PROBLÈMES
INVERSES
EN THERMIQUE

Réseaux de Neurones Informés par la Physique pour identification inverse

M.S. Bidou · J.-G. Bauzin · N. Laraqi
Université Paris Nanterre — LTIE, Ville d'Avray

Problème inverse | PINN | Identification | Thermique

Université Paris Nanterre

L T E Laboratoire Thermique Interfaces Environnement

Plan de la présentation

01 **Problématique & contexte**

Contexte industriel et besoin de diagnostic

02 **Cadre PINN : direct / inverse**

Formulation directe et inverse

03 **Formulation du problème inverse**

Identifiabilité, bias, capteurs et homogénéité du critère

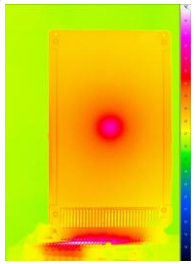
04 **Résultats d’identification**

Propriétés orthotropes, source fixes et source mobile

05 **Conclusion**

Applications industrielles de l’identification inverse thermique

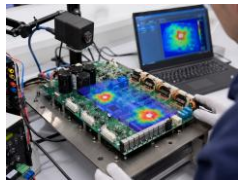
Identifier la cause thermique à partir de quelques mesures : diagnostiquer, surveiller et optimiser les systèmes industriels.



Cartes électroniques & composants de puissance

- Détection de points chauds
- Défauts de contact / soudure
- Vieillissement et diagnostic
- Surveillance temps réel

Localiser défauts & points chauds



Batteries & modules énergétiques

- Sources internes inconnues
- Emballement thermique
- Détection précoce d’anomalies

Anticiper risques thermiques



Procédés industriels & systèmes mécaniques

- Flux thermiques inconnus
- Frottement / usure
- Contrôle de procédé
- Maintenance prédictive

Optimiser contrôle & maintenance

Concepts de base : problème direct vs problème inverse

Deux raisonnements opposés, mais un même modèle physique

Problème direct

1

Paramètres physiques connus → prédire le champ T(x,y,z,t).

Bien posé, stable, résolu par des méthodes analytiques ou numériques classiques.

Problème inverse

2

Mesures → retrouver paramètres, flux ou source.

Mal posé, sensible au bruit, nécessite régularisation.

Chronogramme de la résolution thermique

De l’analytique aux PINNs pour le direct et l’inverse

Méthodes analytiques | **Méthodes numériques** | **Inversion thermique** | **Apprentissage physique**

- 1822 — **Fourier** — Théorie analytique
- XIXe — **Séparation** — Variables / séries
- 1910s–50s — **FDM** — Maillages réguliers
- 1956–60s — **FEM** — Géométries complexes
- 1970s–80s — **FVM** — Conservation flux
- 1963 — **Tikhonov** — Régularisation
- 1970/1985 — **Beck et al.** — IHCP
- 2000 — **Özisik & Orlande** — CG, Bayésien, Kalman
- 2019 — **Raissi et al.** — PINNs : EDP + données
- 2021+ — **PINNs thermiques** — Problèmes inverses

Message clé : les PINNs prolongent l’évolution des méthodes thermiques en combinant équations physiques, données et optimisation.

Pourquoi repenser la simulation physique ?

Les limites complémentaires des solveurs classiques et de l'IA purement data-driven

1 Solveurs numériques classiques

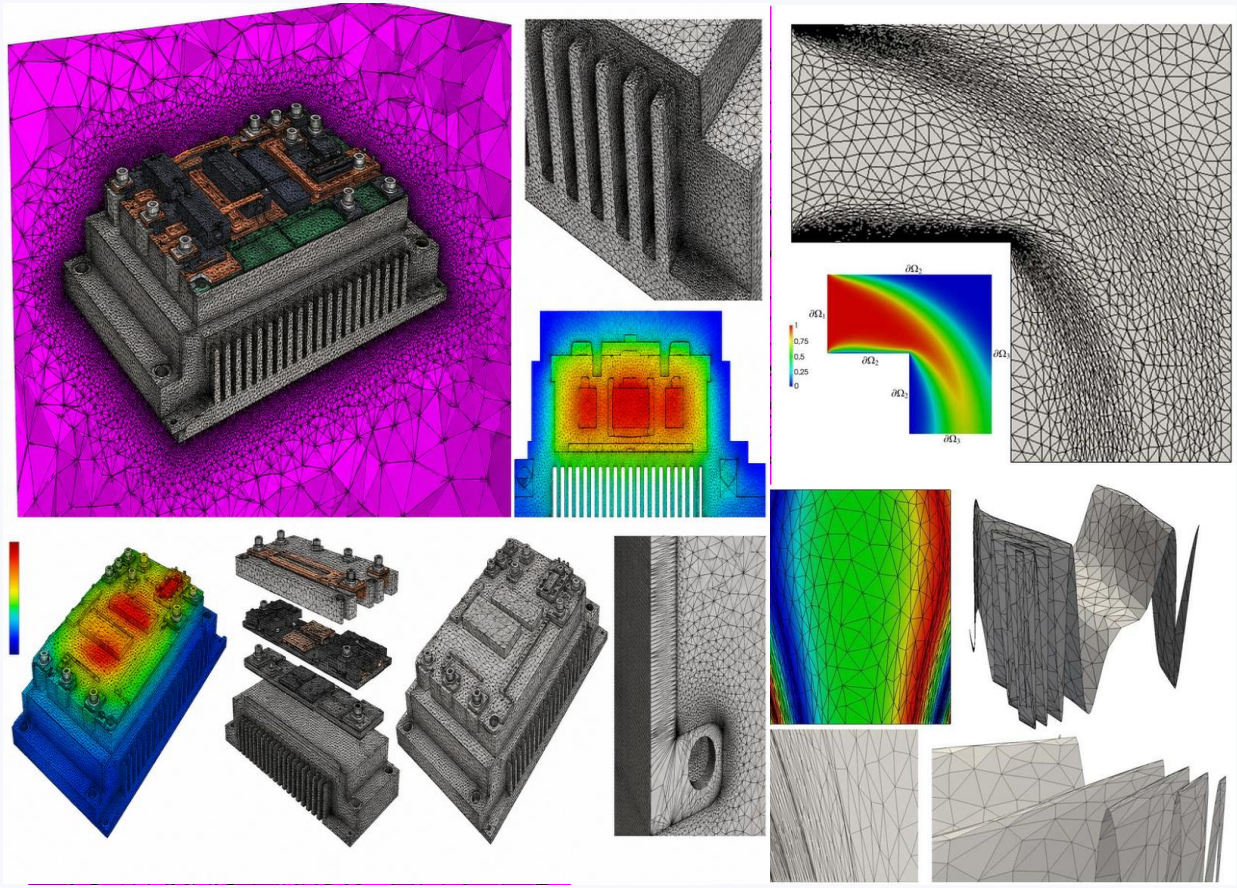
FEM / FVM / FDM

Maillages denses, coût élevé.

2 IA purement data-driven

Deep learning standard

Besoin de beaucoup de données, aucune garantie physique.



Pourquoi pas un Deep Learning classique ?

Le PINN transforme la physique en contrainte d'apprentissage

Critère	Deep Learning classique	Approche hybride PINN
Volume de données requis	Très élevé	**Faible**
Respect des lois physiques	Aucune garantie	**Intégré dans la perte**
Extrapolation	Souvent incertaine	**Physiquement contrainte**
Robustesse au bruit	Surapprentissage possible	**EDP = régularisation**

L’avènement conceptuel et technologique des PINNs

Approximation universelle + différentiation automatique + optimisation moderne

1998

Lagaris et al.

Réseaux pour résoudre EDO/EDP, avant l’ère GPU.

2012

Deep learning moderne

GPU et réseaux profonds à grande échelle.

2015+

PyTorch / TensorFlow

Différentiation automatique par rapport à (x,y,z,t).

2019

Raissi et al.

Formalisation moderne des PINNs : EDP + données.

2021+

Architectures avancées

Opérateurs neuronaux et applications thermiques.

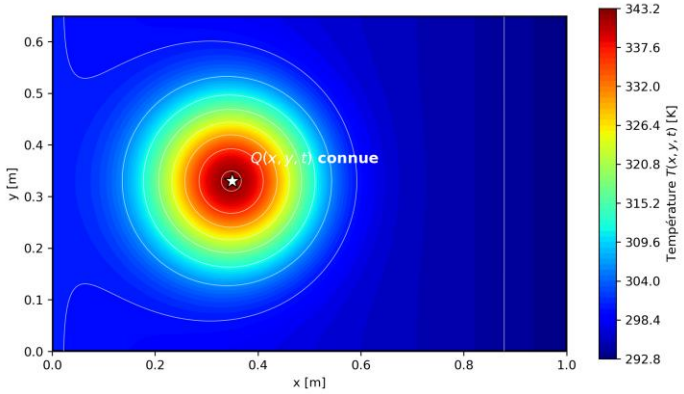
Idée clé : les PINNs ne remplacent pas les méthodes classiques ; ils ajoutent un cadre hybride pour contraindre l’apprentissage par la physique.

Problème direct de conduction

Connaître la cause → calculer le champ de température

Modèle thermique réduit type 2D

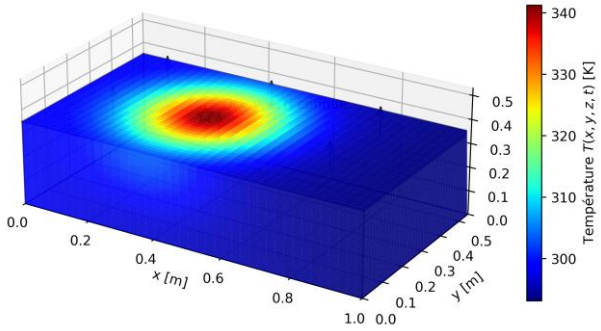
$$\begin{cases} \rho C \dfrac{\partial T}{\partial t} - \lambda \Delta T = \dfrac{Q(x,y,t) - 2h(T - T_{amb})}{e} \\ T(x,y,0) = T_0 \\ -\lambda \, \Delta T . \vec{n} = 0 \end{cases}$$



Entrées : propriétés, géométrie, conditions initiales/limites, source connue.
Sortie : champ de température T.

Modèle thermique 3D

$$\begin{cases} \rho C \dfrac{\partial T}{\partial t} - \lambda \Delta T = 0, \qquad \forall (x,y,z,t) \in \Omega \times [0, t_f] \\ T(x,y,z,0) = T_0, \ \forall (x,y,z,t) \in \Omega \\ -\lambda \, \Delta T . \vec{n} + h_z (T - T_{ext}) - Q(x,y,e;t) = 0, \quad \forall (x,y,z_a) \in \Gamma_{S_a} \\ -\lambda \, \Delta T . \vec{n} + h_z (T - T_{ext}) = 0, \quad \forall (x,y,z) \in \Gamma_{S_b} \\ -\lambda \, \Delta T . \vec{n} + h_L (T - T_{ext}) = 0 \quad \forall (x,y,z) \in \Gamma \end{cases}$$

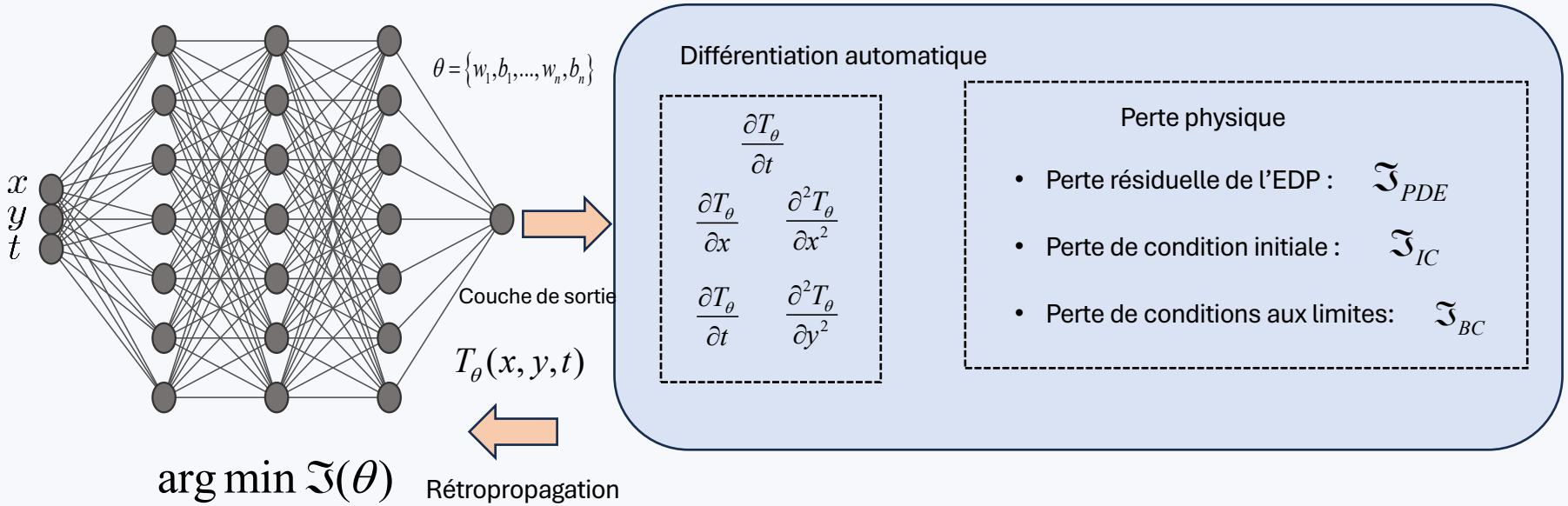


Le direct est bien posé lorsque les entrées sont connues

Critère à minimiser :

Le cœur de l'apprentissage informé par la physique

$$\mathfrak{I}_{tot} = \gamma_{PDE}\mathfrak{I}_{PDE} + \gamma_{IC}\mathfrak{I}_{IC} + \gamma_{BC}\mathfrak{I}_{BC}$$



ℒPDE

Résidu de l'EDP

$$\mathfrak{I}_{PDE} = \frac{1}{N_r}\sum_{r=1}^{N_r}\left|\rho C\frac{\partial T_\theta}{\partial t} - \lambda\Delta T_\theta - \frac{Q(x,y,t) - 2h(T_\theta - T_{amb})}{e}\right|^2$$

ℒIC

Condition initiale

$$\mathfrak{I}_{IC} = \frac{1}{N_{IC}}\sum_{i=1}^{N_{IC}}\left|T_\theta(x_i, y_i, 0) - T_0(x_i, y_i)\right|^2$$

ℒBC

Condition limite

$$\mathfrak{I}_{BC} = \frac{1}{N_{BC}}\sum_{b=1}^{N_{BC}}\left|\lambda\frac{\partial T_\theta(x_b, y_b, t_b)}{\partial \vec{n}}\right|^2$$

Schéma de l’algorithme PINN — problème direct

Pipeline : échantillonnage, réseau, pertes, optimisation



$$\mathcal{L}total = \gamma PDE\ \mathcal{L}PDE + \gamma IC\ \mathcal{L}IC + \gamma BC\ \mathcal{L}BC$$

Pondération de la perte : homogénéité et gradient annealing

Les poids γj ne sont pas de simples hyperparamètres

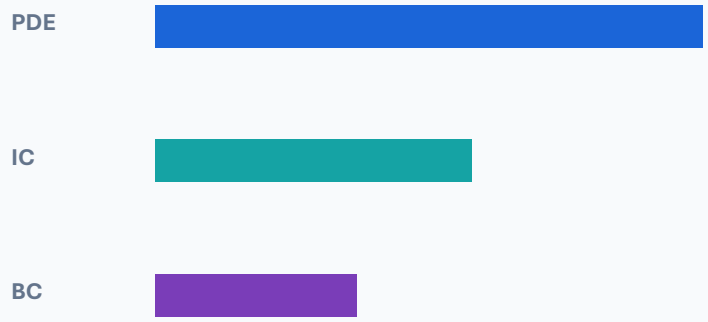
Analyse critique

Le critère n'est pas naturellement homogène : les termes n'ont pas les mêmes unités ni les mêmes ordres de grandeur. Les γj jouent un rôle de normalisation, de régularisation et de compromis physique/données.

Choix pratique

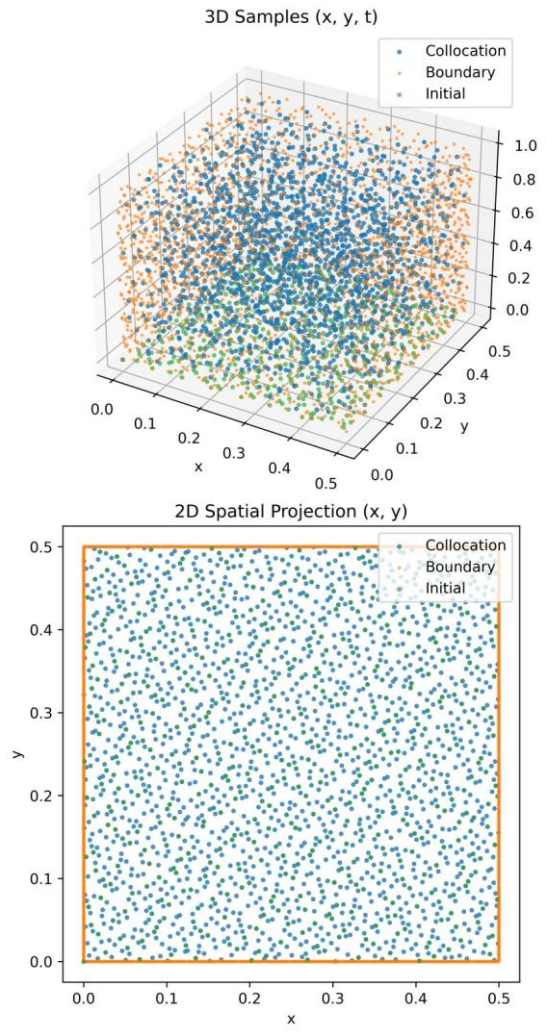
Rééquilibrage adaptatif par gradient annealing pour rendre les contributions de gradient comparables et limiter les pathologies d'optimisation.

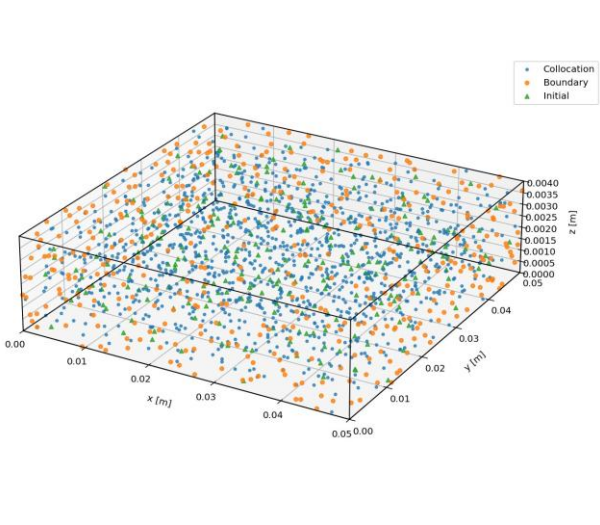
Contribution des pertes

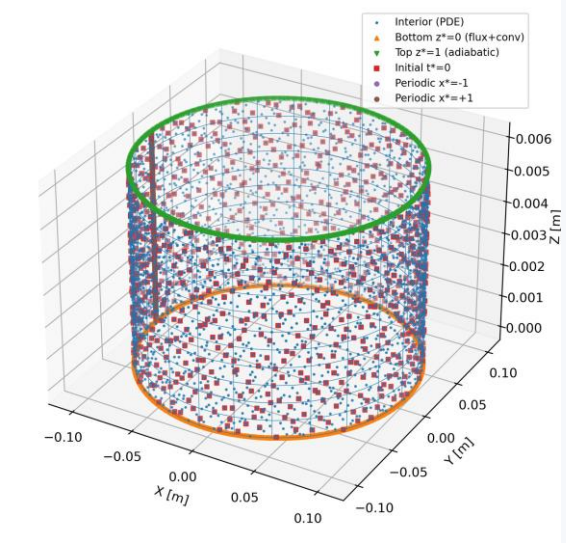


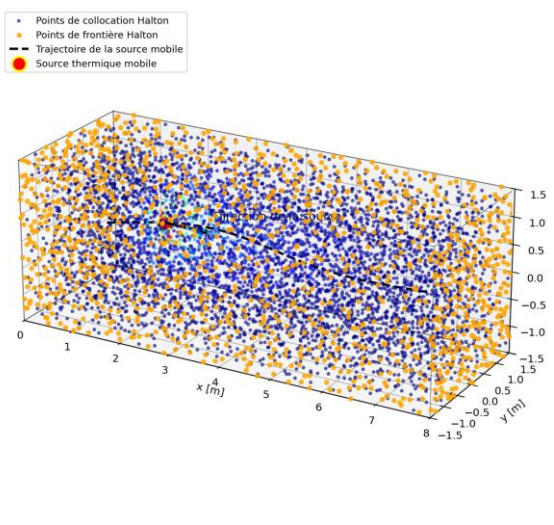
Objectif : équilibrer les gradients, pas seulement les valeurs scalaires.

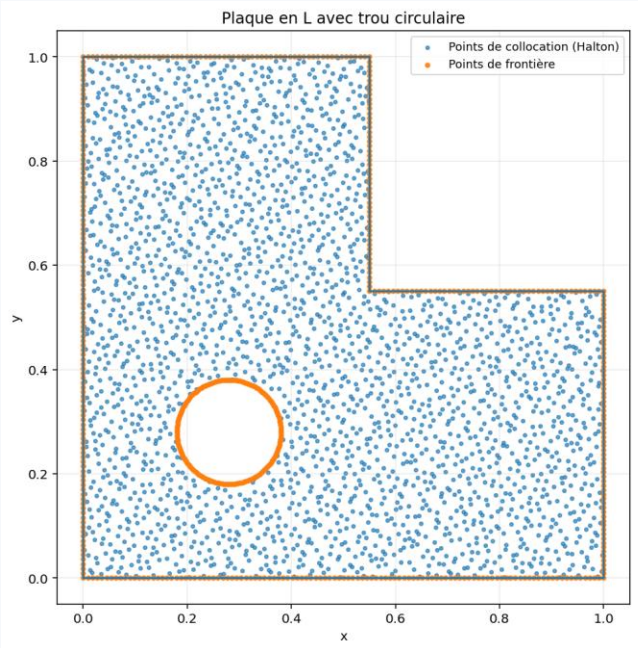
Echantillonnage 2D/3D

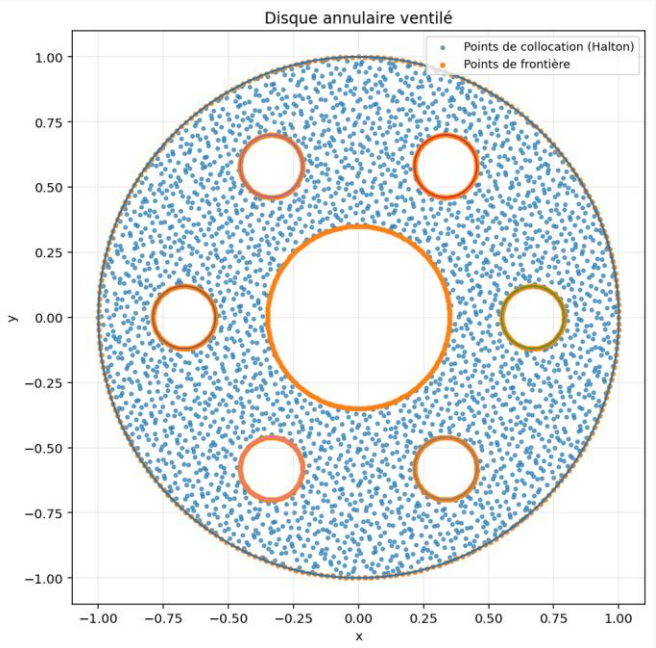






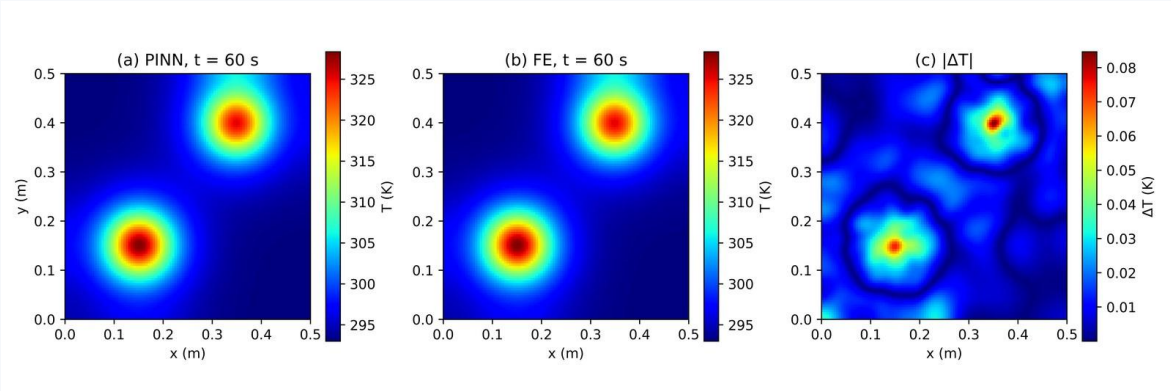


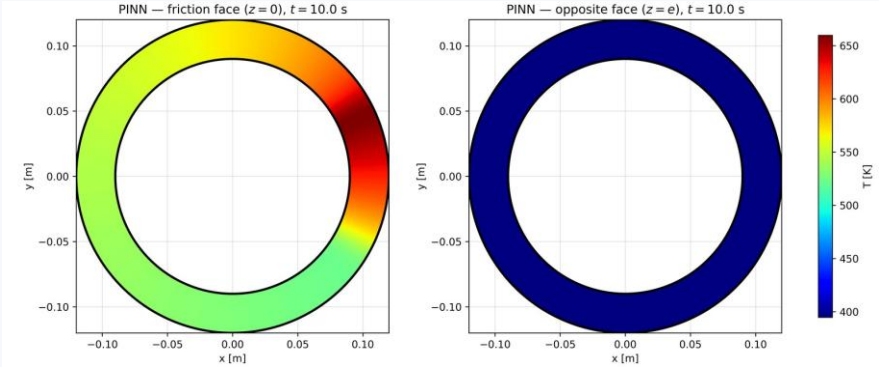


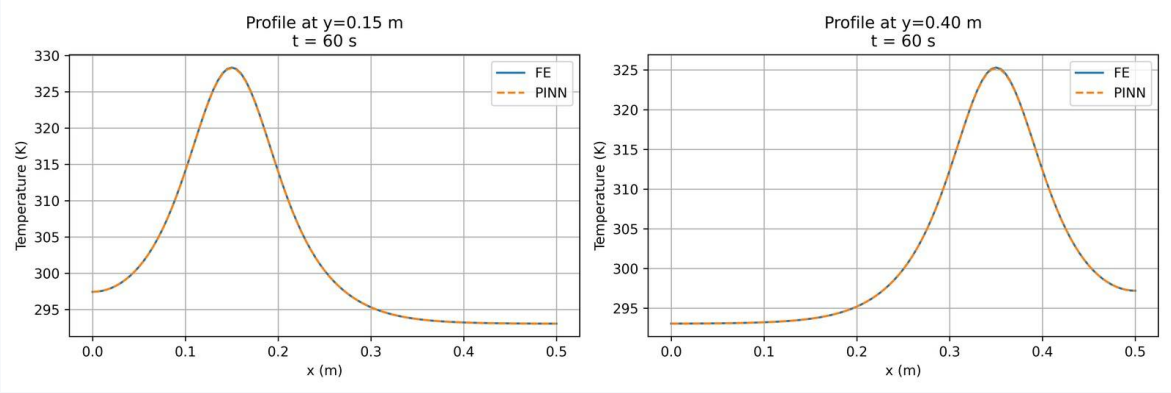


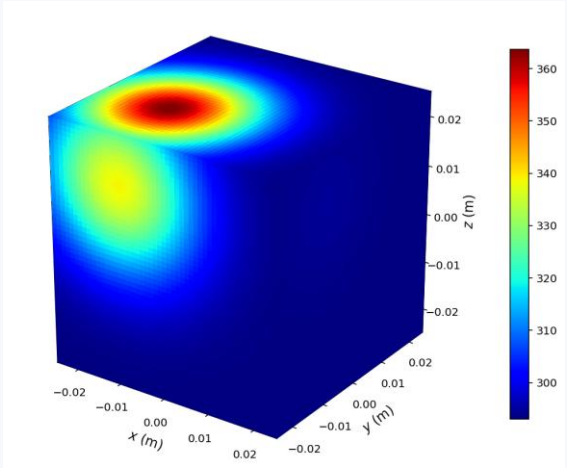
Résultat du problème direct — modèles 2D et 3D

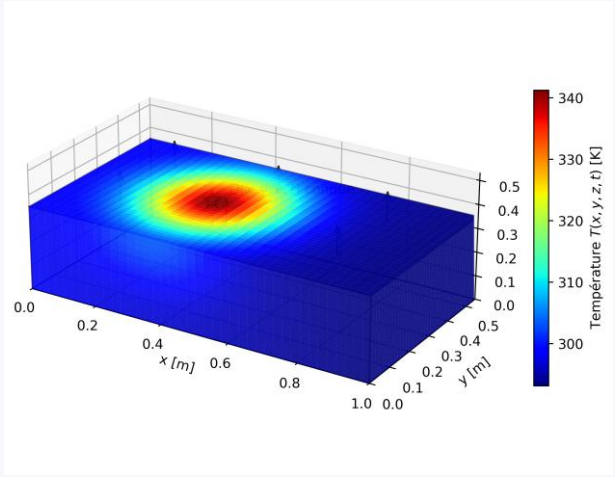
Comparaison qualitative et visualisation spatio-temporelle



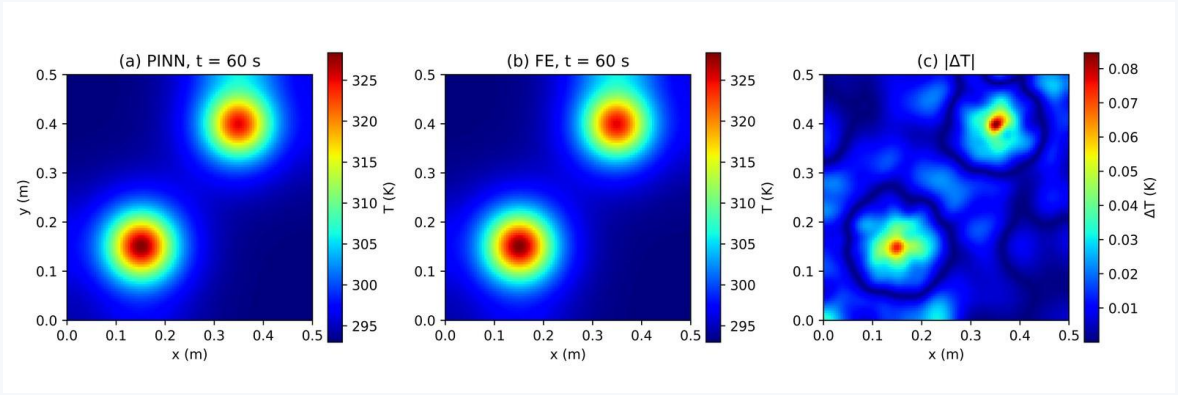


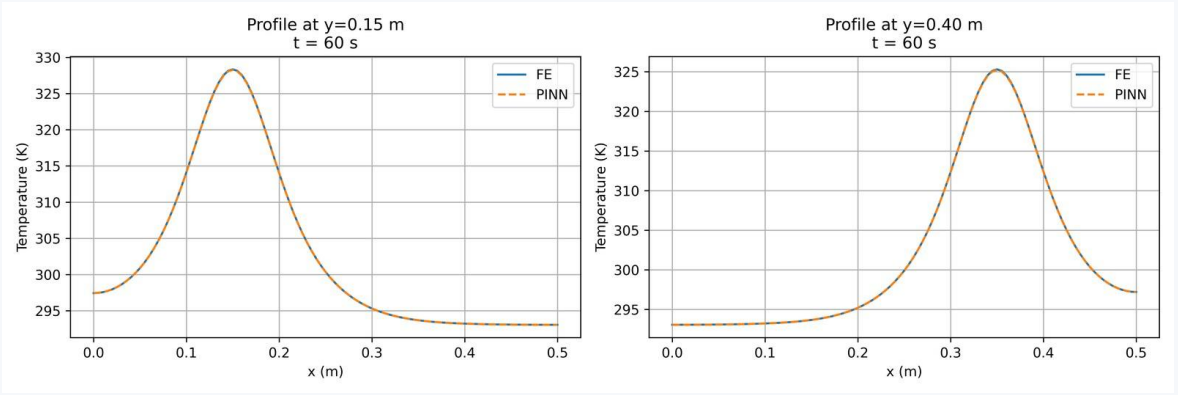


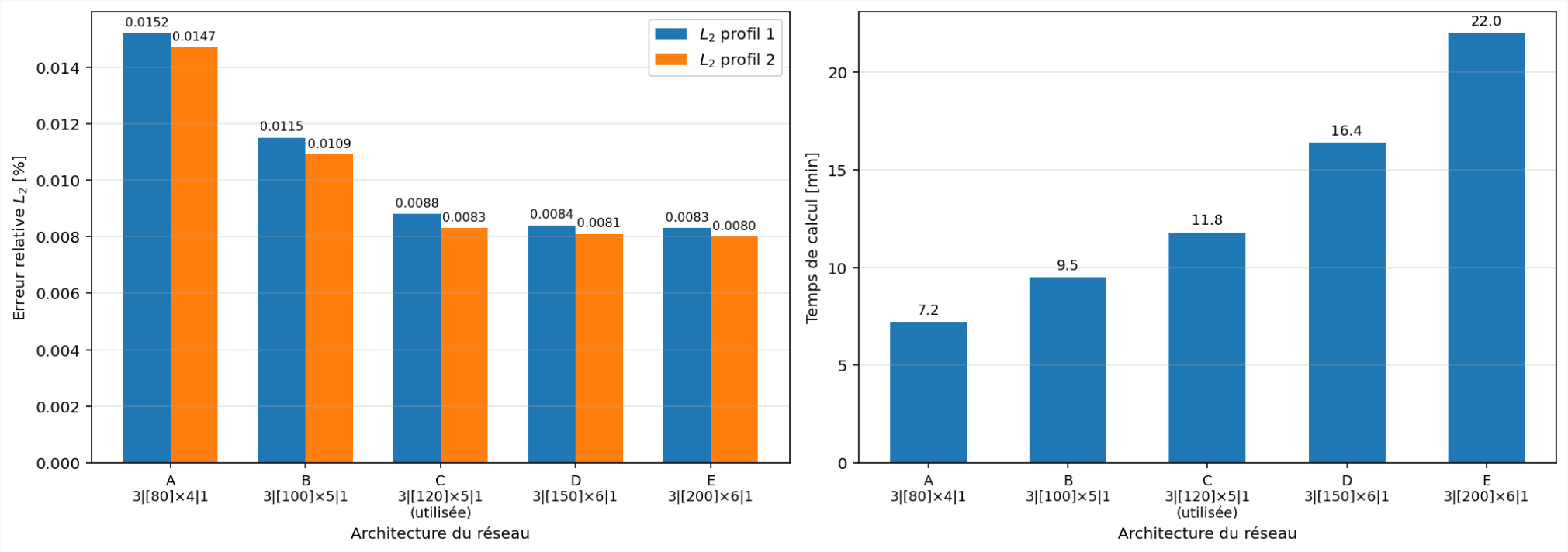




Analyse comparative des architectures PINN pour le problème direct







Méthodes d’identification inverse

Trois familles classiques et leurs limites

Régularisation

Tikhonov et variantes
Pénalisation du bruit ou de la rugosité
Choix du paramètre

Optimisation déterministe

Gradient conjugué, adjoint
Fonction objectif + contraintes
Sensibilités / Jacobien

Estimation probabiliste

Bayésien, filtrage, lissage
Incertitudes et priors
Coût de calcul élevé

Deux objectifs inverses

Même cadre PINN, deux familles d'inconnues

Identification thermophysique

Milieu orthotrope

Inconnues :

Retrouver λx, λy, ρC
+ position de la source

Spécificité :

Conductivité anisotrope
Diffusivité calculée a posteriori

Identification de source

Milieu isotrope

Inconnues :

Retrouver flux ψ(t), position, dispersion ρ
Sources fixes ou mobiles

Spécificité :

Faible nombre de capteurs
Sélection guidée par sensibilité

Spécificité du problème inverse

Un problème non local, bruité et potentiellement mal posé

Inconnues recherchées

$$\tau = \{\lambda x, \lambda y, \rho C, xs, ys, \psi(t), x_s(t), y_s(t), \rho\}$$

- $\psi(t)$: amplitude / flux de la source
- $x_s(t)$, $y_s(t)$: position ou trajectoire
- ρ : dispersion spatiale de la gaussienne
- λx, λy, ρC selon le scénario

Non-unicité possible

Plusieurs couples flux/dispersion peuvent produire des températures proches.

Sensibilité spatiale inégale

Les capteurs loin de la source sont peu informatifs.

Bruit amplifié

On remonte à une cause à partir d'un effet diffusé.

Corrélations paramétriques

ψ, ρ et position peuvent être fortement couplés.

Points spécifiques à discuter pour le problème d’inversion

Biais du modèle, identifiabilité et homogénéité du critère

1 Biais d’hypothèse

Conduction 2D, plaque mince, convection simplifiée, source gaussienne.

2 Bien / mal posé

Sensibilités capteurs-paramètres, colinéarité et placement capteur.

3 Critère composite

PDE, CI, CL et données ont des unités et échelles différentes ; les poids γj équilibrent les contributions.

Critère à minimiser : direct et inverse à la fois

Ajout des données capteurs dans la perte

$$\mathcal{L}\text{total} = \gamma\text{PDE}\,\mathcal{L}\text{PDE} + \gamma\text{IC}\,\mathcal{L}\text{IC} + \gamma\text{BC}\,\mathcal{L}\text{BC} + \gamma\text{data}\,\mathcal{L}\text{data}$$

$\mathcal{L}$PDE

résidu EDP

$\mathcal{L}$IC

condition initiale

$\mathcal{L}$BC

condition limite

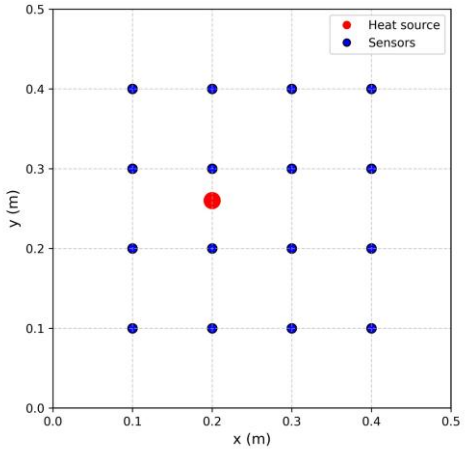
$\mathcal{L}$data

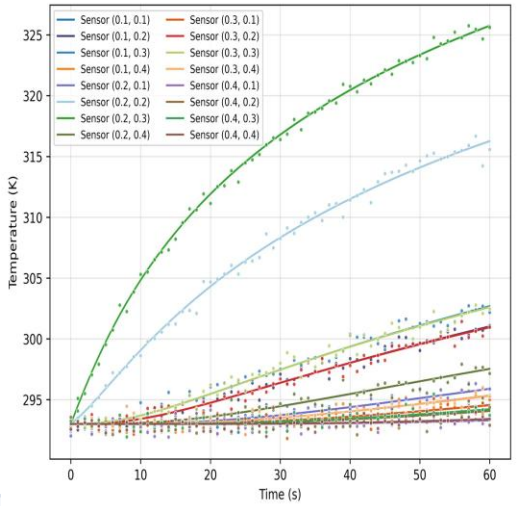
écart aux capteurs

Inversion : les inconnues sont approchées par des réseaux auxiliaires et/ou paramètres entraînables.

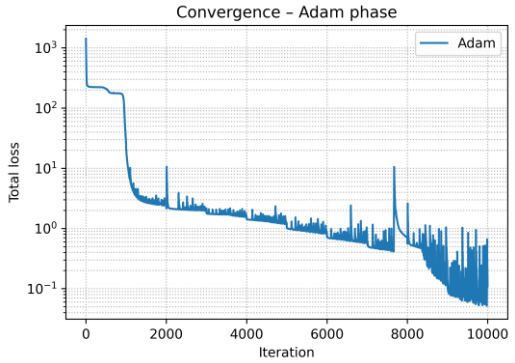
Résultat d’identification — scénario 1

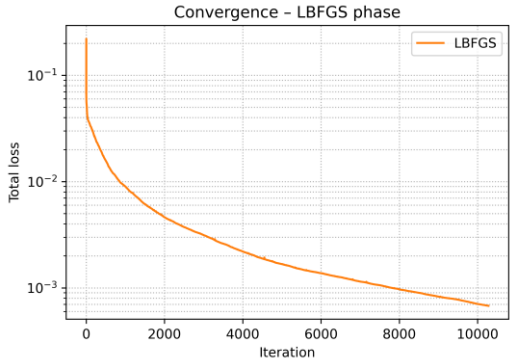
Identification de propriétés orthotropes et position de source





Convergence PINN





- Adam : exploration globale
- L-BFGS : raffinement final

Tenseur de conductivité Λ

Bruit	Param.	Réf.	Identifié	Err. rel.
0 K	λx	235	234.9290	0.03%
0 K	λy	215	215.1267	0.06%
0.1 K	λx	235	235.4704	0.20%
0.1 K	λy	215	215.3157	0.15%
0.5 K	λx	235	234.4791	0.22%
0.5 K	λy	215	216.9785	0.92%

Diffusivité thermique α

Bruit	Param.	Réf. (m²/s)	Identifié	Err. rel.
0 K	αx	9.7067e-5	9.6951e-5	0.12%
0 K	αy	8.8806e-5	8.8857e-5	0.06%
0.1 K	αx	9.7067e-5	9.7080e-5	0.01%
0.1 K	αy	8.8806e-5	8.8710e-5	0.10%
0.5 K	αx	9.7067e-5	9.6301e-5	0.79%
0.5 K	αy	8.8806e-5	8.9113e-5	0.35%

Position source et coût calcul

Bruit	$\hat{x}$	$\hat{y}$	Err. x	Err. y	Runtime
0 K	0.2000	0.2600	0.00%	0.00%	993.3 s / 16.6 min
0.1 K	0.2000	0.2609	0.01%	0.02%	721.4 s / 12.0 min
0.5 K	0.2001	0.2693	0.01%	0.07%	532.2 s / 8.9 min

- Erreur < 1 % même à 0.5 K
- Localisation très stable
- Le bruit affecte surtout les estimations dérivées

Scénario sources fixes

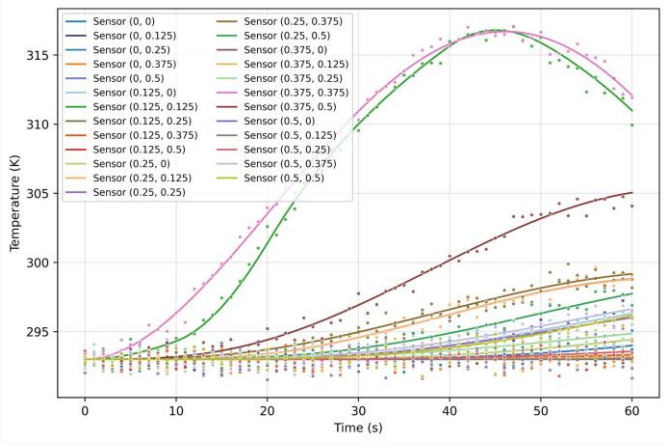
Propriétés isotropes connues, source gaussienne volumétrique interne

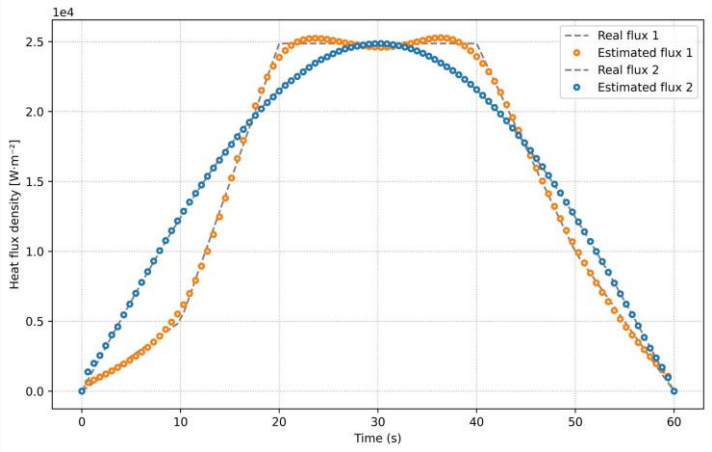
Objectif inverse

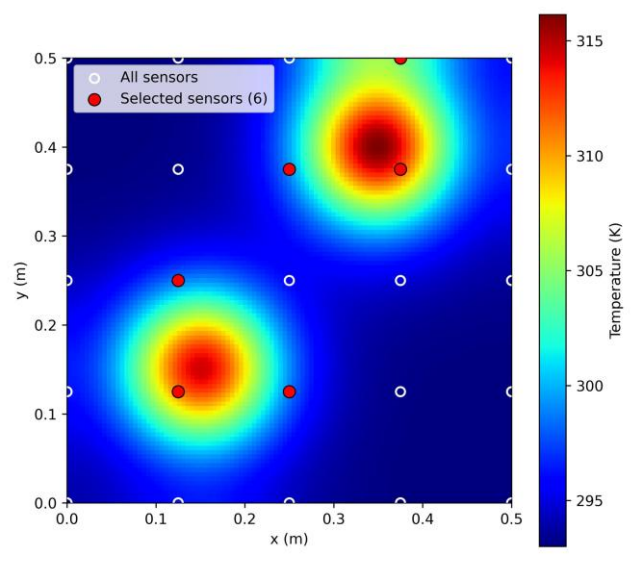
Identifier l’amplitude du flux, la position spatiale et la dispersion spatiale de sources gaussiennes fixes.

Données

Capteurs sélectionnés par sensibilité et reconstruction du champ de température avec PINN.



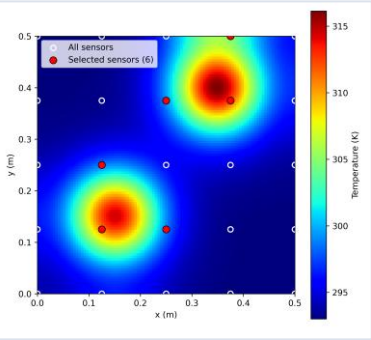


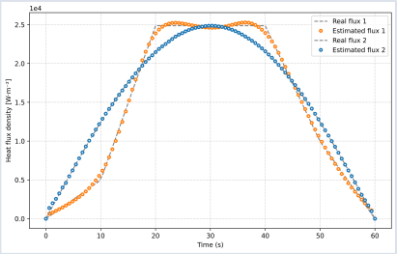


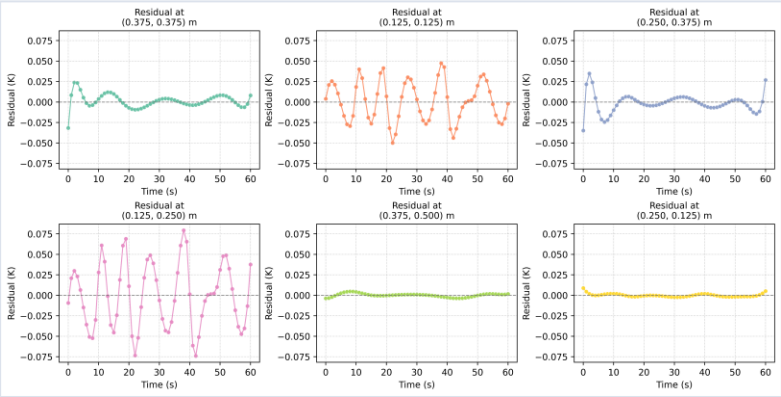
Sources fixes — sans bruit

Deux sources gaussiennes : flux, position et dispersion spatiale

Figures de référence







Lecture

- Capteurs sélectionnés pour maximiser la sensibilité
- Flux temporels reconstruits à partir des mesures

Erreur sur les flux

Flux	Erreur L2 rel(%).	RMSE(W/m²)	Runtime
Flux 1	1.640%	2.885	1250.5 s (20.8 min)
Flux 2	0.535%	0.94	

Position et dispersion

Paramètre	Identifié	Référence	Err. rel.
x_1 (m)	0.1500	0.1500	0.01%
y_1 (m)	0.1500	0.1500	0.01%
x_2 (m)	0.3500	0.3500	0.01%
y_2 (m)	0.4000	0.4000	0.00%
ρ (m)	0.0402	0.0400	0.54%

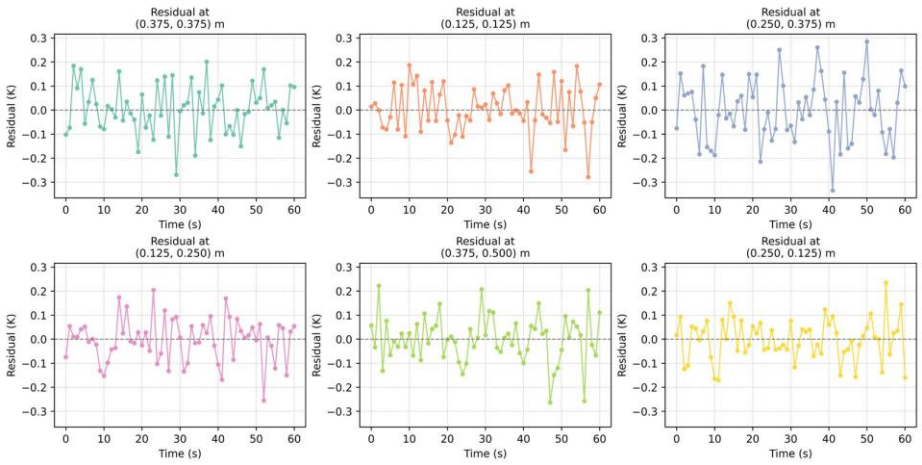
Interprétation

La source fixe est bien identifiée lorsque le placement capteur couvre les zones à fort gradient thermique. La dispersion ρ reste légèrement couplée au flux, mais l'erreur relative demeure inférieure à 1 % en cas sans bruit.

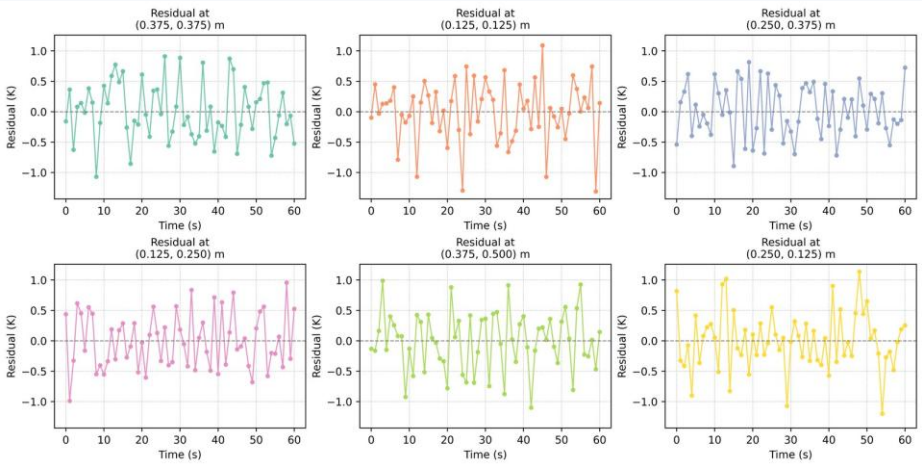
Sources fixes — effet du bruit

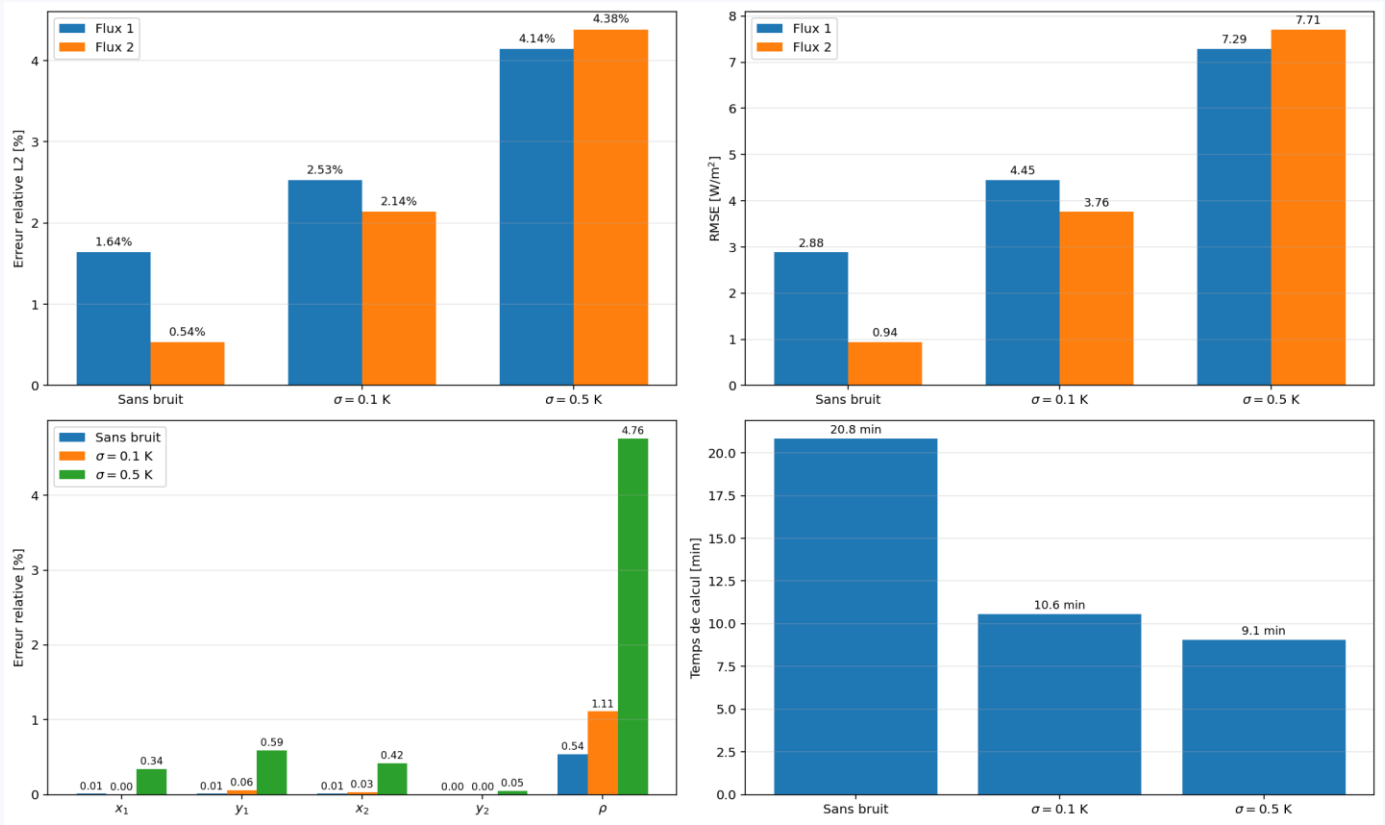
Bruit 0.1 K

Comparaison σ = 0.1 K et σ = 0.5 K



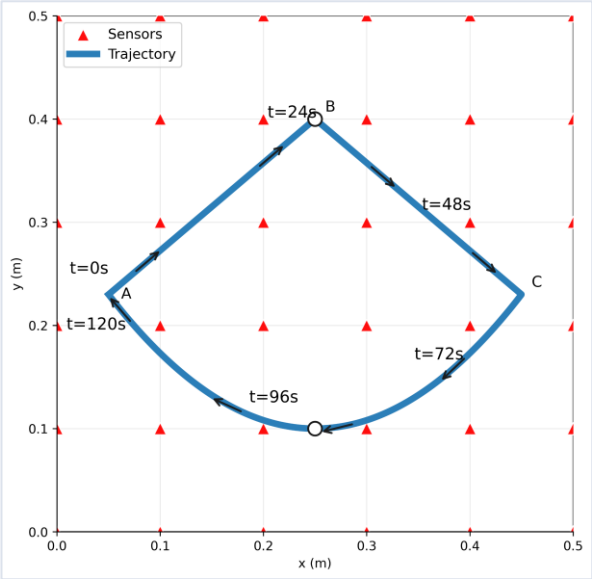
Bruit 0.5 K

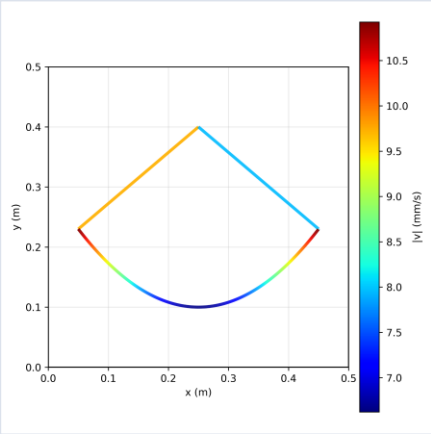




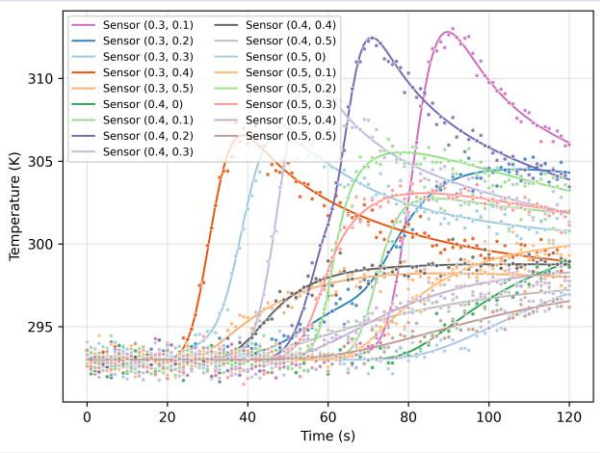
Source mobile - trajectoire, vitesse et mesures capteurs

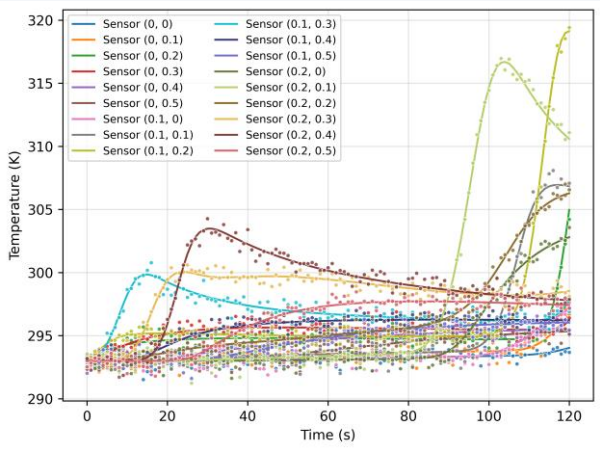
Trajectoire et capteurs





Mesures de température aux capteurs





Les capteurs proches de la trajectoire capturent les pics thermiques ; les capteurs éloignés apportent une contrainte de fond pour stabiliser la reconstruction.

Source mobile — paramètres sources identifié

Flux surfacique reconstruit

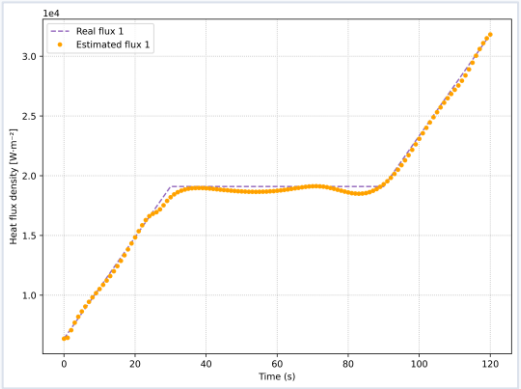
Bruit	Erreur L2 rel.	RMSE	Runtime
0 K	2.050%	6.3837	1102.2 s / 18.4 min
0.1 K	2.2927%	7.1386	1057.2 s / 17.6 min
0.5 K	4.5232%	12.197	1002.6 s / 16.7 min

Erreur de trajectoire x(t), y(t)

Bruit	$L_2(x)$ m	Rel. x	$L_2(y)$ m	Rel. y
0 K	0.018493	1.346%	0.013599	1.097%
0.1 K	0.019611	1.428%	0.014468	1.167%
0.5 K	0.041989	3.057%	0.042025	3.390%

Dispersion de source ρ

Bruit	Valeur vraie	$\hat{\rho}$ (m)	Err. rel.
0 K	0.0500	0.05100	1.997%
0.1 K	0.0500	0.05157	3.140%
0.5 K	0.0500	0.05260	5.205%



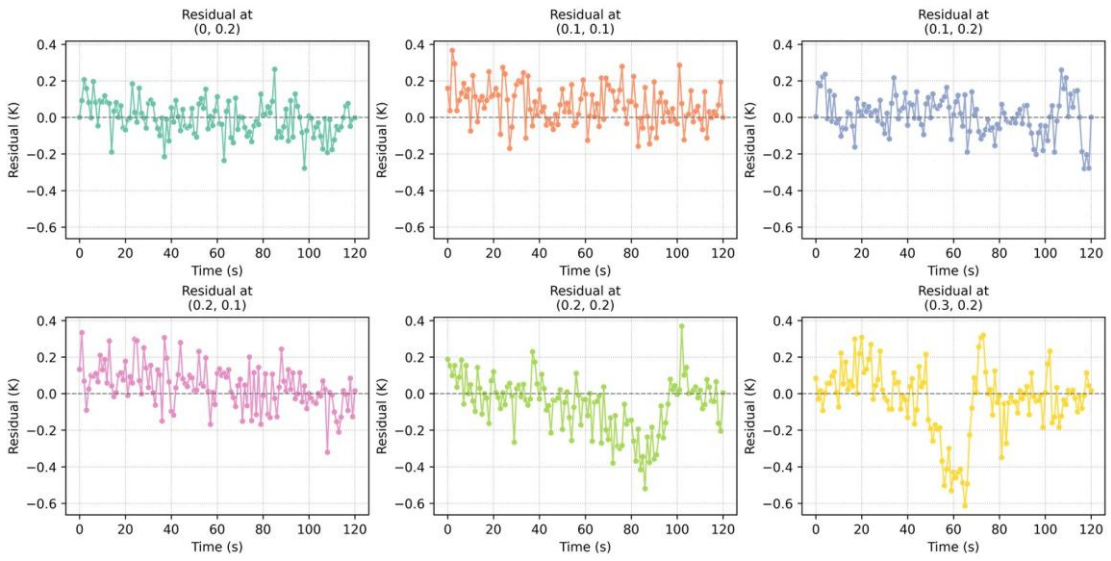
Lecture des résultats

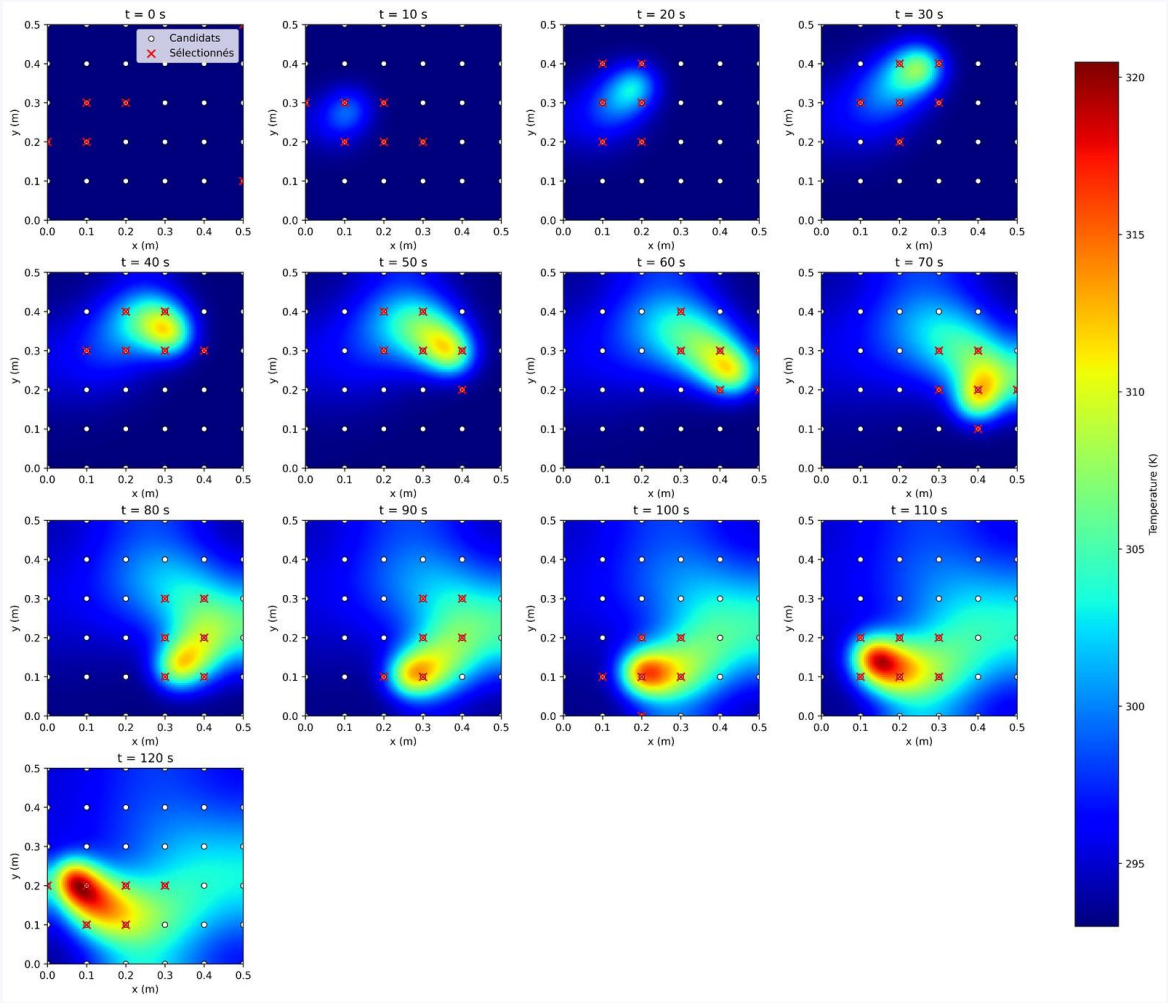
- Erreur du flux croissante avec le bruit
- Trajectoire encore exploitable à σ = 0.5 K
- Dispersion légèrement surestimée mais stable

- La physique régularise la reconstruction malgré des données capteurs limitées.
- Le bruit affecte plus fortement le flux que la localisation.

Source mobile — reconstruction du champ

Température reconstruite par PINN à partir de capteurs sélectionnés

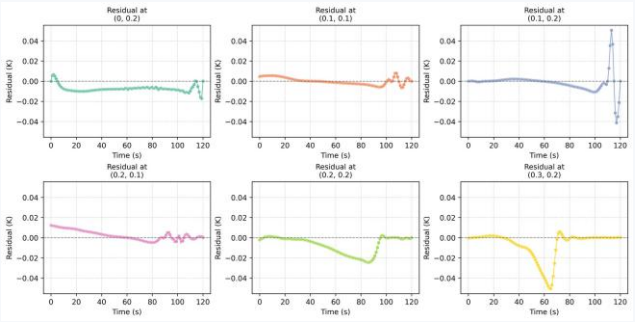




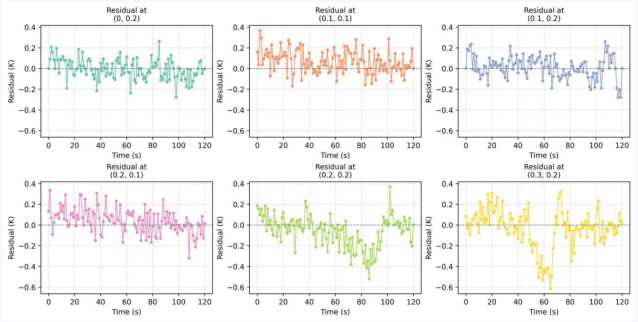
Source mobile — robustesse au bruit

Comparaison des reconstructions pour σ = 0 / 0.1 / 0.5 K

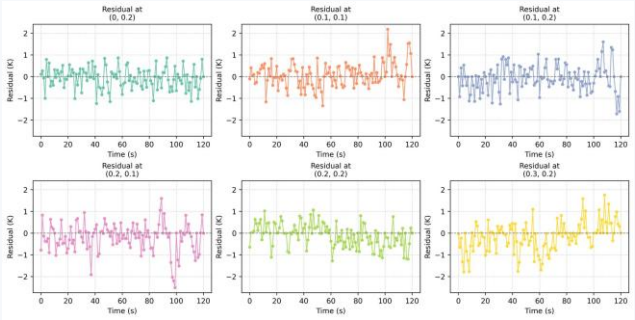
Sans bruit

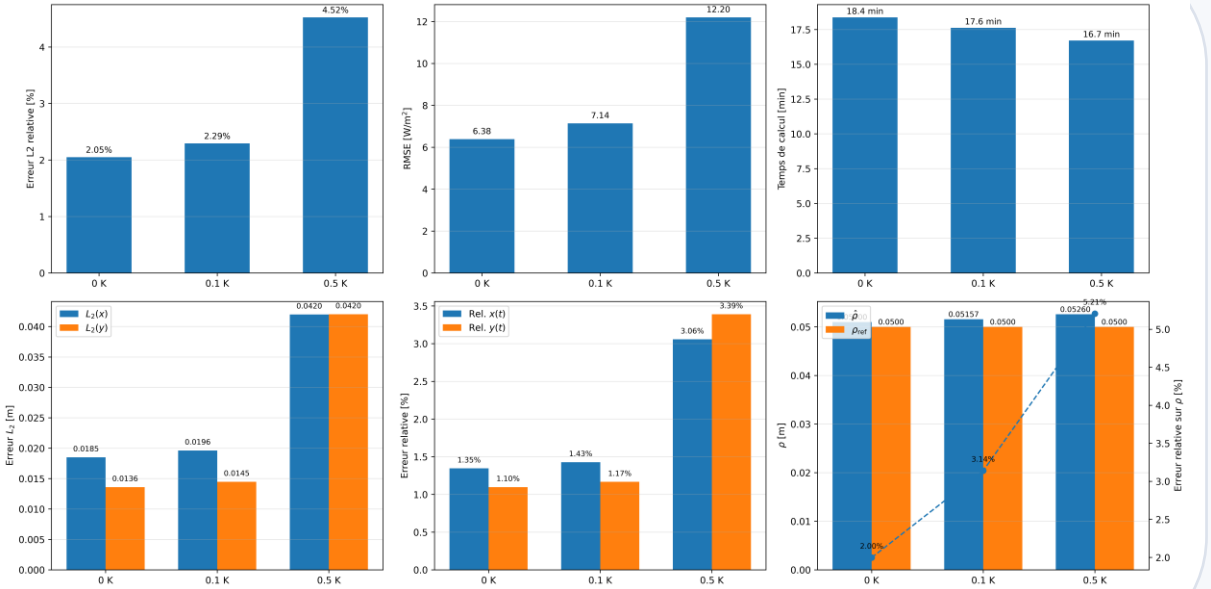


Bruit 0.1 K



Bruit 0.5 K





Lecture scientifique

- Robustesse correcte jusqu'à σ = 0.1 K.
- Dégradation nette à σ = 0.5 K, surtout pour le flux.
- La source mobile reste comparable au cas fixe grâce à la contrainte physique.

Conclusion et perspectives

Une approche hybride pour l'identification inverse thermique

1 **Cadre unifié**

PINNs pour problèmes directs et inverses en conduction.

2 **Identification inverse**

Flux, position, trajectoire et dispersion estimés avec peu de capteurs.

3 **Analyse**

Biais, sensitivités et homogénéité des pertes.

4 **Perspectives**

Données expérimentales réelles, jumeaux numériques et incertitudes.

Merci pour votre attention

Questions ?

Contact : ms.bidou@parisnanterre.fr