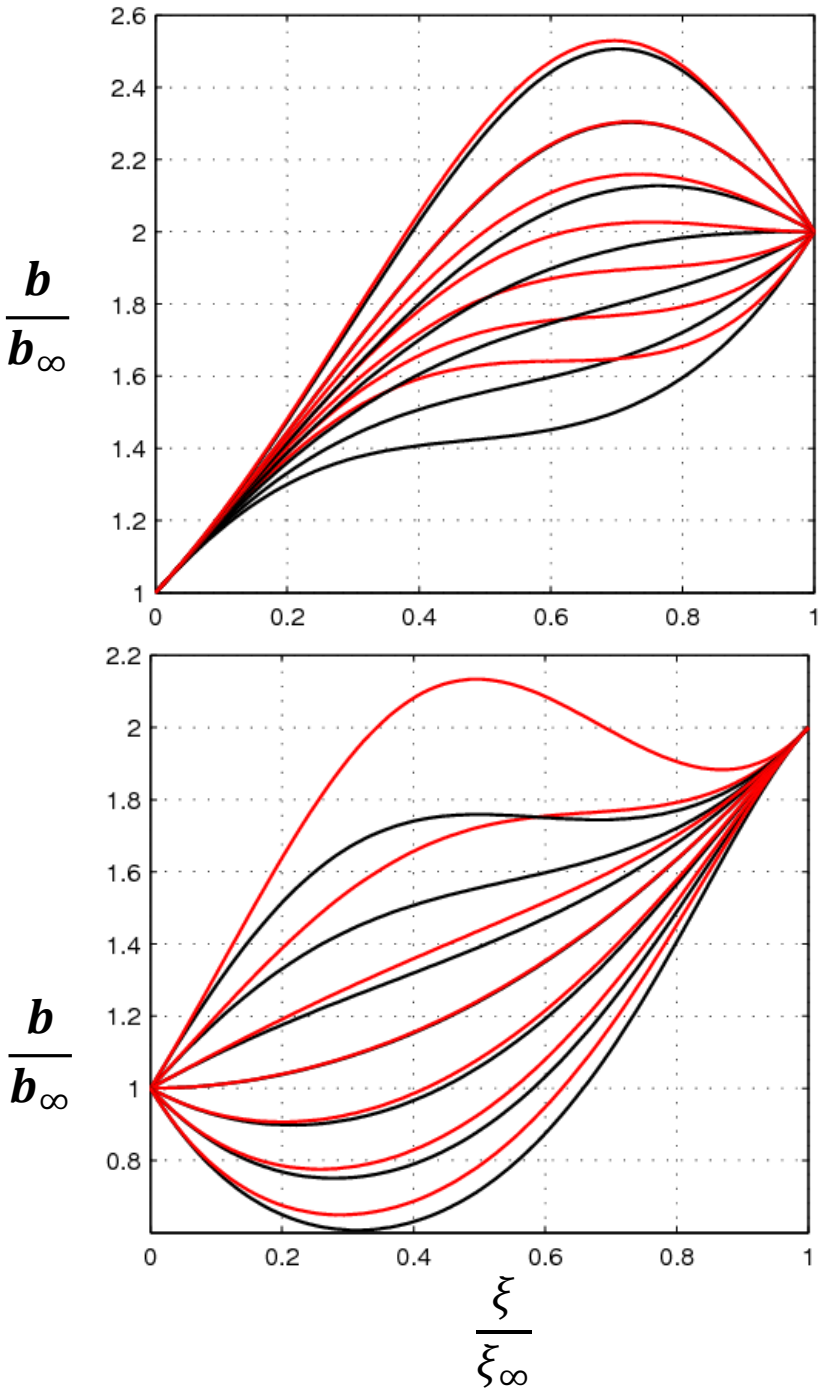
$$b^{\pm 1/2}(\xi) = s(\xi) = A_B B(\xi) + A_D D(\xi)$$

- J.-C. Krapez, The sech(ξ)-type profiles: a Swiss-Army knife for exact analytical modelling of thermal diffusion and wave propagation in graded media, International Journal of Thermophysics, (2018), 10.1007/s10765-018-2406-z

Modèle couche sech(ξ)







Modèle couche sech(ξ)

Le dépôt est modélisé par une couche à gradient sur un substrat homogène semi-infini.

La couche à gradient est définie par :

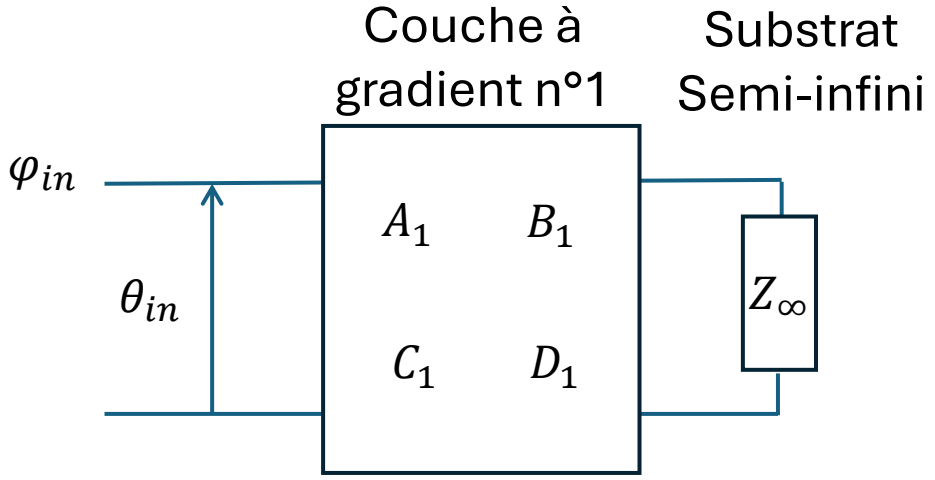
- Deux valeurs d'effusivité prises aux interfaces,
- La racine du temps de diffusion thermique de la couche
- Deux paramètres qui contrôlent la forme du profil d'effusivité.

Avec pour paramètres :

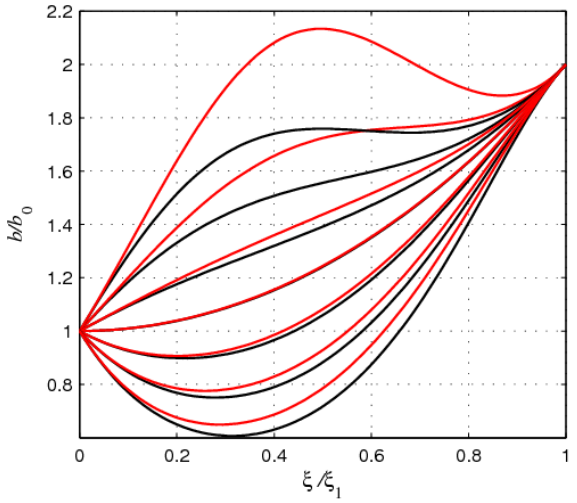
$$x_1 = \frac{b_1}{b_\infty} = 1 \qquad x_2 = K.\frac{Q}{b_\infty}$$

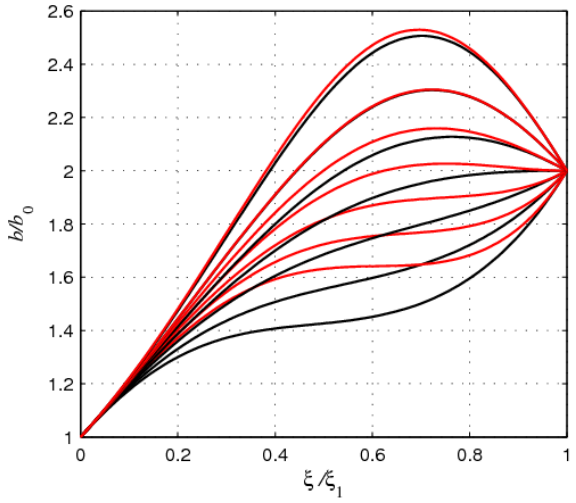
$$x_3 = \frac{b_0}{b_\infty} \qquad x_4 = \xi_1 = \sqrt{t_{diff1}}$$

$$x_5 = \frac{\xi_1}{\xi_{c1}} \qquad x_6 = \tau_1$$



a	Diffusivité thermique, $m^2.s^{-1}$
b	Effusivité thermique, $W\ s^{0.5}m^{-2}K^{-1}$
e	Epaisseur , m
t_{diff}	Temps diffusif, s
φ_{in}	Q (Dirac parfait) Energie absorbée, J m^{-2}





Optimisation

Les options de la fonction lsqnonlin de Matlab sont utilisés, l'algorithme est :

Trust-Region-Reflective (TRR) :

L'espace des paramètres explorés est borné arbitrairement

Levenberg-Marquardt (LM) :

L'espace des paramètres explorés n'est pas borné

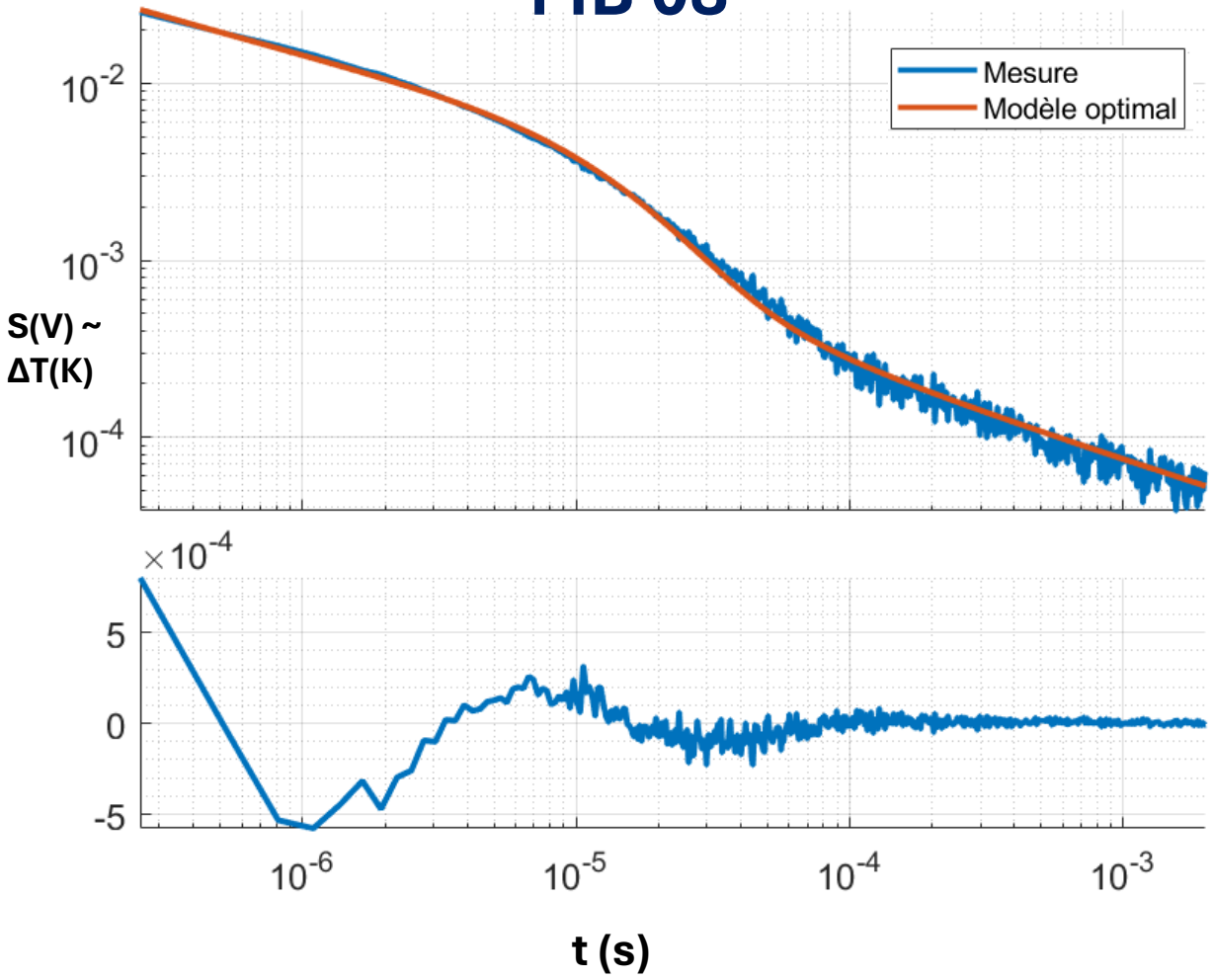
- Valeurs initiales nominales : on réalise une première estimation en initialisant les paramètres de forme à 1, et les valeurs des temps diffusif, ainsi que les rapports d'effusivité à des valeurs (« nominales ») estimées grossièrement

- On réalise un nombre N de minimisations en changeant les valeurs initiales des paramètres de la façon suivante : valeurs comprises dans un intervalle de plus ou moins 50% de la valeur nominale avec changement de signe aléatoire pour les $\boldsymbol{\tau}$.

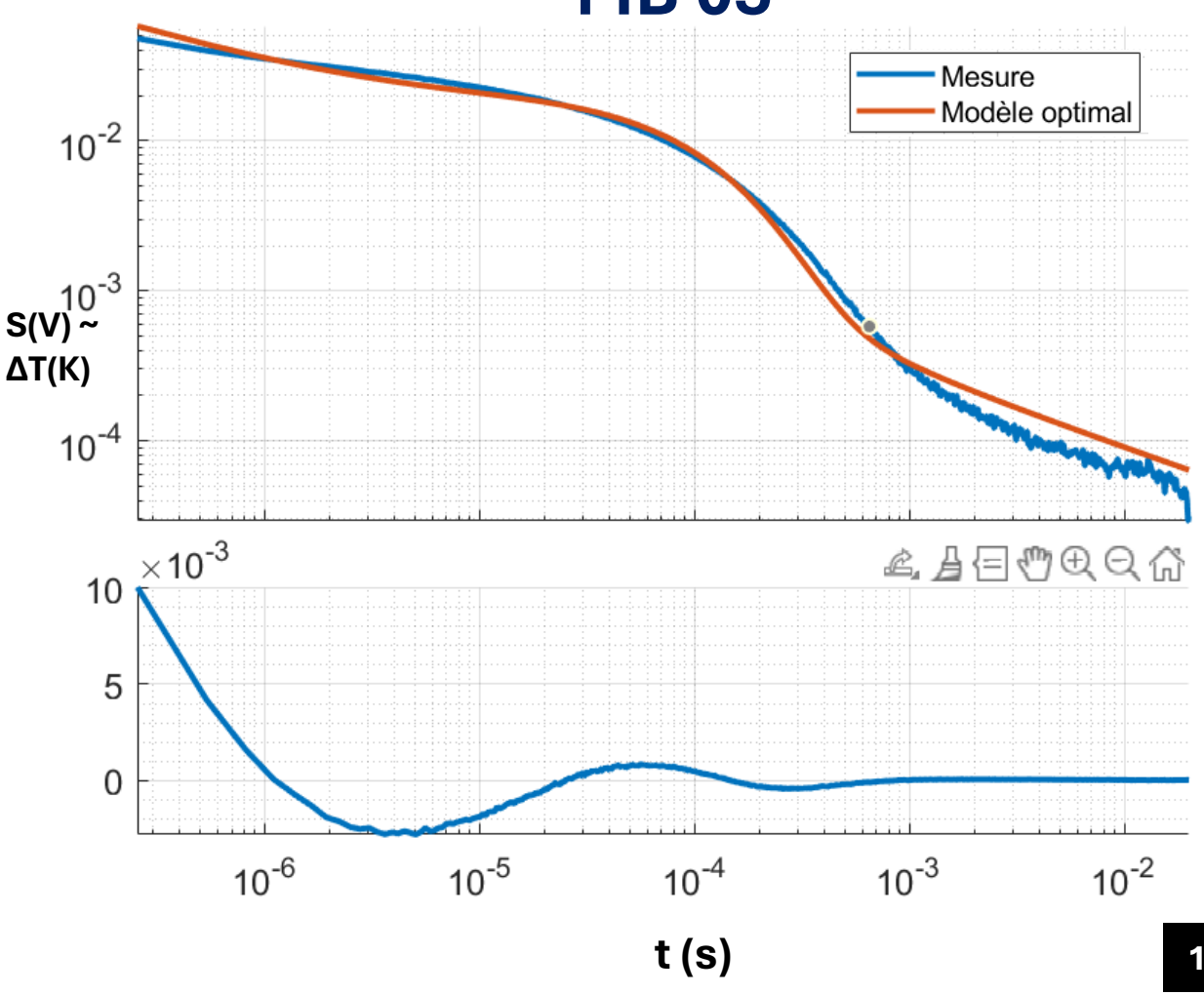
- Parmi les N minimisations, on garde celle qui mène à la plus faible valeur de la fonction coût.

Meilleur fit des signaux expérimentaux

MB 03



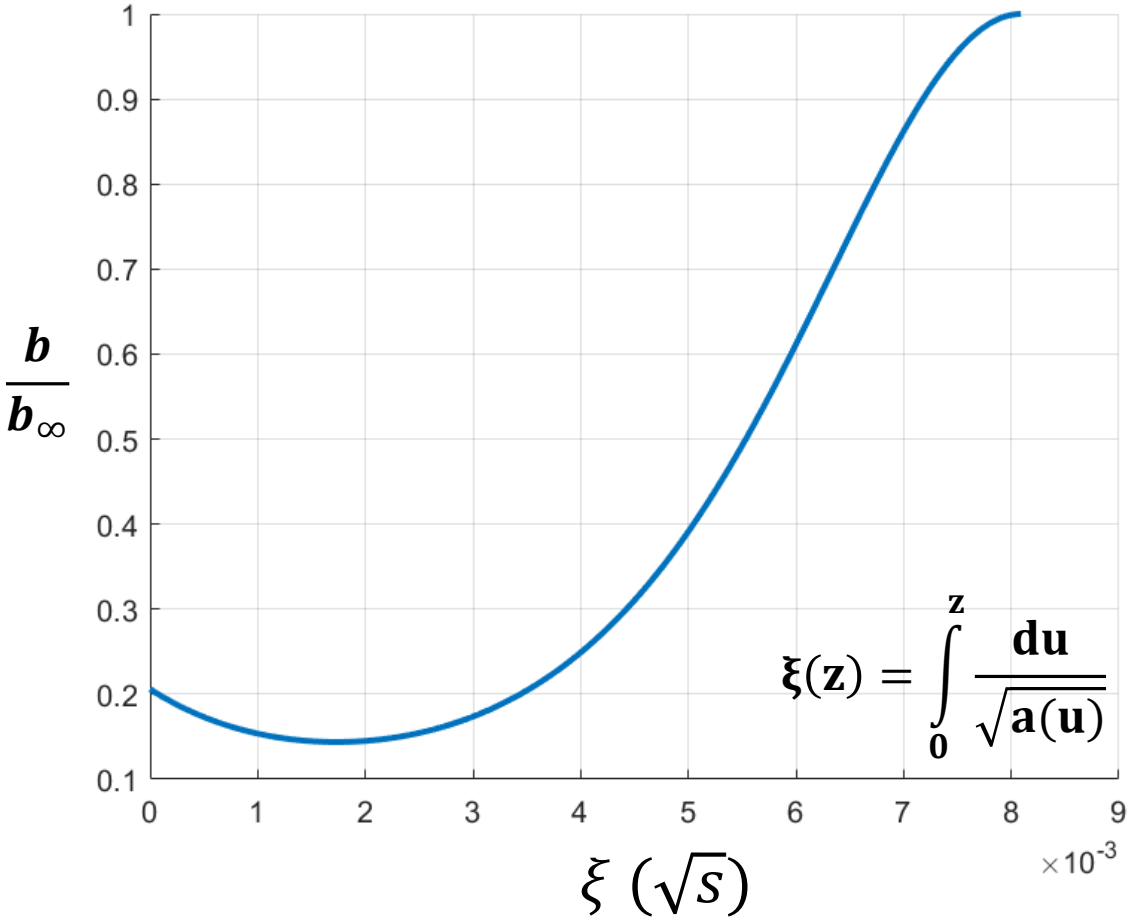
MB 05



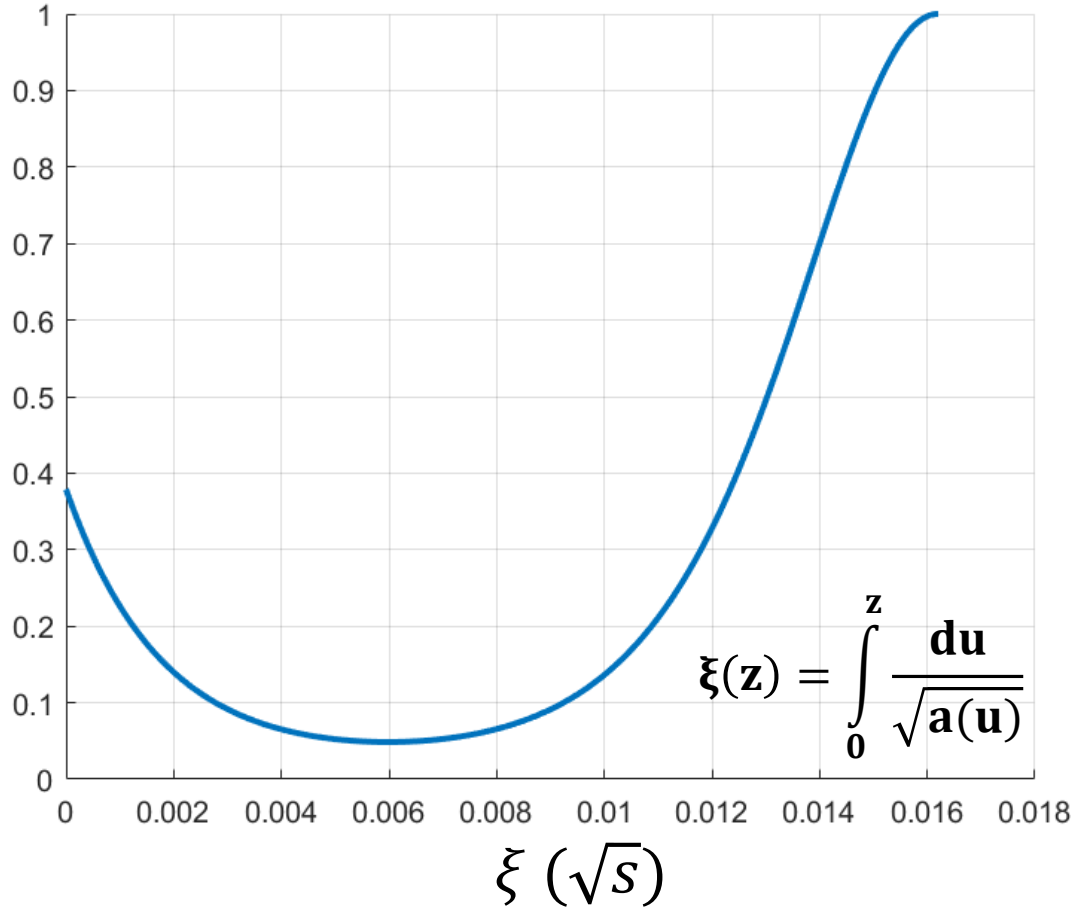
Résidus signés → modélisation avec une seconde couche à gradient

Profils d’éffusivité associés aux fits

MB 03

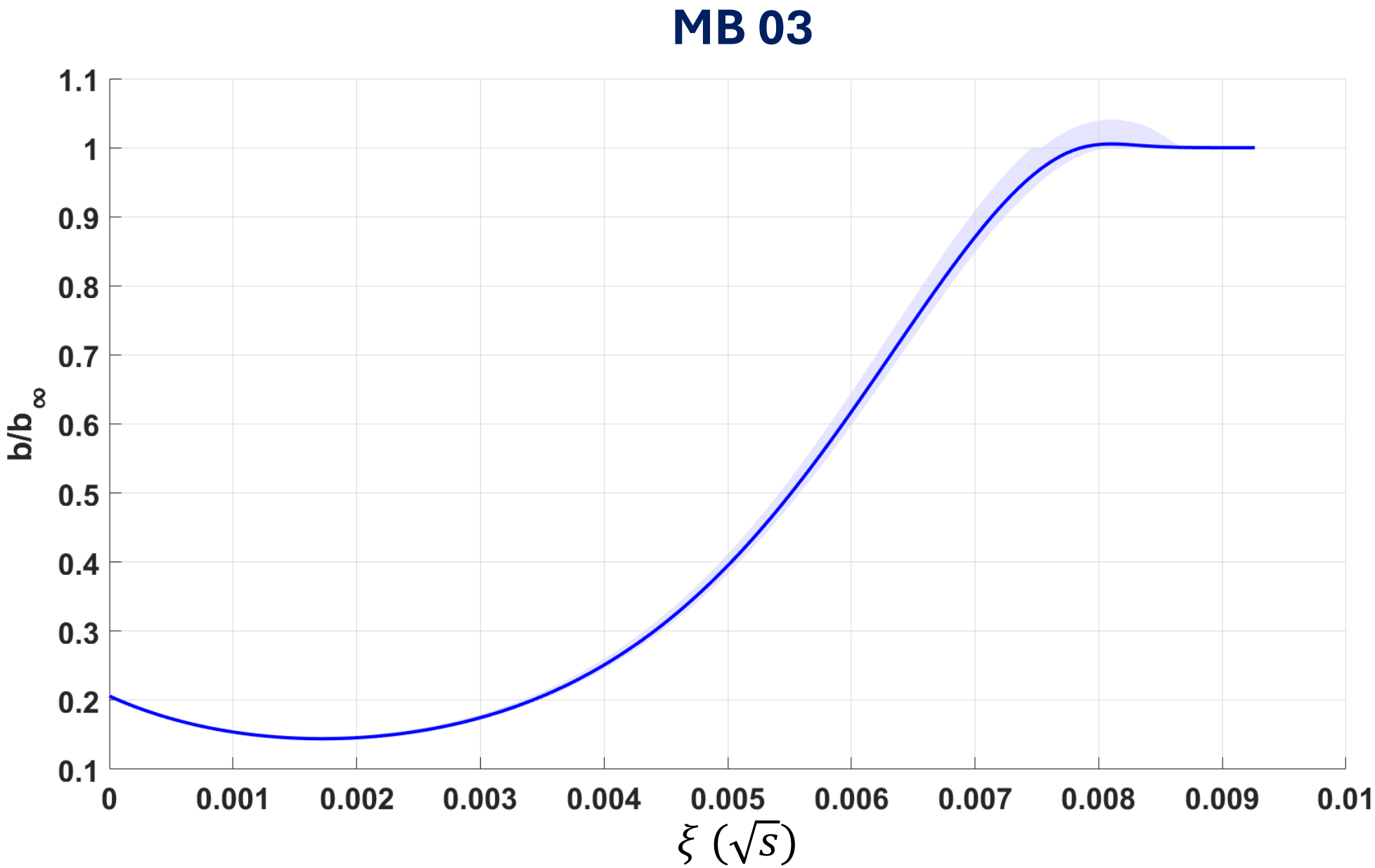


MB 05

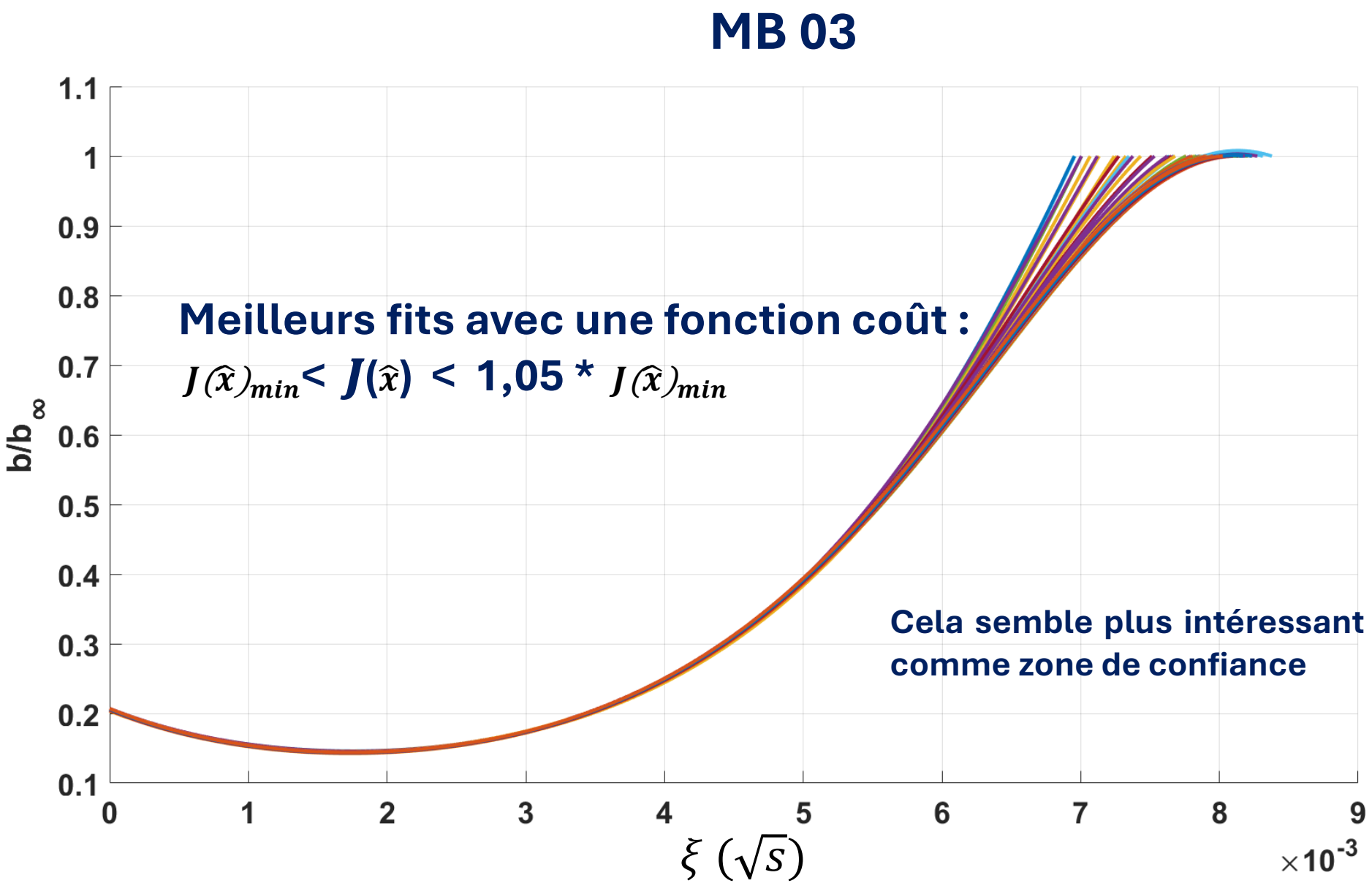


On retrouve l’évolution supposée : une forte croissance d’effusivité vers la profondeur

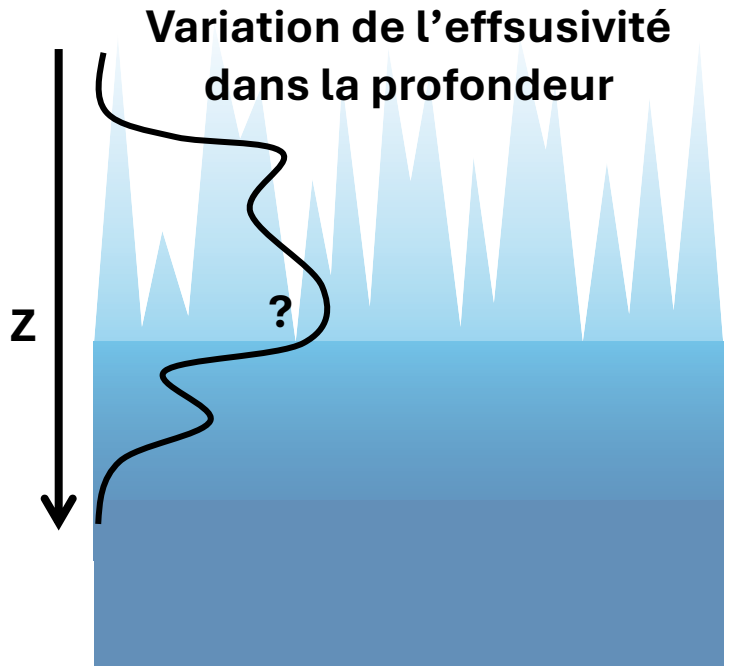
Zone de confiance du modèle à 95 %

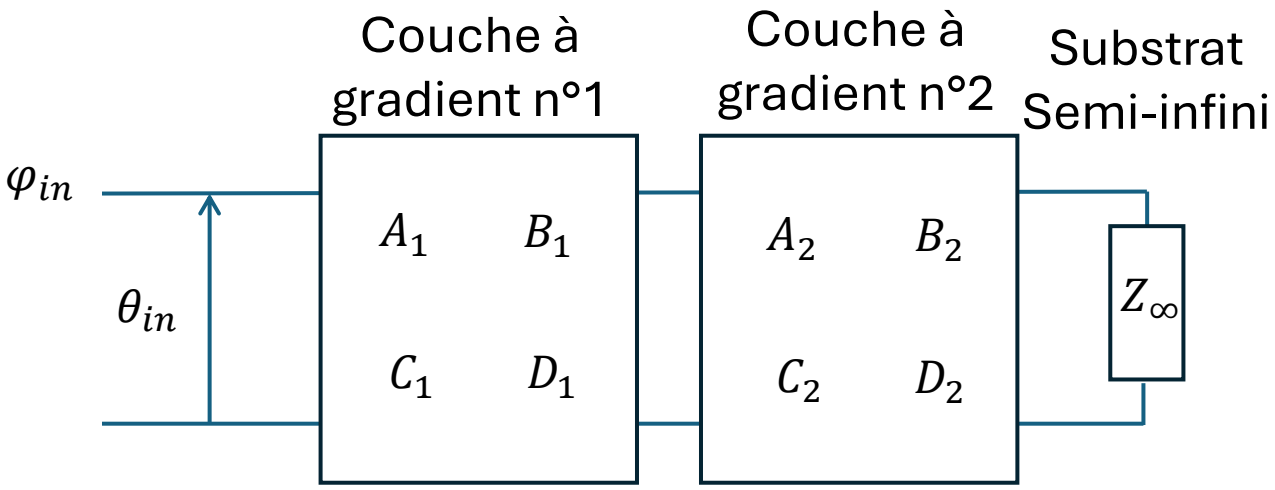


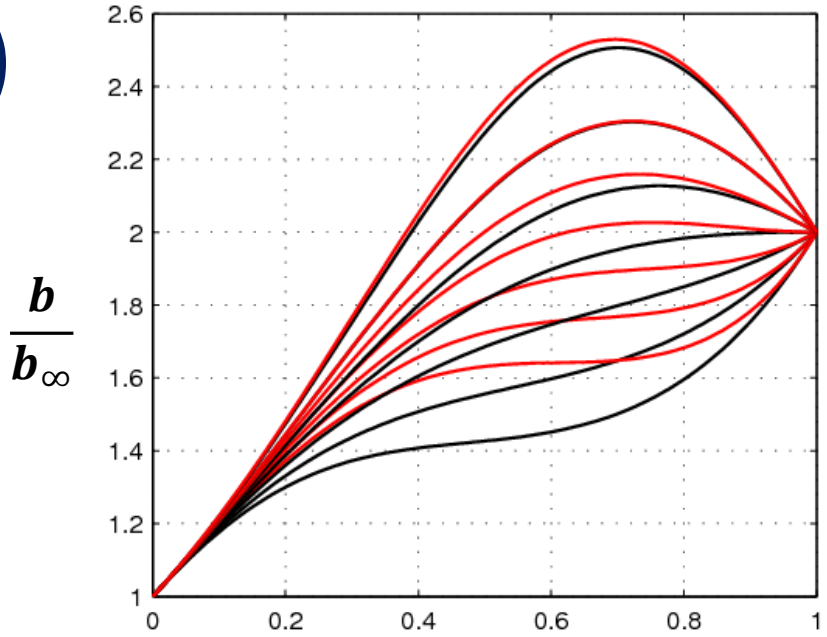
Influence des paramètres initiaux

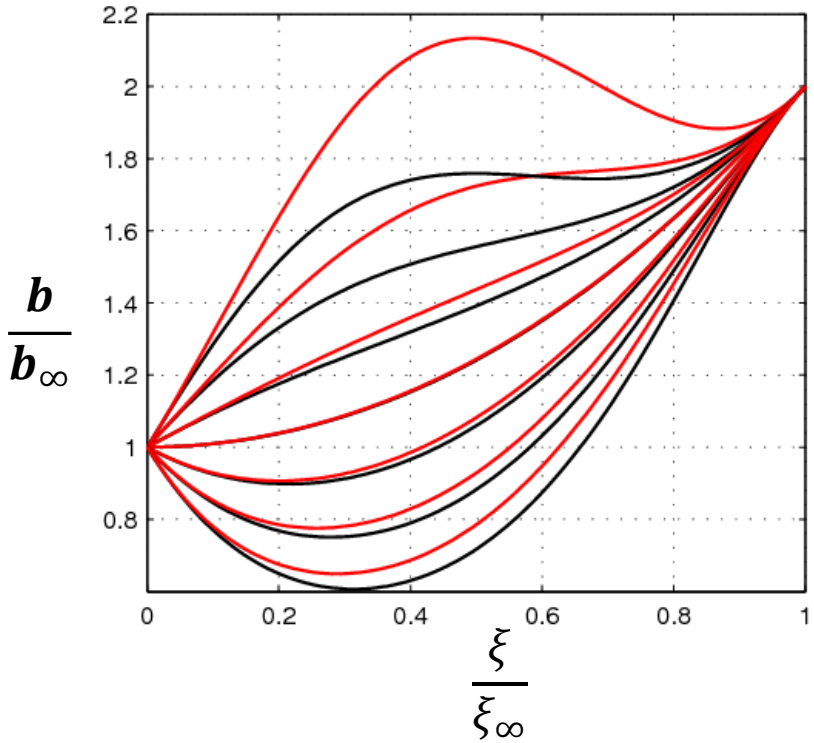


Modèle 2 couches sech(ξ)







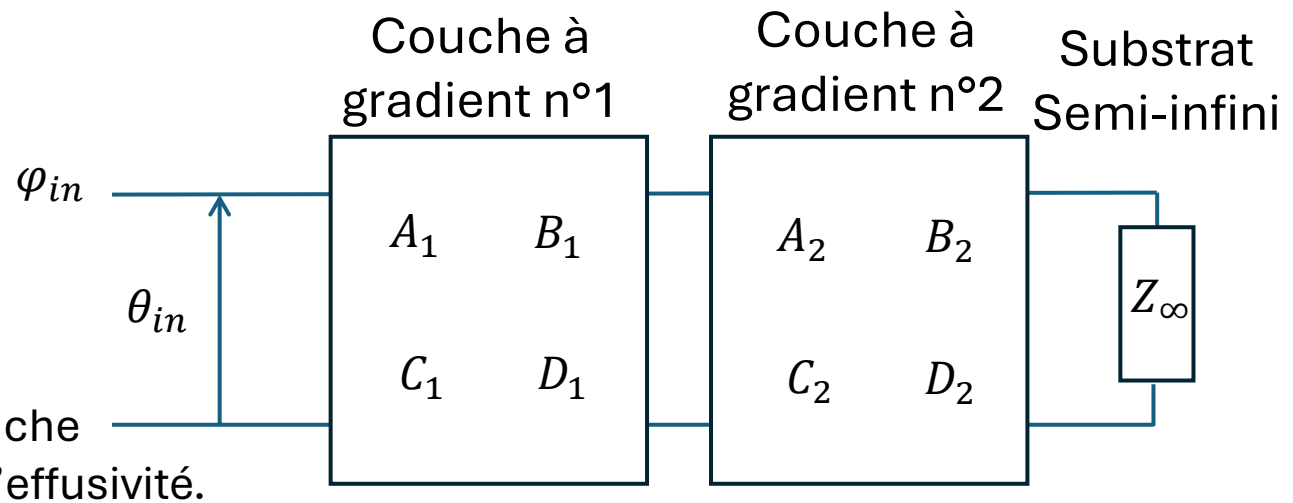


Modèle

Le dépôt est modélisé avec deux couches à gradient superposées sur un substrat homogène semi-infini.

Chaque couche à gradient est définie par :

- deux valeurs d'effusivité prises aux interfaces,
- la racine du temps de diffusion thermique de la couche
- deux paramètres qui contrôlent la forme du profil d'effusivité.



Avec pour paramètres :

$$x_1 = \frac{b_2}{b_\infty} = 1 \qquad x_2 = K.\frac{Q}{b_\infty} \qquad x_3 = \frac{b_0}{b_\infty} \qquad x_4 = \frac{b_1}{b_\infty}$$

$$x_5 = \xi_1 = \sqrt{t_{diff1}}$$

$$x_6 = \xi_2 = \sqrt{t_{diff2}}$$

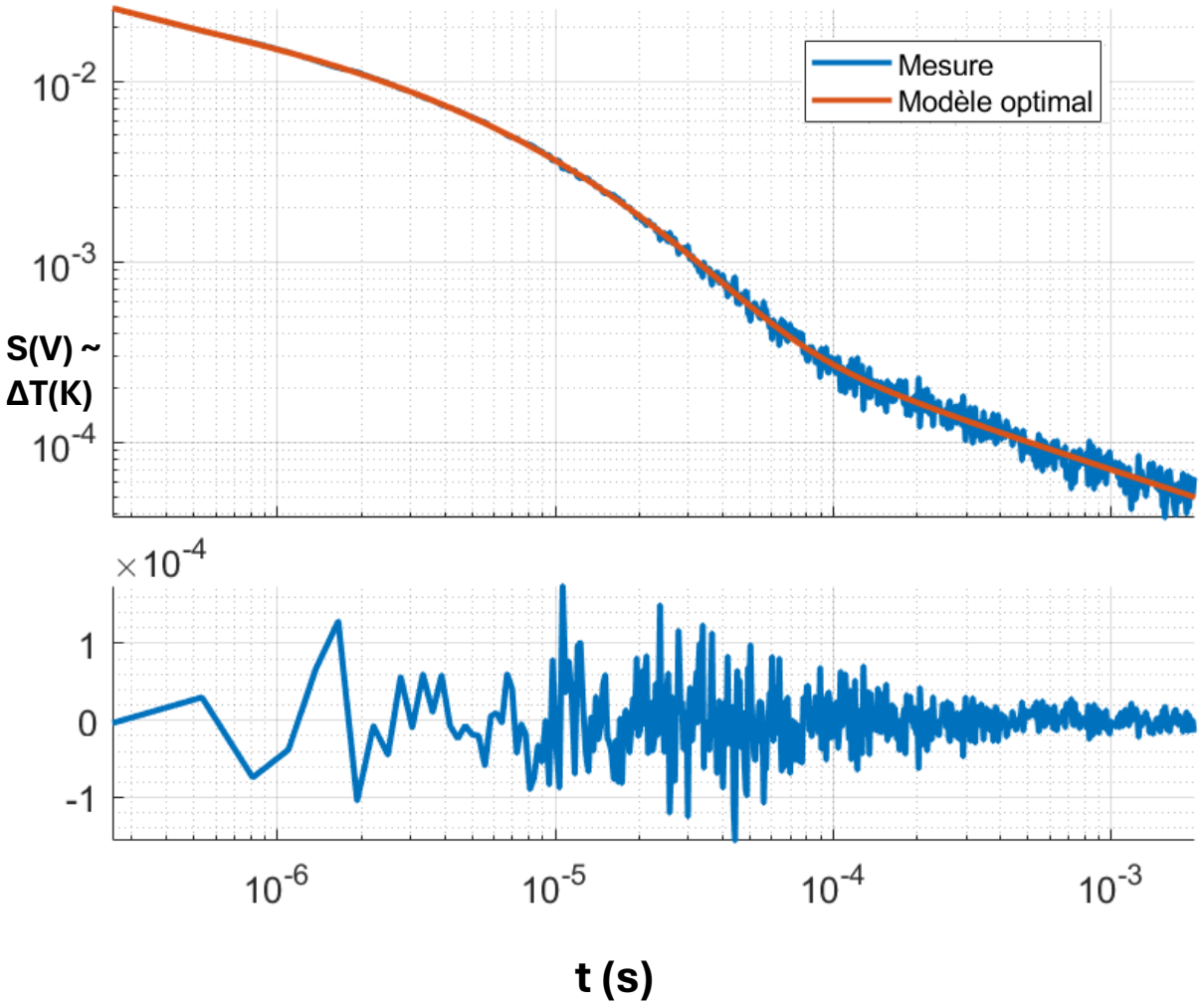
$$x_7 = \frac{\xi_1}{\xi_{c1}} \qquad x_9 = \frac{\xi_2}{\xi_{c2}}$$

$$x_8 = \tau_1 \qquad x_{10} = \tau_2$$

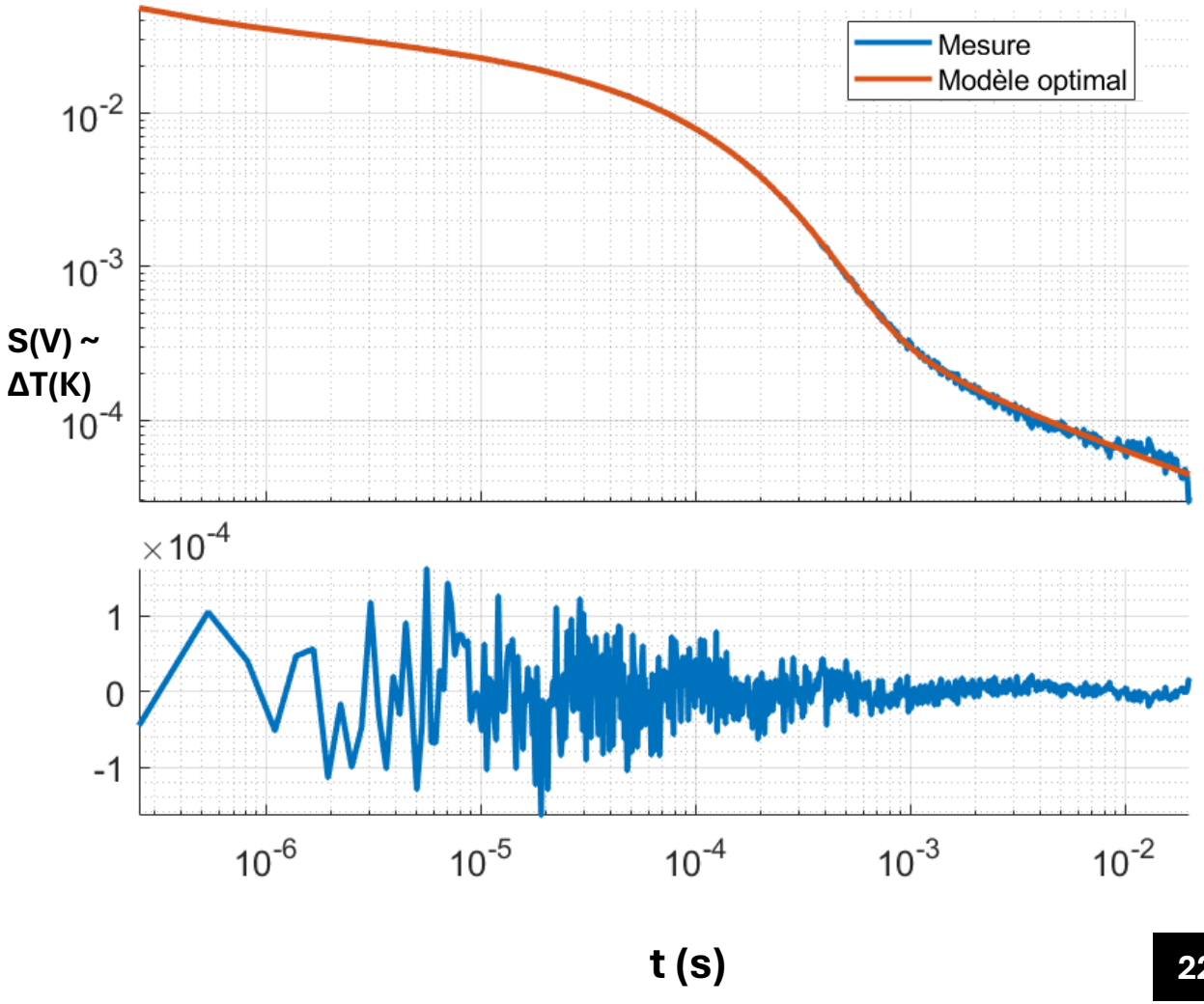
a	Diffusivité thermique, $m^2.s^{-1}$
b	Effusivité thermique, $W\ s^{0.5}m^{-2}K^{-1}$
e	Epaisseur , m
t_{diff}	Temps diffusif, s
φ_{in}	Q (Dirac parfait) Energie absorbée, J m^{-2}

Meilleur fit des signaux expérimentaux

MB 03

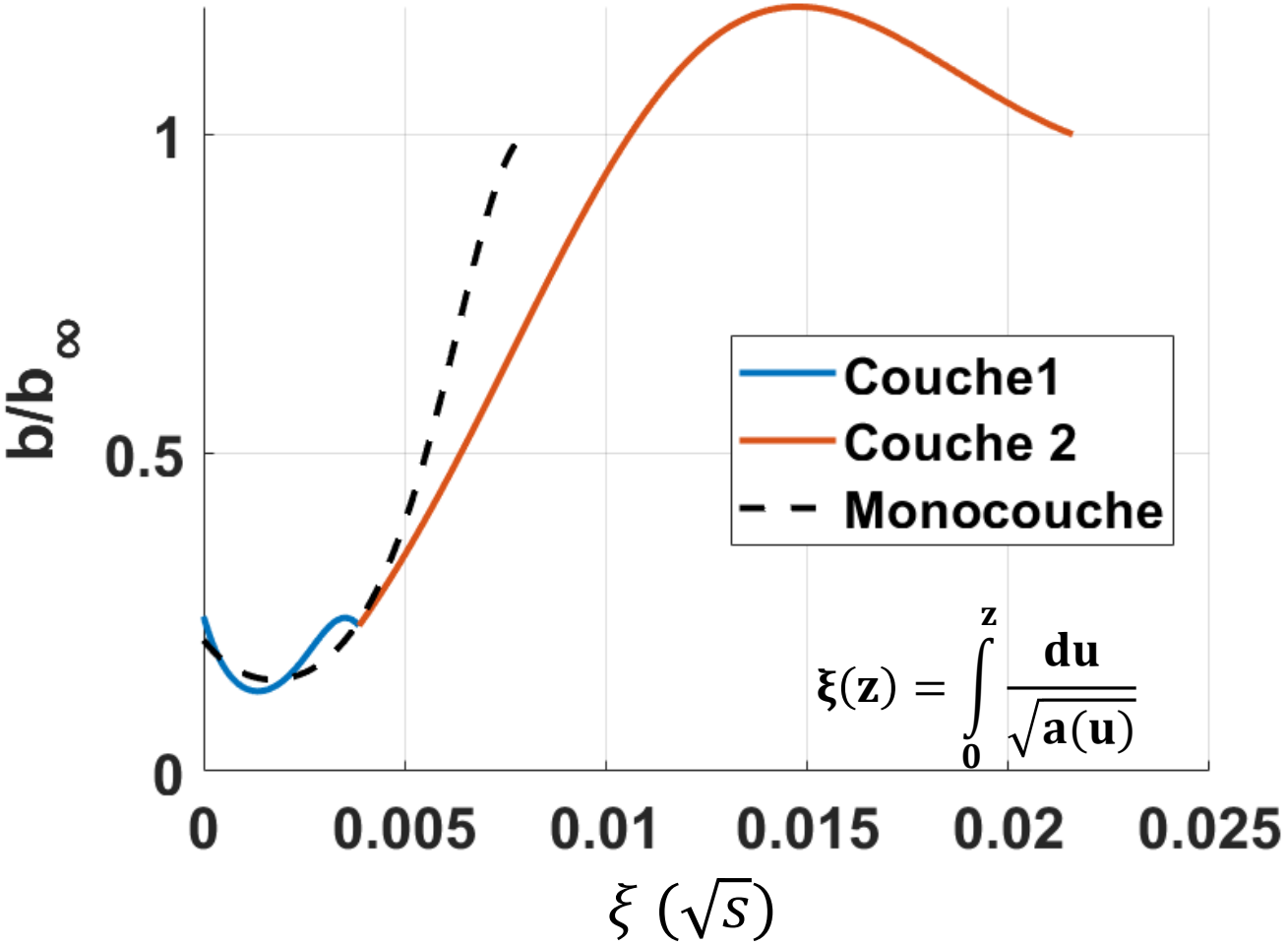


MB 05

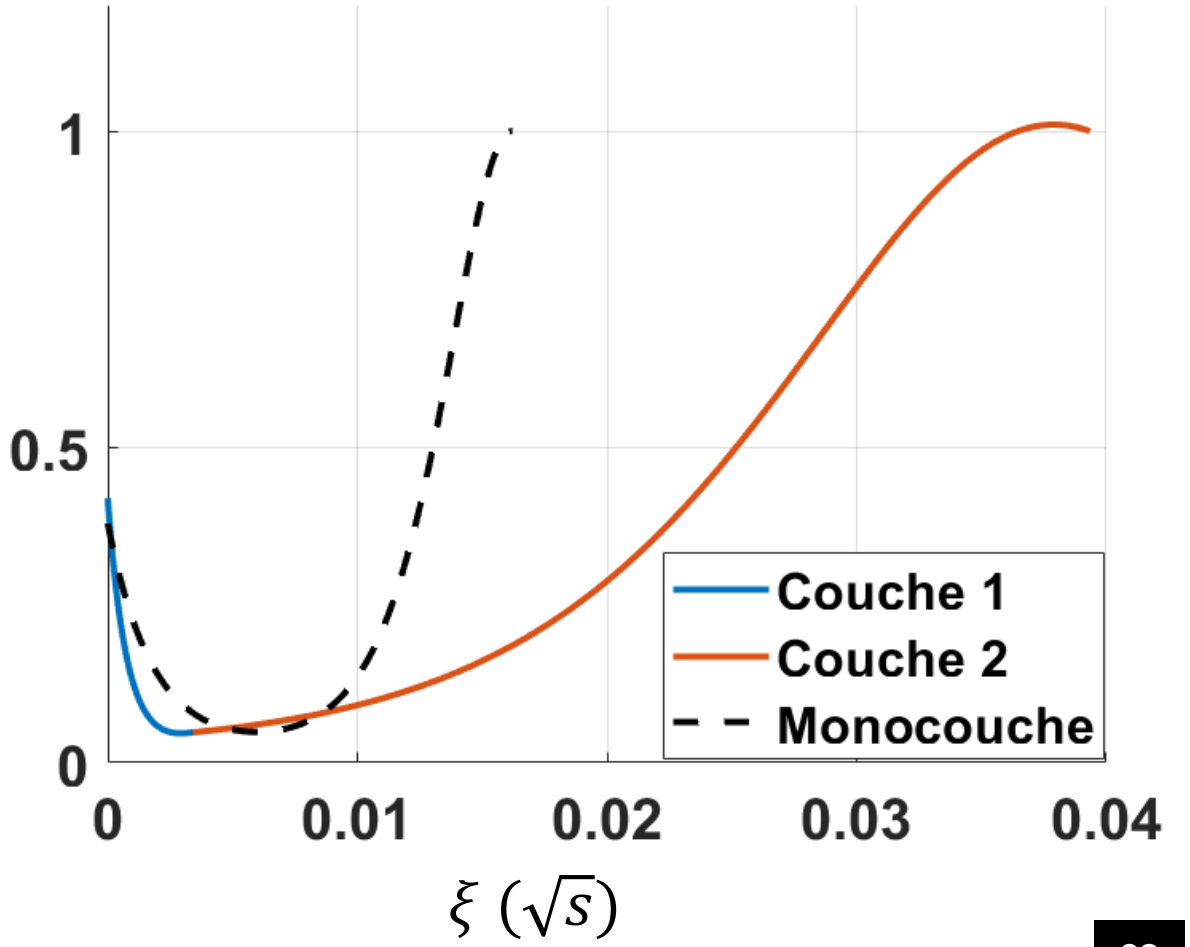


Profils d’effusivité associés aux fits

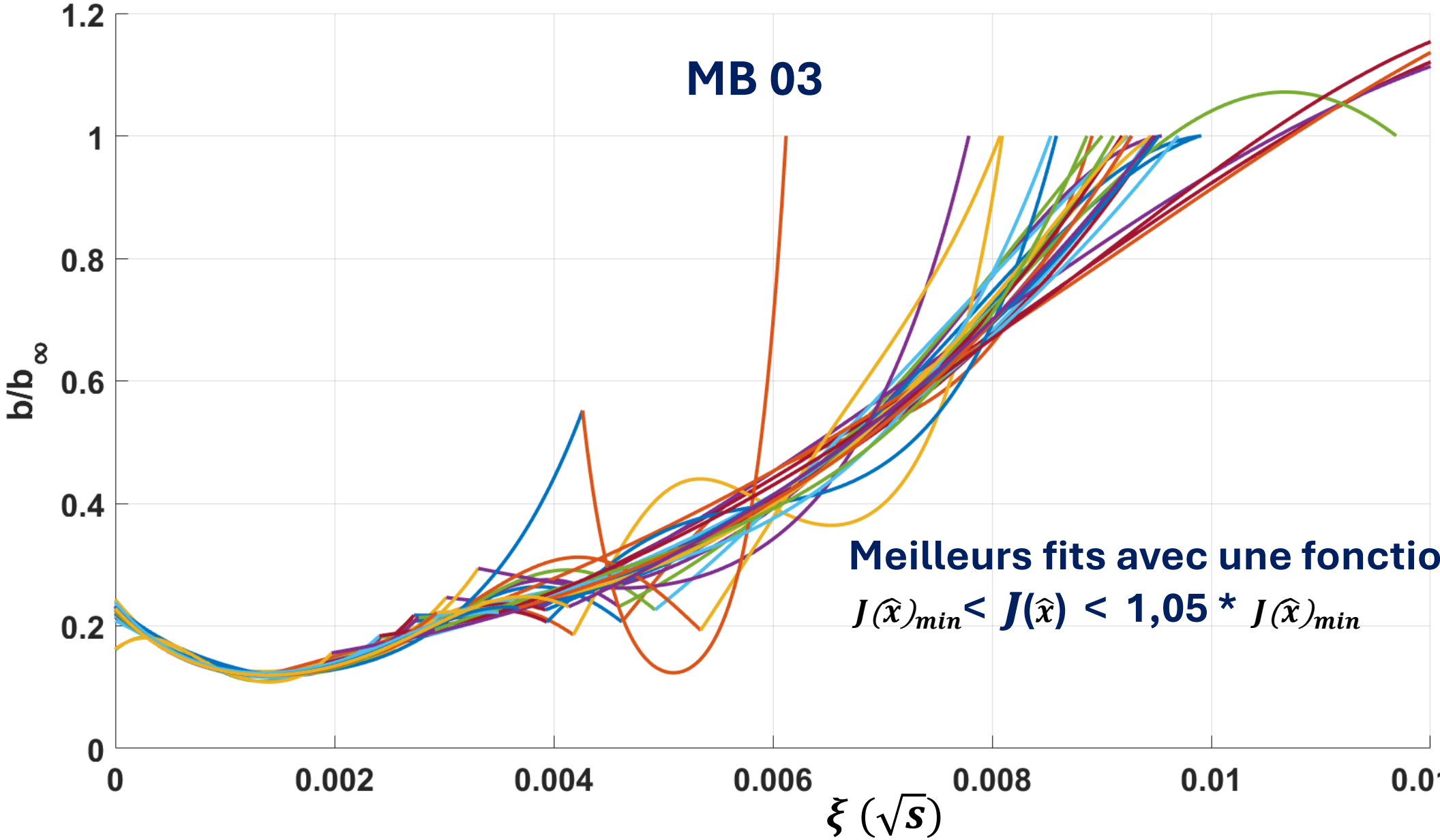
MB 03



MB 05



Influence des paramètres initiaux

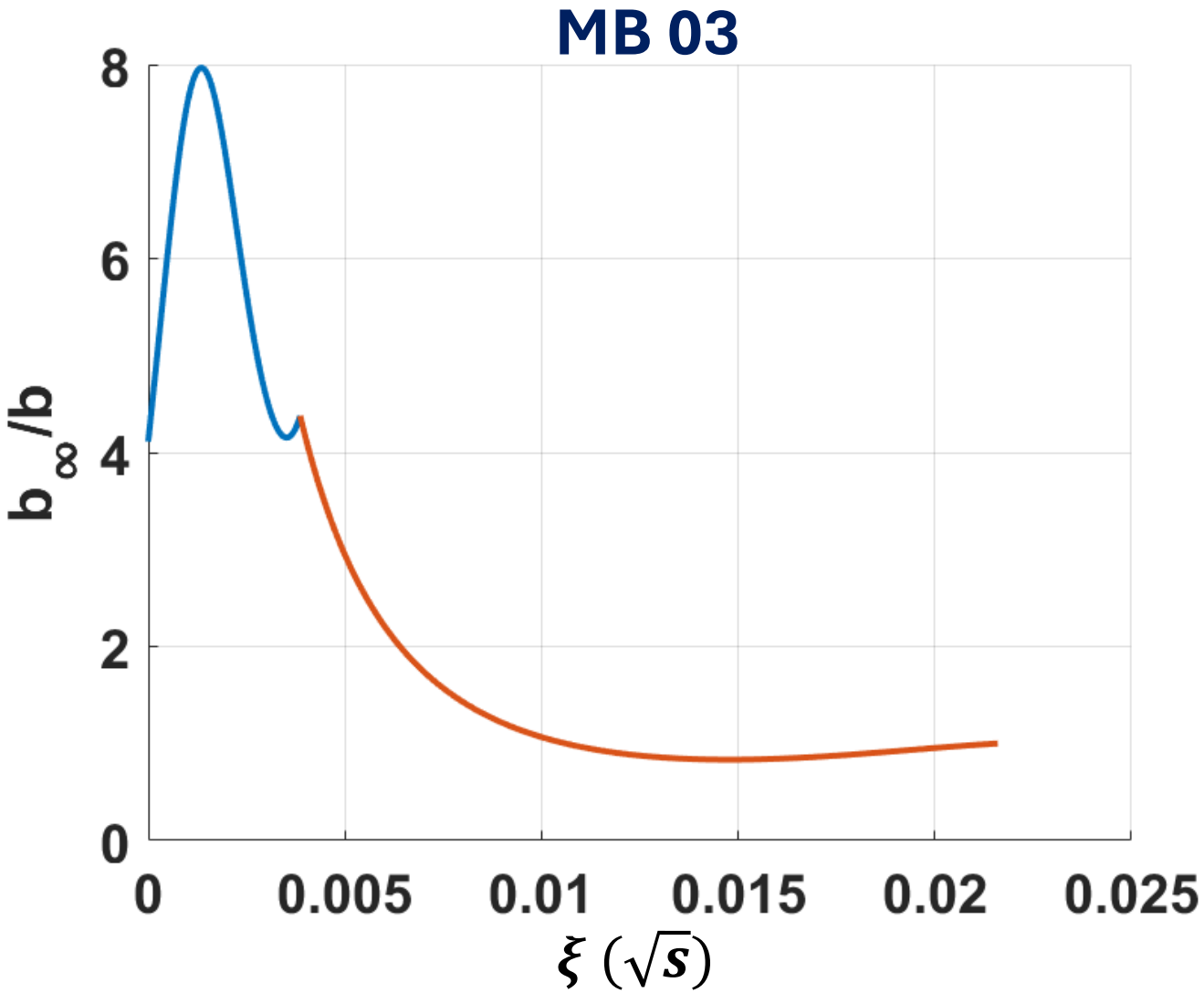


Meilleurs fits avec une fonction coût :

$J(\hat{x})_{min} < J(\hat{x}) < 1{,}05 * J(\hat{x})_{min}$

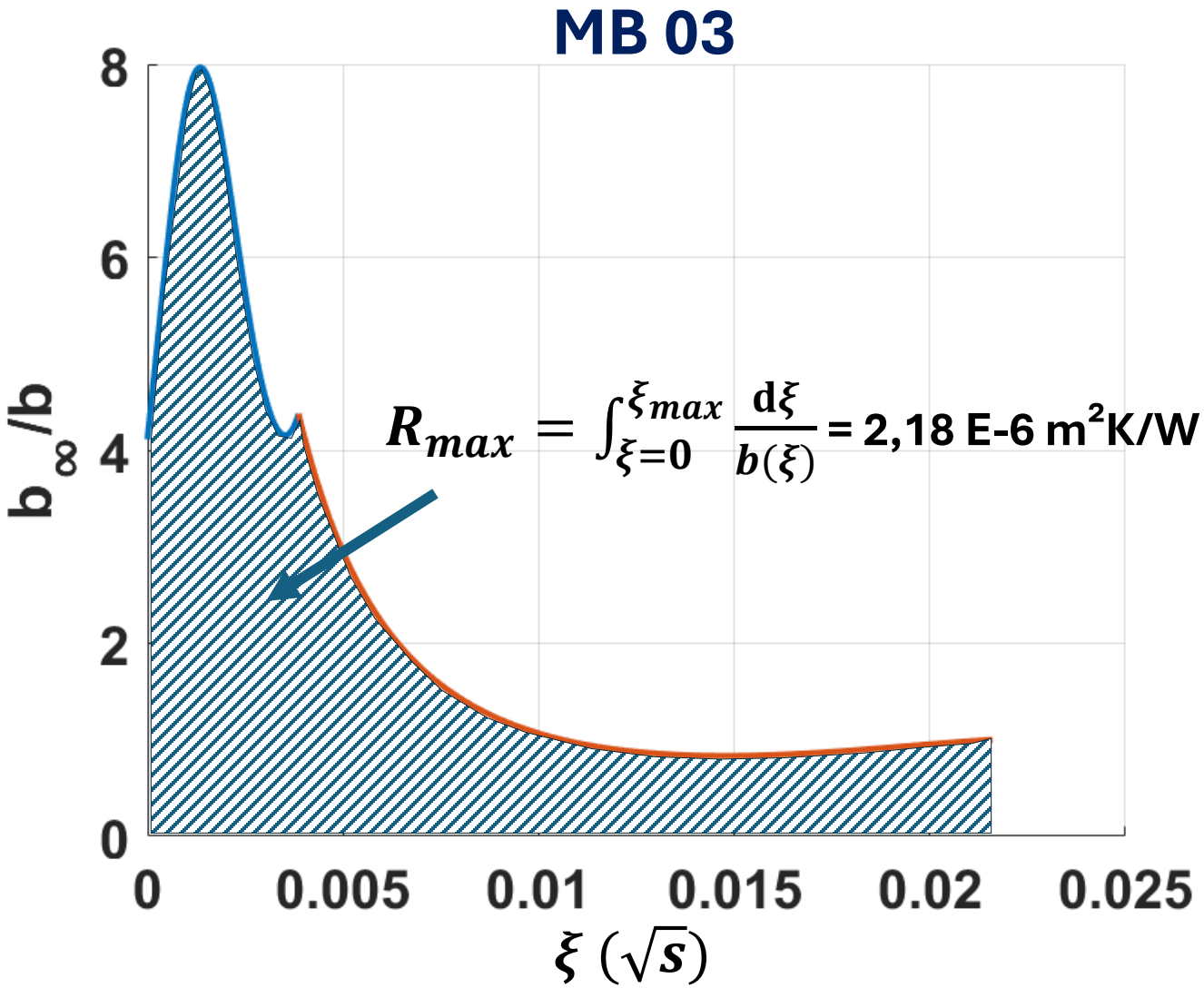
Utilité à ce stade des profils obtenus b(ξ)

On peut remonter à la résistance thermique équivalente de ces couches :



Utilité à ce stade des profils obtenus b(ξ)

On peut remonter à la résistance thermique équivalente de ces couches :

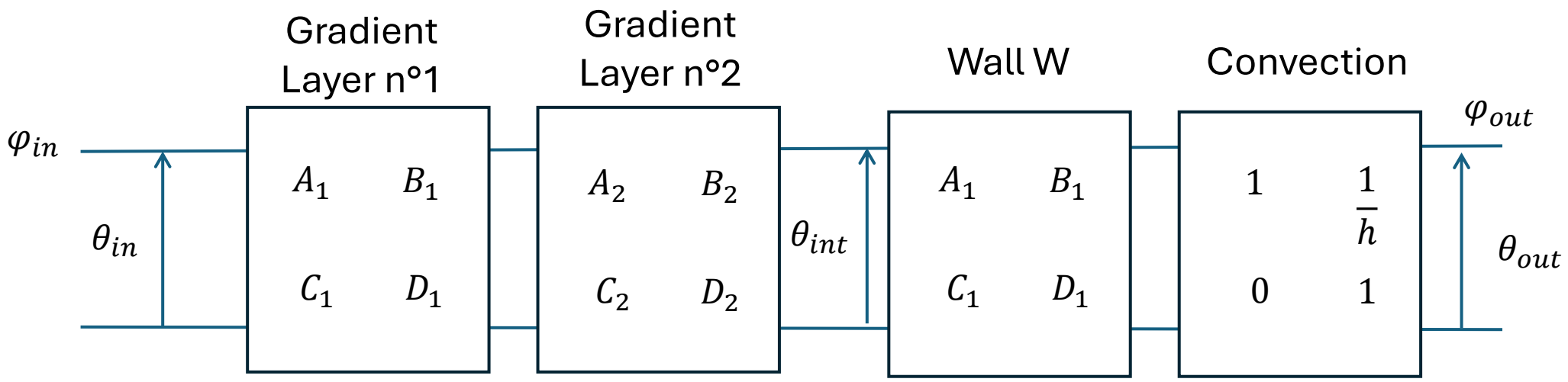


On retrouve le même ordre de grandeur que pour la modélisation bicouches à propriétés constantes :

« Caractérisation thermophysique de dépôts surfaciques sur composant face au plasma : Quelle modélisation thermique du couple dépôt-substrat ? » Congrès SFT 2026 p.416-423

Utilité à ce stade des profils obtenus b(ξ)

On peut tel-quel réutiliser les quadripôles à gradient avec les paramètres estimés pour les combiner avec des quadripôles classiques :



Comme avec les quadripôles classiques en instationnaire, il est possible :

- si on connait le flux entrant φ_{in} et la température de l'eau θ_{out}
- de calculer les températures de surface θ_{in} et d'interface θ_{int}

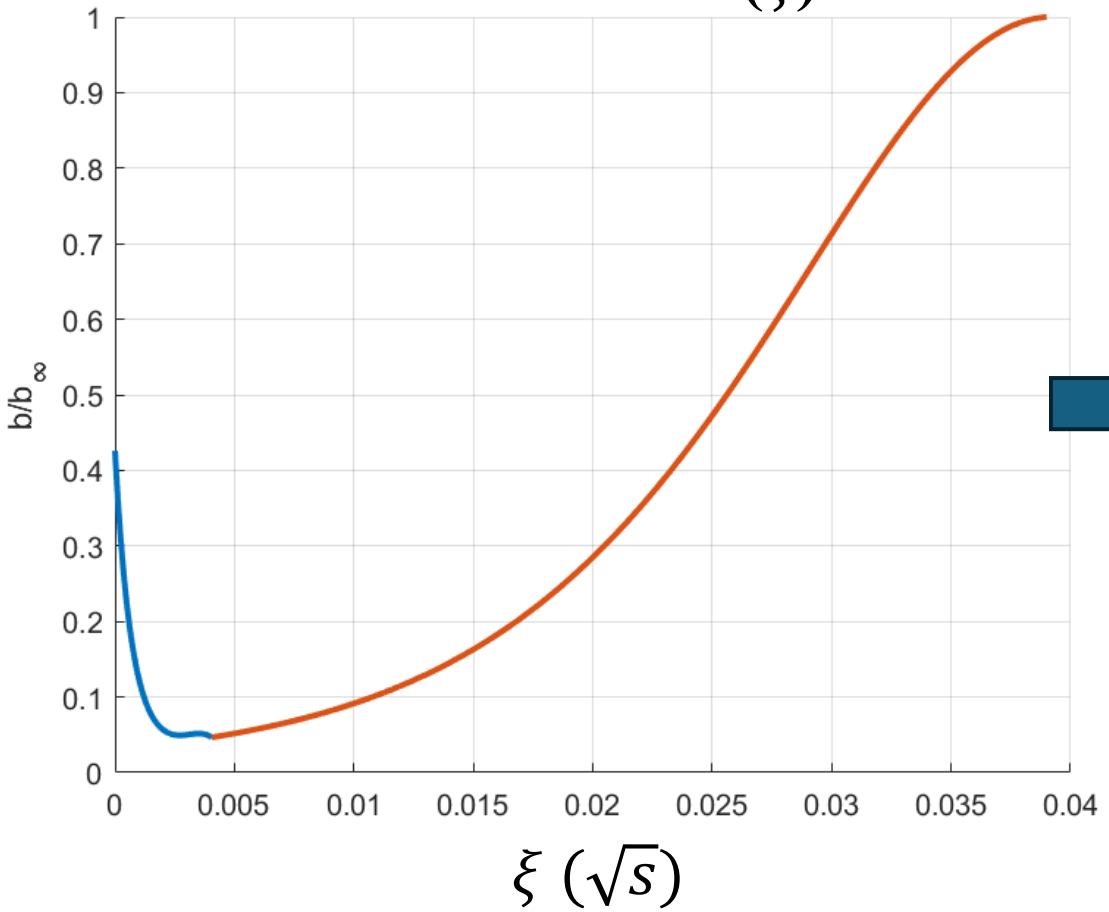
Pour gérer la forme temporelle quelconque du flux on utilisera un produit de convolution avec un calcul préalable de réponse indicielle

Retour dans le domaine spatial MB 05

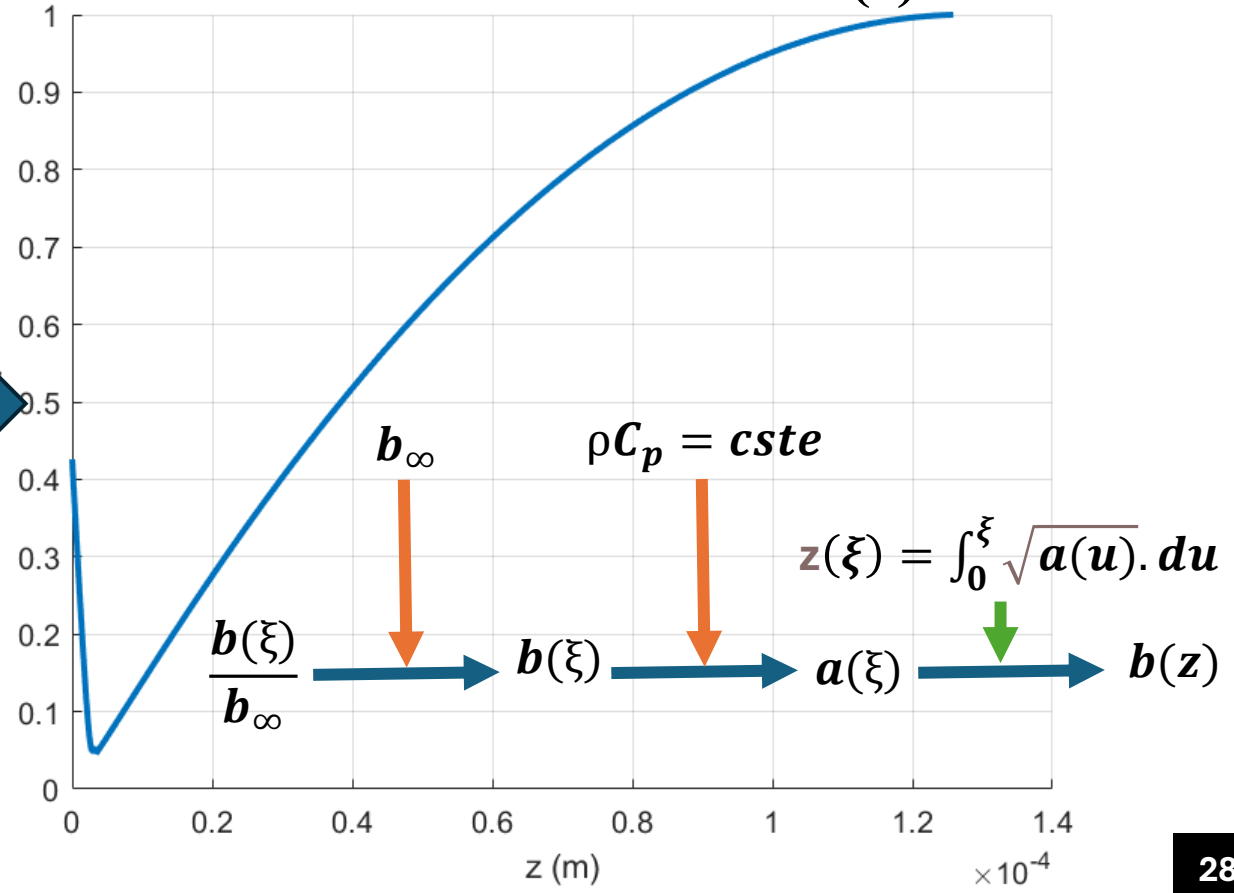
Besoin d'information supplémentaire sur une autre grandeur ou un lien entre grandeurs dans les couches, par exemple ρC constant (= ρC du tungstène)

→ On peut alors tracer les profils de toutes les autres propriétés thermiques dans la profondeur

Profil d'effusivité (ξ)

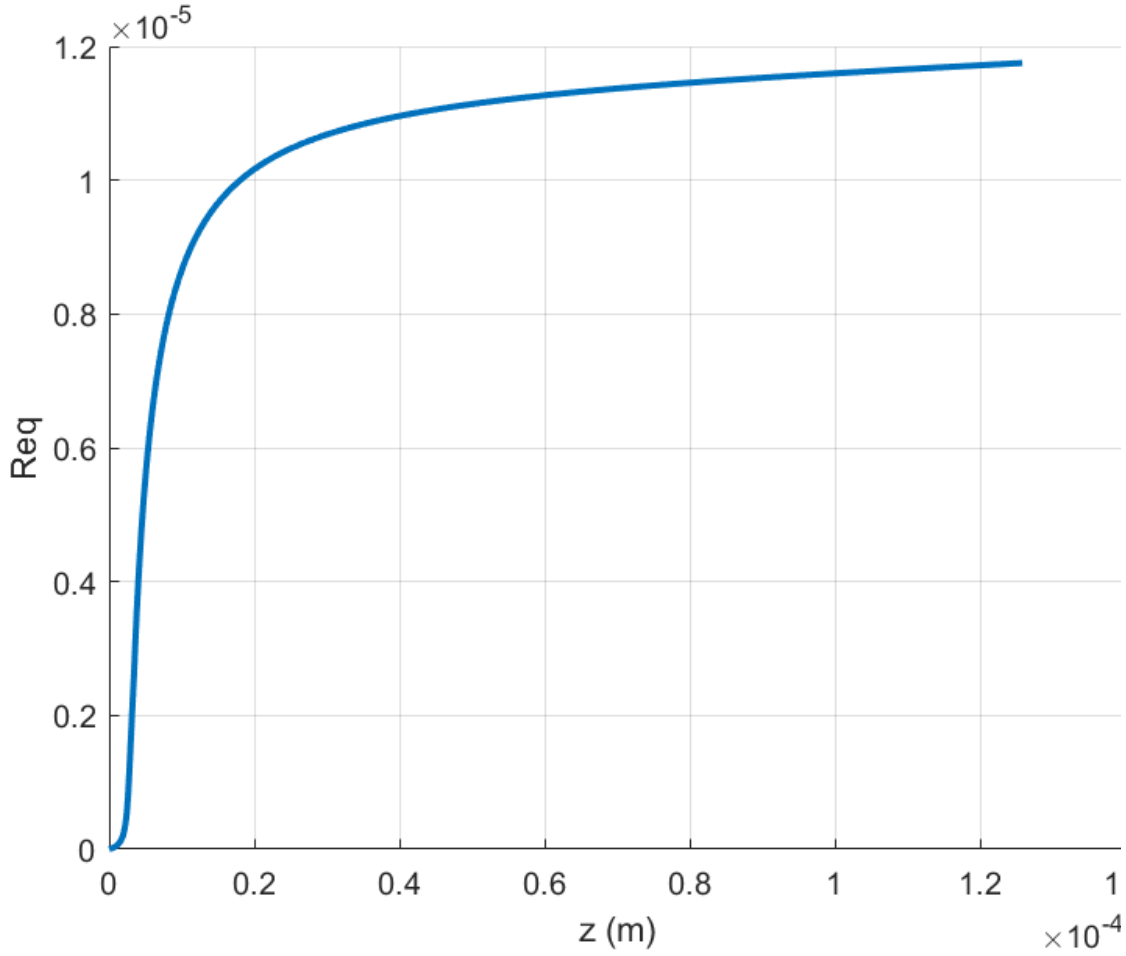


Profil d'effusivité (z)

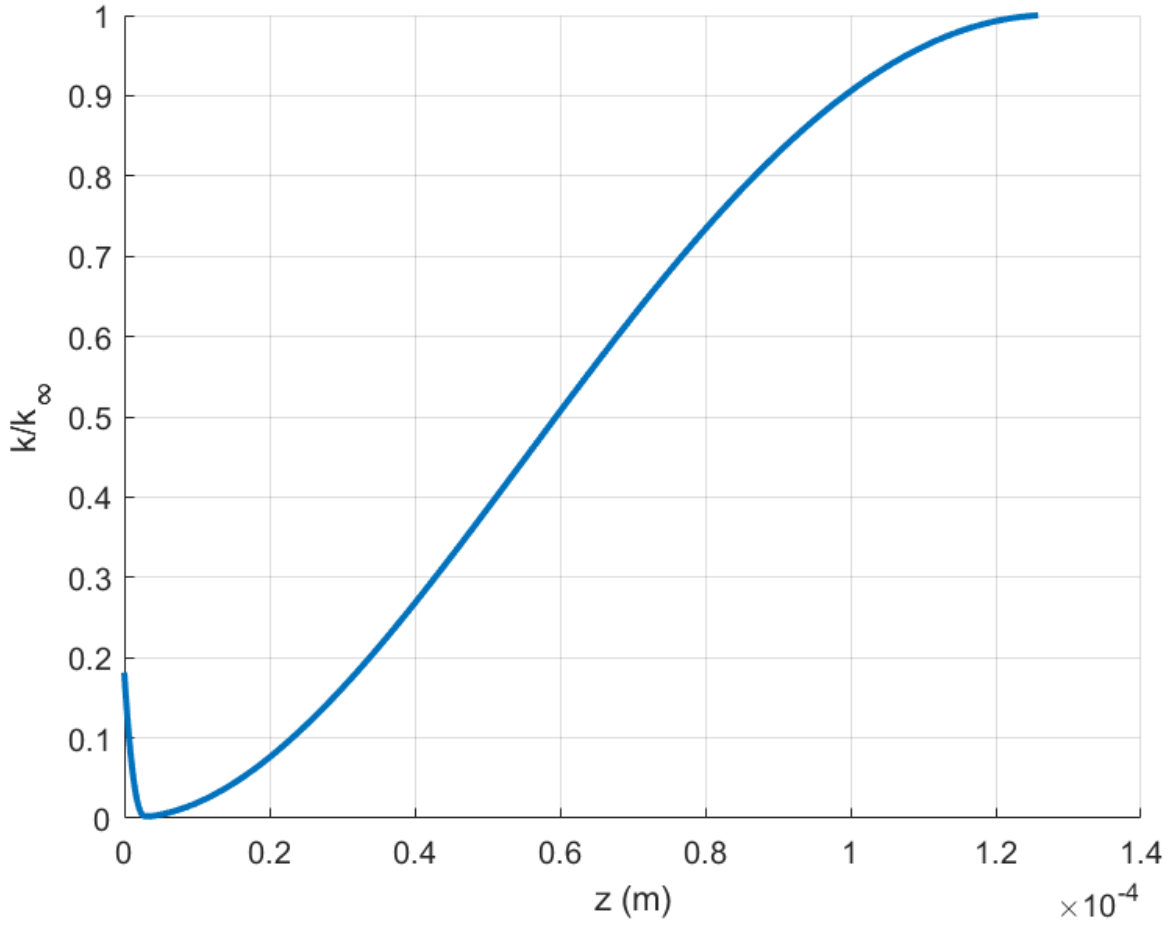


Retour dans le domaine spatial

Résistance thermique Cumulative (m^2K/W)



Profil conductivité (W/mK)



Ajout d'une contrainte d'égalité de pentes à l'interface des deux couches

Imposer la continuité des pentes ➔ contrainte supplémentaire

Imposer la continuité des pentes ➔ Plus physique pour décrire des transitions à gradient

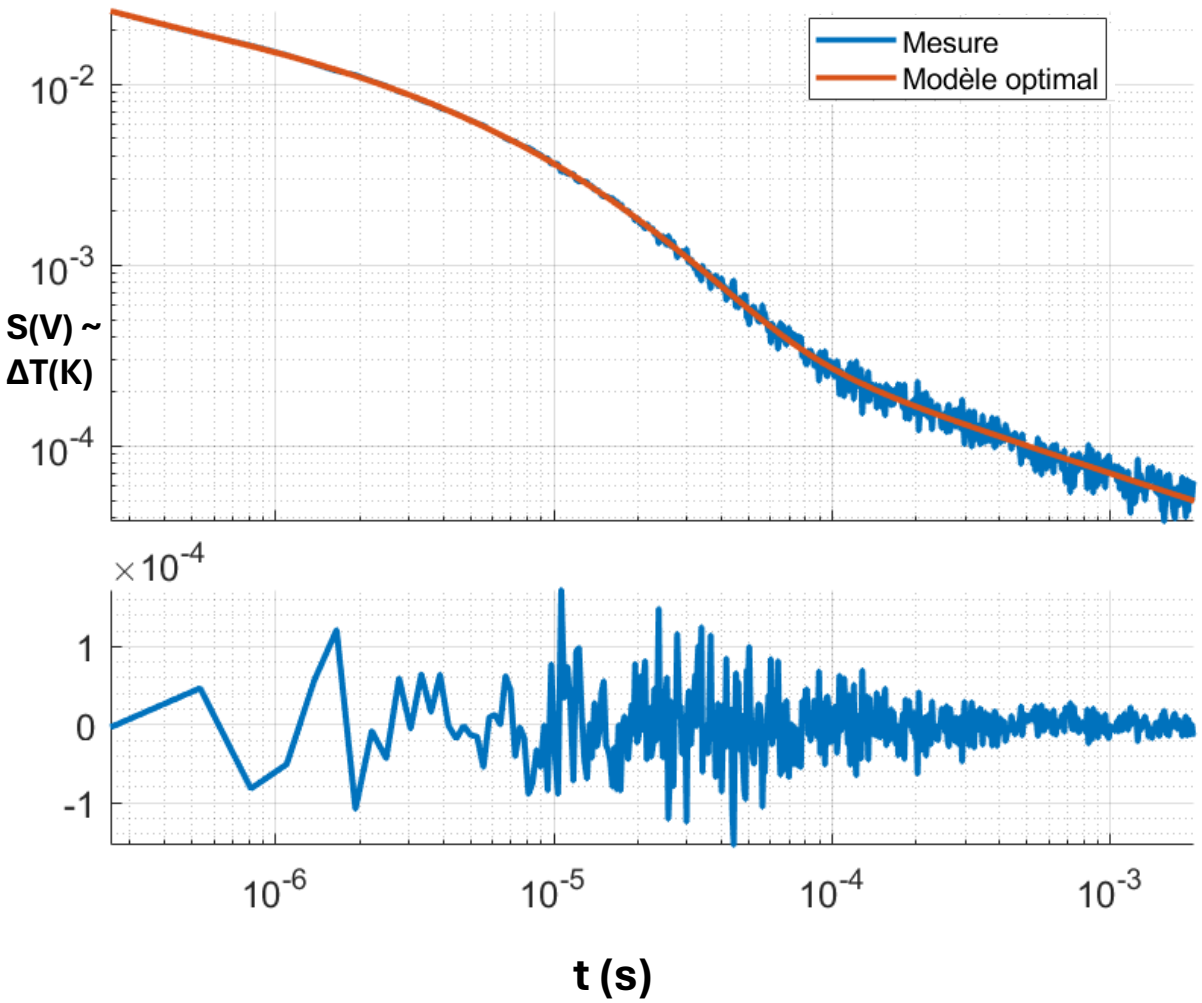
Fonction coût : **norme des résidus** entre les mesures $y(t)$ et la sortie du modèle $y_{mo}(\hat{x}, t)$ pondérés par la covariance du bruit ψ + terme relatif à la différence des pentes.

$$J(\hat{x}) = W_1 . \left(y - y_{mo}(\hat{x})\right)^t \psi^{-1} \left(y - y_{mo}(\hat{x})\right) + W_2 . \left\{ \left[\frac{\partial \left(b(\xi_1(couche1)) / b_\infty \right)}{\partial \xi} - \frac{\partial \left(b(\xi_1(couche2)) / b_\infty \right)}{\partial \xi} \right] . \xi_1 \right\}^2$$

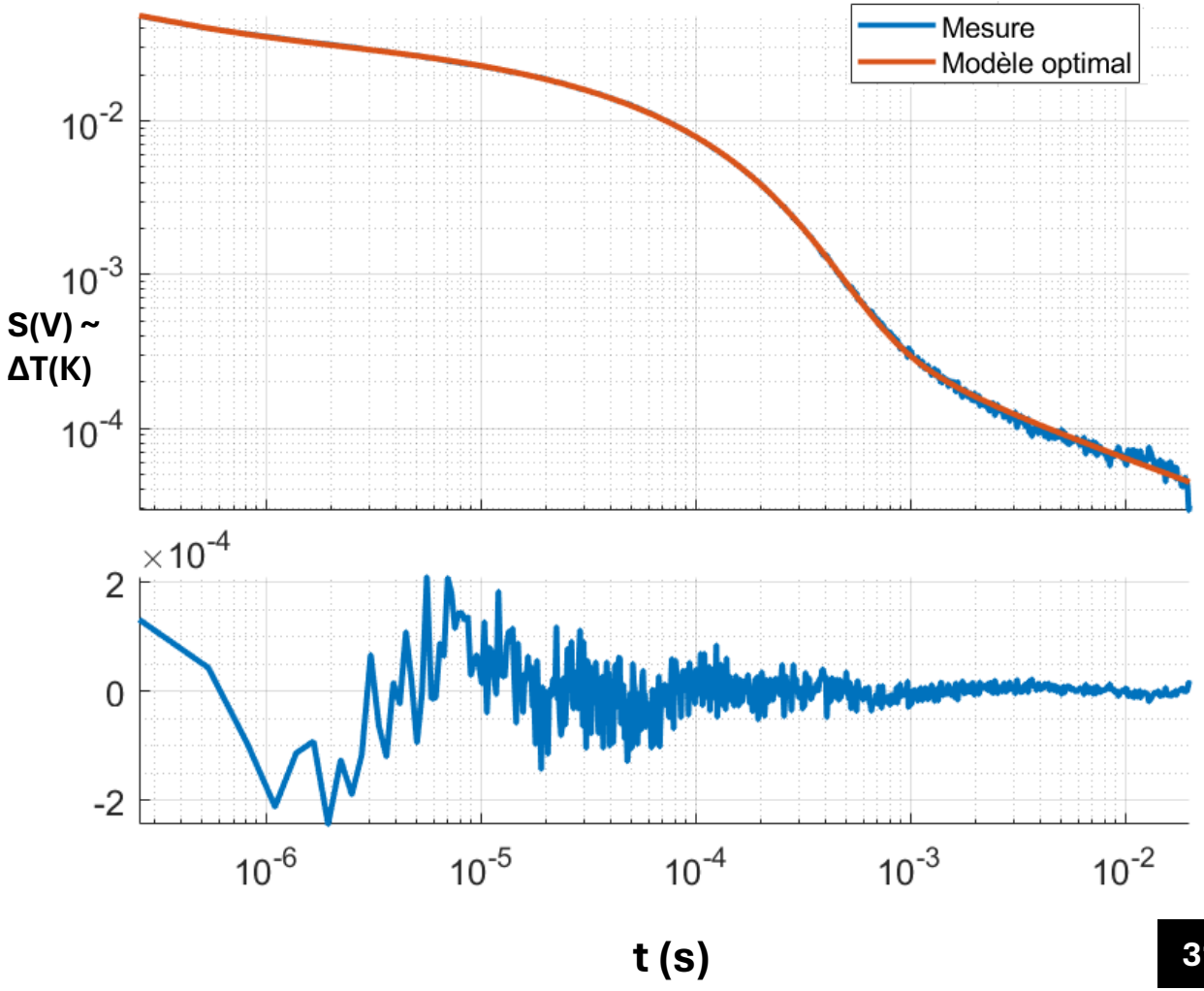
W_1 et W_2 = pondération arbitraire des deux termes sans dimension de J(x)

Meilleur fit des signaux expérimentaux

MB 03

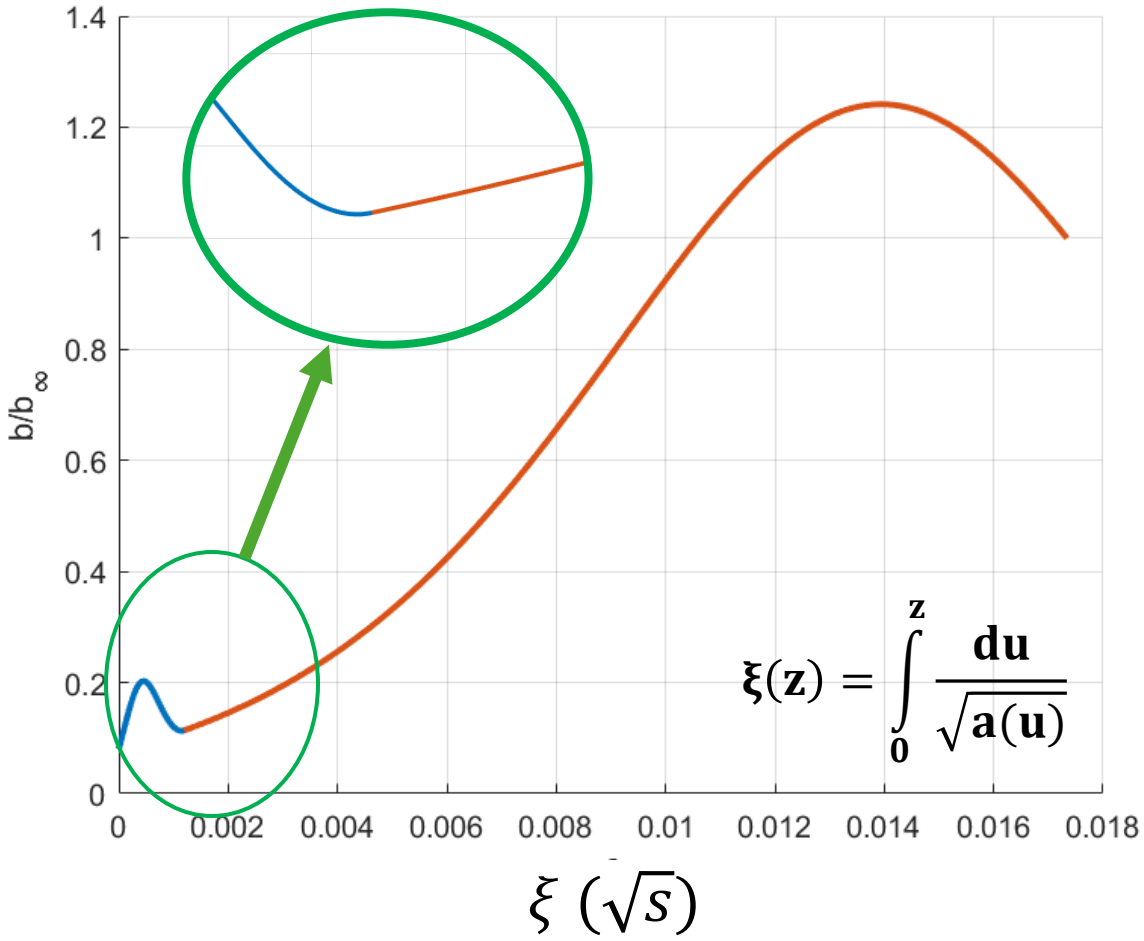


MB 05

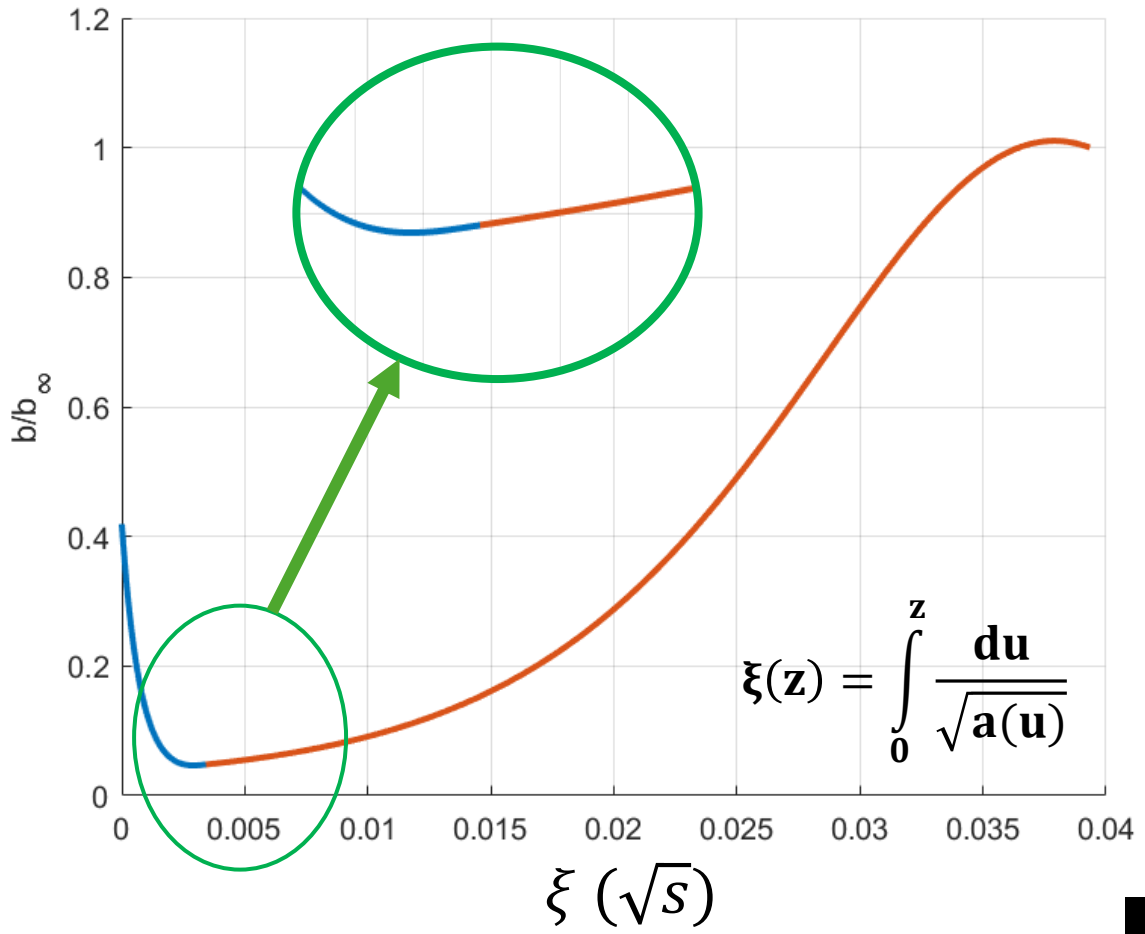


Profils d’éffusivité associés aux fits

MB 03



MB 05

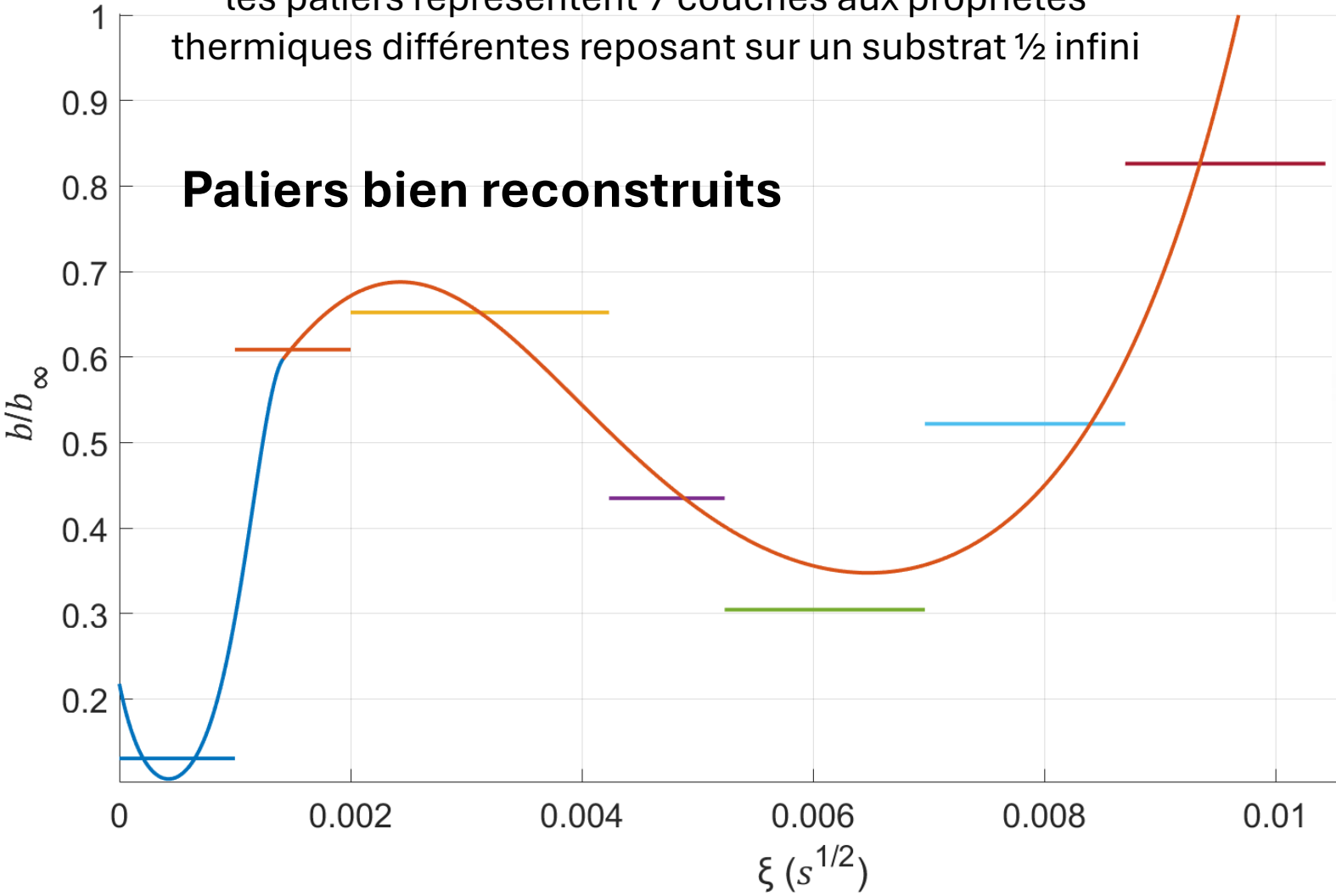


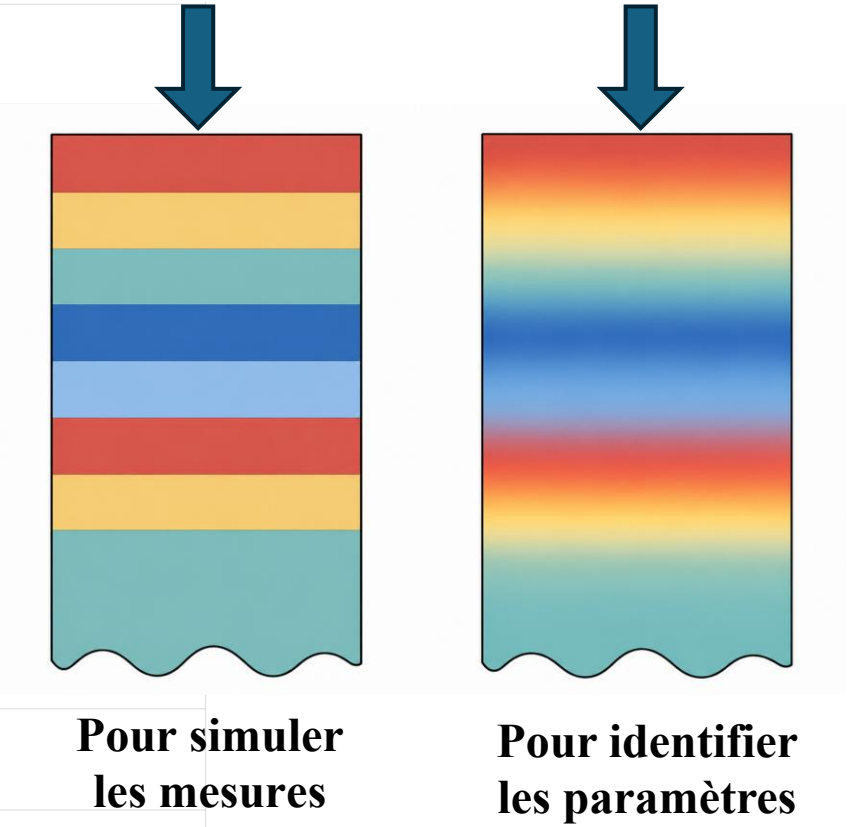
Crime Inverse à partir de quadripôles classiques

Sans résistance thermique de contact

les paliers représentent 7 couches aux propriétés thermiques différentes reposant sur un substrat ½ infini

Paliers bien reconstruits



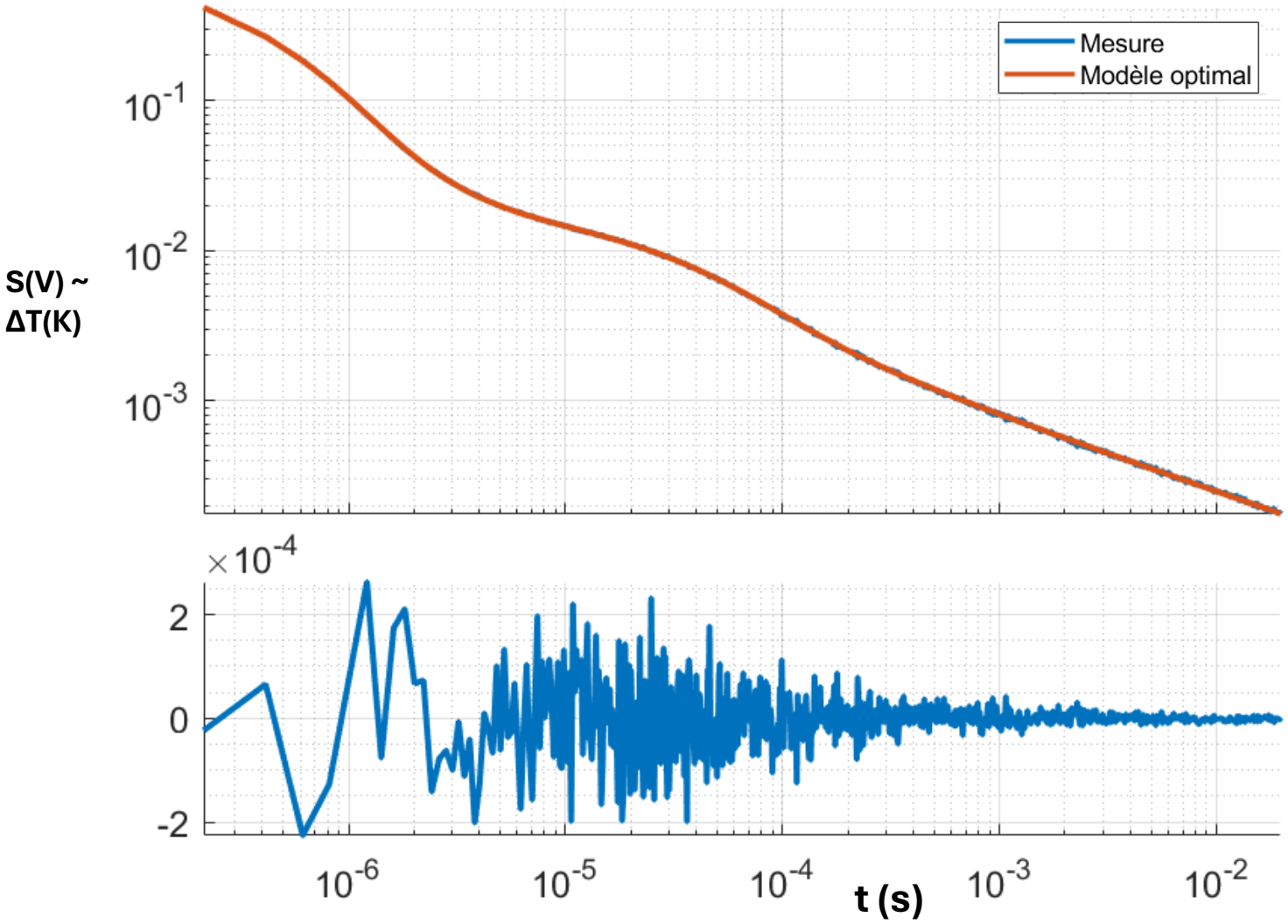


Pour simuler les mesures

Pour identifier les paramètres

Crime Inverse à partir de quadripôle classique

Sans résistance thermique de contact



fit correct

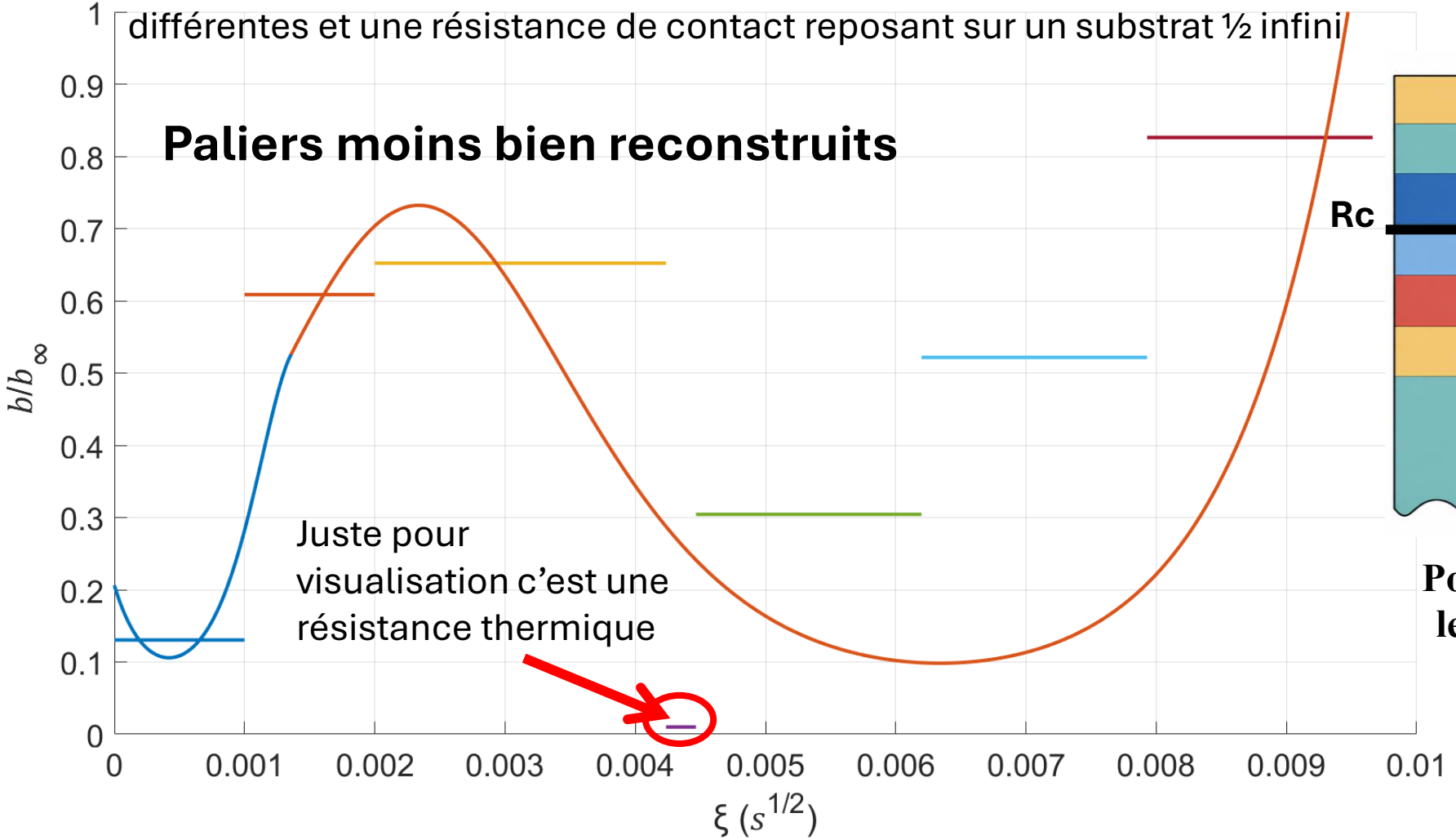
Crime Inverse à partir de quadripôle classique

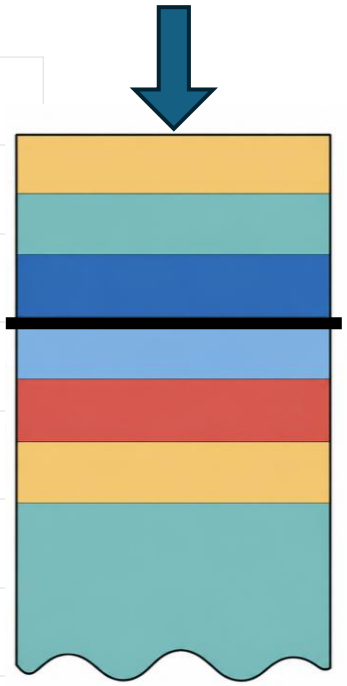
Avec résistance thermique de contact

Les paliers représentent 6 couches aux propriétés thermiques différentes et une résistance de contact reposant sur un substrat ½ infini

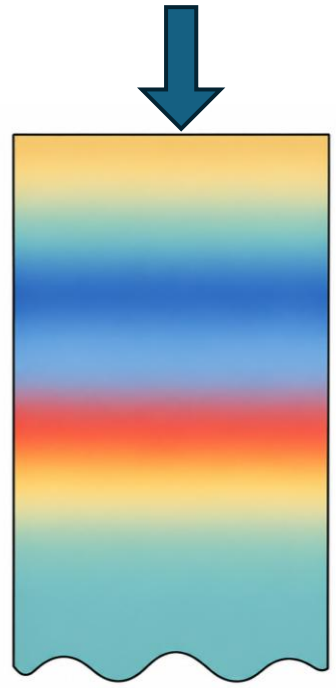
Paliers moins bien reconstruits

Juste pour visualisation c'est une résistance thermique





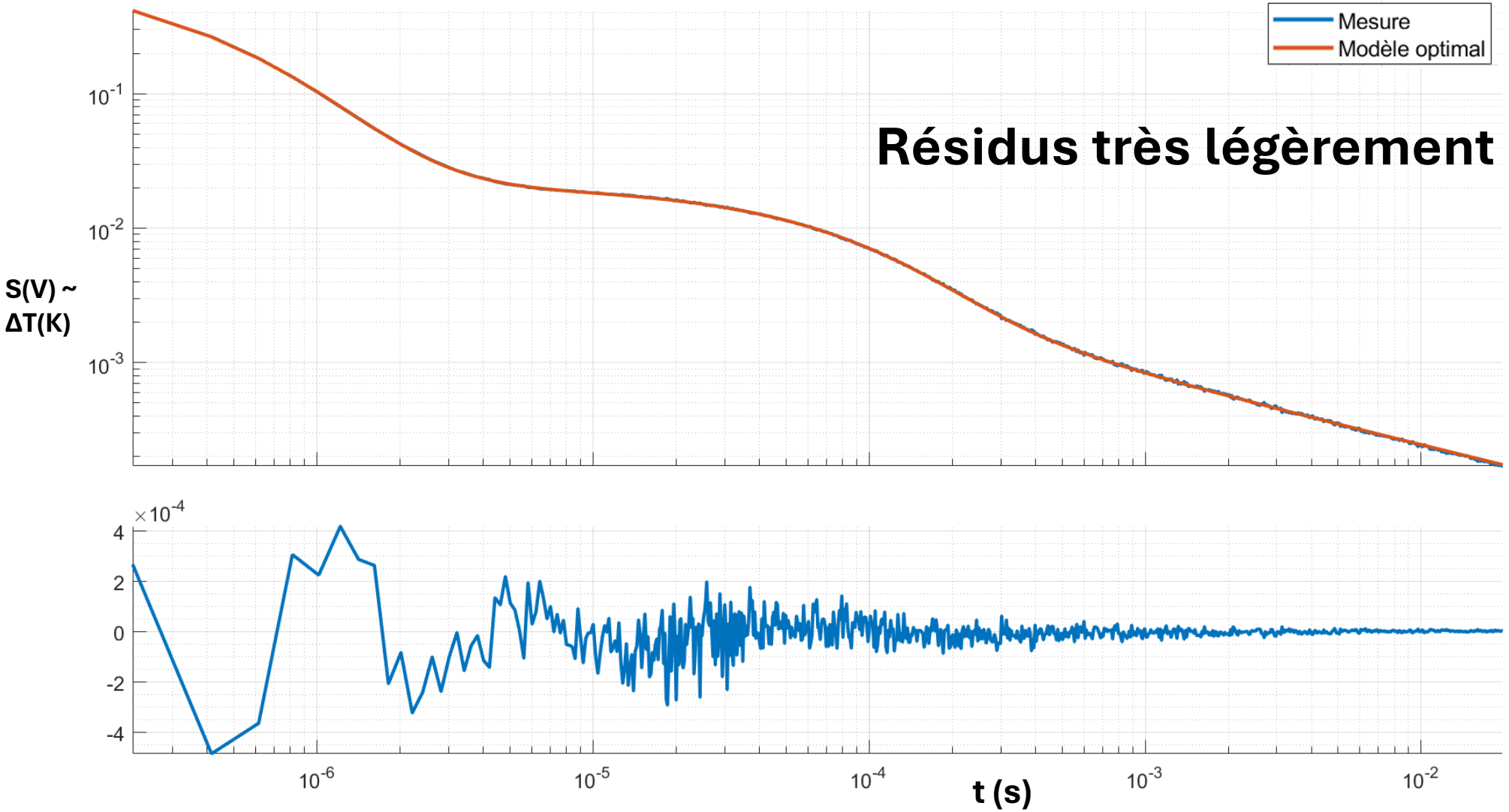
Pour simuler les mesures



Pour identifier les paramètres

Crime Inverse à partir de quadripôle classique

Sans résistance thermique



Résidus très légèrement signés

Conclusion

- Modélisation en gradient de propriété ➔ plus fidèle à la structure de nos dépôts

- Le choix d'une seule couche à gradient ne semble pas suffisant

- La modélisation à deux couches semble plus prometteuse.

- Le modèle thermique permet de décrire nos signaux expérimentaux sur plus de décades temporelle (temps court)

Perspectives

- Améliorer le retour de la racine de temps diffusif ξ ($\sqrt{s}$) ➔ domaine spatial (m) :

  - Meilleure hypothèse (sur les profils de propriétés?) que celle présentée (ρC constant = ρC du tungstène)

  - Validation expérimentale des profils de propriétés?

- Réglage des pondérations associées aux deux termes de la fonction coût (avec contrainte sur l'égalité des pentes à l'interface)

Merci

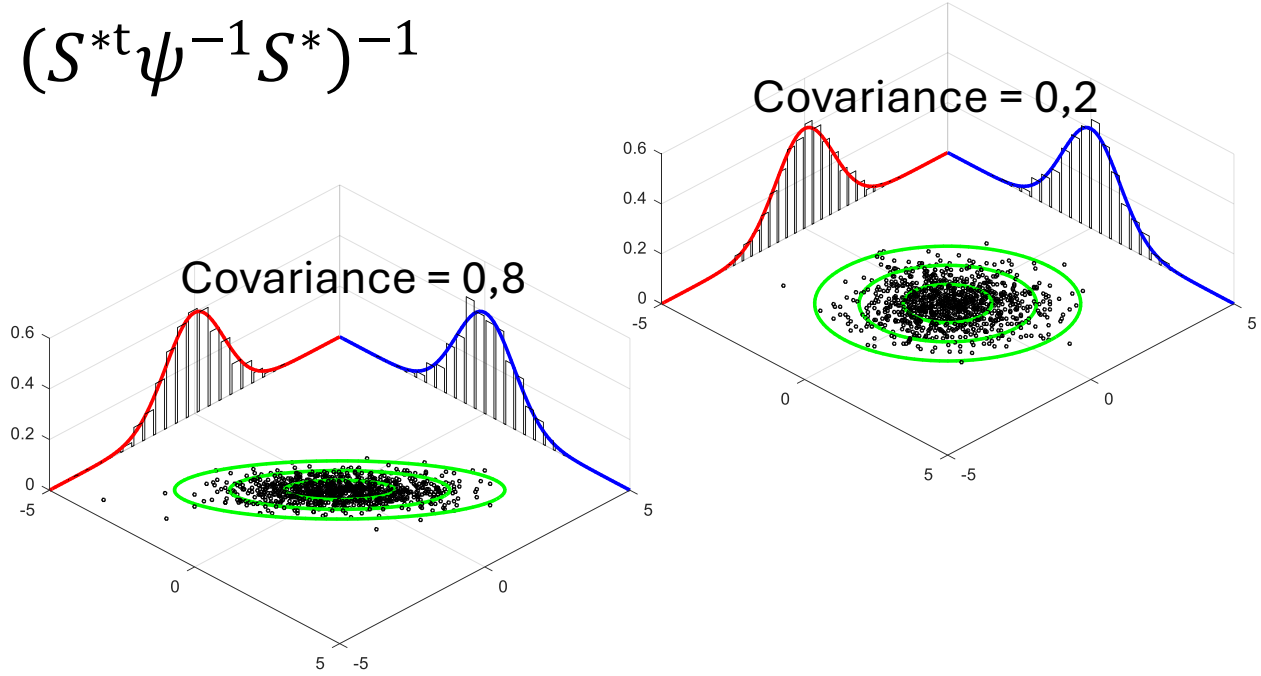
Pour votre attention

Zone de confiance

Pour déterminer la zone de confiance de notre profil on utilise la matrice de covariance relative.

$$COV^*(\hat{\boldsymbol{x}}^{\boldsymbol{opt}}) = (S^{*\mathrm{t}}\psi^{-1}S^*)^{-1}$$

La fonction « mvnrnd » (Matlab®) utilise la matrice de covariance associée aux paramètres optimaux pour réaliser N tirages de paramètres (ex : N=1000 couples x_1 et x_2 à distribution Gaussienne $\mathcal{N}(0,1)$ avec covariance 0,2 ou 0,8).



On utilise ce grand nombre de tirage de paramètres pour tracer la zone d'incertitude à 95% (méthode de Monte-Carlo)

Néanmoins l'*a priori* sur la forme (fonction sech(ξ) ou autre) reste très important et peut induire une erreur majoritaire