Monte Carlo et transfert radiatif en géométrie complexe : comment penser le couplage avec les autres modes de transfert

Blanco S., Caliot C., El Hafi M., Fournier R.

Université de Toulouse ; UPS, INPT, CNRS ; LAPLACE (Laboratoire Plasma et Conversion d'Energie) ; 118 route de Narbonne, F-31062 Toulouse cedex 9, France.
richard.fournier@laplace.univ-tlse.fr
RAPSODEE, Albi
PROMES, Odeillo

November 21, 2017

Plan

1. Rayonnement en géométrie complexe et synthèse d'image
   - S'inspirer des choix de l'industrie du cinéma pour gérer "l'infinité" des rapports d'échelle
   - Exemple : une ville
   - Les algorithmes à collisions nulles
   - Exemple : une scène nuageuse
2. Un exemple de couplage avec la conduction en régime stationnaire
3. Généralisation : couplage rayonnement/conduction/convection en régime instationnaire

Simuler numériquement *l'infini* des rapports d'échelle

- Abandonner l'idée d'un "calcul exact"

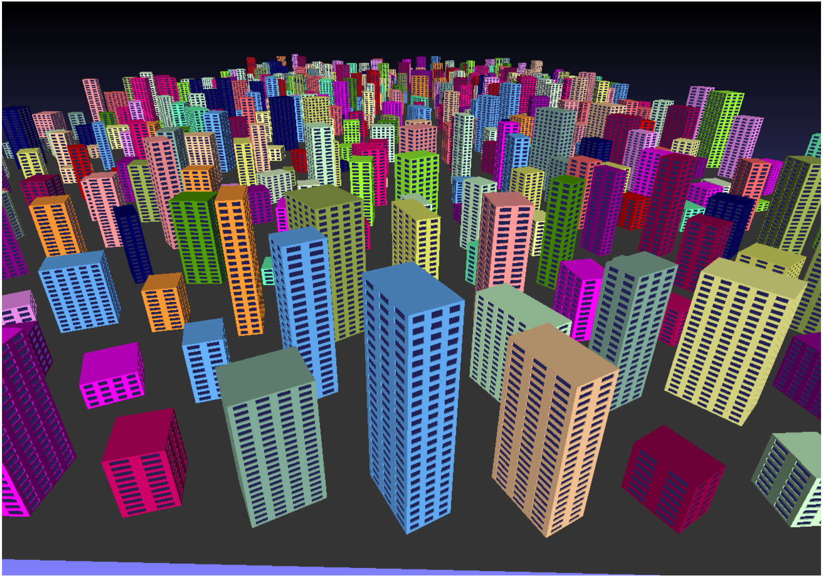
  $\longrightarrow$ choisir une approche statistique
- Mesurer l'incertitude
- Assurer une orthogonalité entre la donnée et l'algorithme

$\longrightarrow$ L'exemple de la synthèse d'image : "Teapot in the stadium"

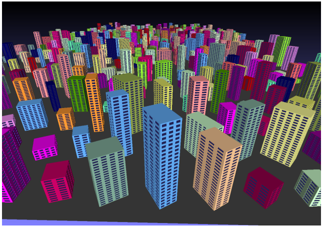
Simuler numériquement *l'infini* des rapports d'échelle

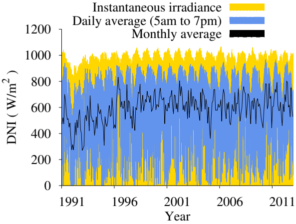
Simuler numériquement *l'infini* des rapports d'échelle

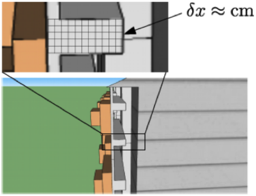
Exemple : transfert radiatif dans une ville ...



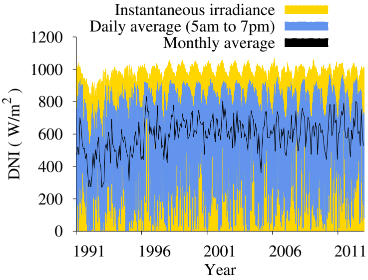
… à toutes ses échelles







Cumul sur 20 ans de l'énergie solaire incidente sur la ville

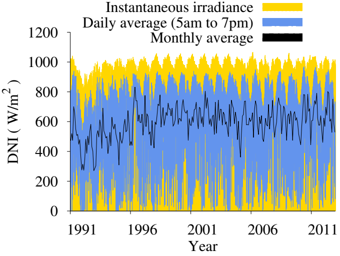


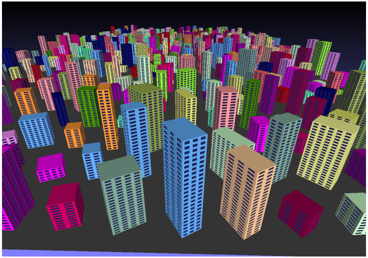
$$E = \int_{\text{Lifetime}} \mathcal{P}(t)dt \qquad \longrightarrow \qquad E = \int_{\text{Lifetime}} p_T(t)dt \left\{ \frac{\mathcal{P}(t)}{p_T(t)} \right\}$$

Donnée : un point par minute $\longrightarrow$ 10 millions de mesures. *Calcul* : 10000 tirages aléatoires.

-

Cumul sur 20 ans de l'énergie solaire captée par la ville





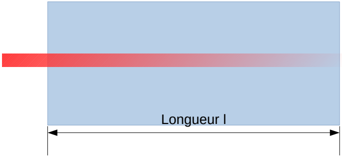
$$E = \int_{\text{Lifetime}} p_T(t)dt \int_{\text{Optics}} p_\Gamma(\gamma;t)d\gamma \left\{ \frac{\mathcal{S}(\gamma,t)}{p_T(t)p_\Gamma(\gamma;t)} \right\}$$

... mais à ce stade, le rayonnement n'est que surfacique.

Gestion de la donnée volumique

Milieu absorbant **homogène**

Faisceau laser
intensité I_0



$I = I_0 \exp(-k_a\, l)$

Algo MC

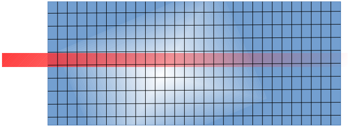
```
Pour photon 1 à N
    On tire une longueur
    d'absorption z
    selon pdf(z) = k_a exp(-k_a z)
     Si z>l
          Poids = I_0
     Sinon (absorption)
          Poids = 0

     S = S + poids

I = S / N
```

Milieu absorbant **hétérogène** $k_a(x)$

Faisceau laser
intensité I_0



Approche standard : mailler le milieu

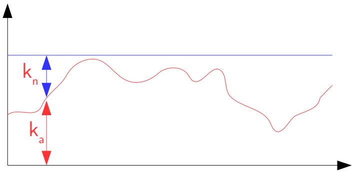
⟹ Nécessite de traverser toutes les mailles !!!

LAPLACE/RAPSODEE/MESO-STAR 7 Juin 2017, Météo France.
Les outils de la complexité : « l'énergie dans la ville », XSYS, Madeeli.

Gestion de la donnée volumique

Algorithme à Collisions Nulles : on ajoute un processus de collisions **fictives**

$$k = k_a(x) + k_n(x)$$



Algo MC

```
...
On tire z
selon pdf(z) = k exp(-k z)
On tire r uniforme dans [0,1[
     Si r < k_a(x)/k
        absorption
     Sinon collision nulle
        Le chemin continu
...
```

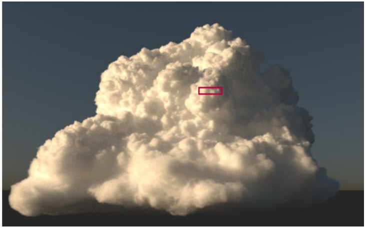

- **Skullerud**, *Journal of Physics D : Applied Physics*, **1968**.

- **M. Galtier, S. Blanco, C. Caliot, C. Coustet, J. Dauchet, M. El Hafi, V. Eymet, R. Fournier,J. Gautrais, A. Khuong, B. Piaud, and G. Terrée**, *JQSRT*, **2013**.

- **V. Eymet, D. Poitou, M. Galtier, M. El Hafi, G. Terrée, and R. Fournier**. *JQSRT*, **2013**.

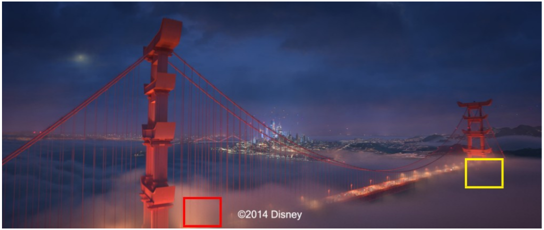
- **M. Galtier, S. Blanco, J. Dauchet, M. El Hafi, V. Eymet, R. Fournier, M. Roger, C. Spiesser, and G. Terrée.** *JQSRT*, **2016**.

Gestion de la donnée volumique



Kutz,Habel, Li and Novak, SIGGRAPH 2017

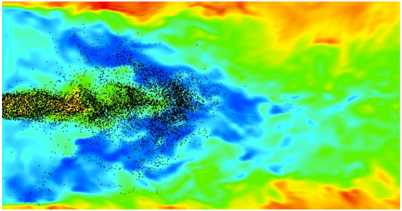
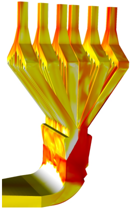
*« We derived both approaches directly from the RTE using the recently proposed integral formulation of null-collision algorithms. We believe that importing this **framework** into computer graphics will stimulate further explorations in applications that are unique to rendering, but also increase the permeability between fields by enabling easy exchange of novel ideas. »*



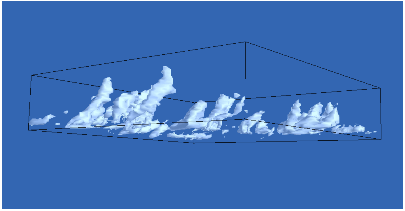
LAPLACE/RAPSODEE/MESO-STAR 7 Juin 2017, Météo France.
Les outils de la complexité : « l'énergie dans la ville », XSYS, Madeeli.

⟶ des outils aujourd'hui disponibles pour gérer la complexité géométrique des surfaces et des volumes

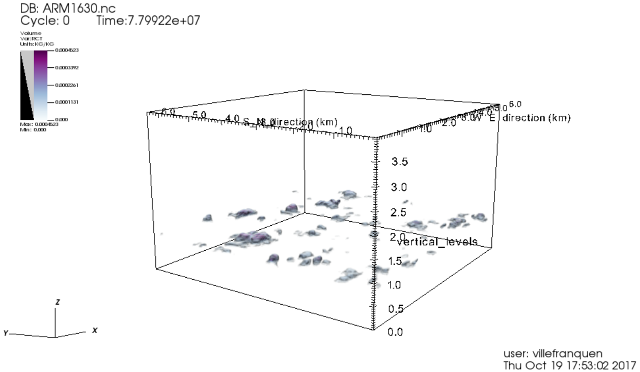
- Combustion

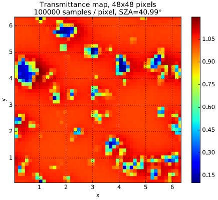



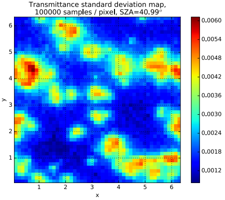
- Climatologie

Thèse de Najda Villefranque, CNRM/LAPLACE

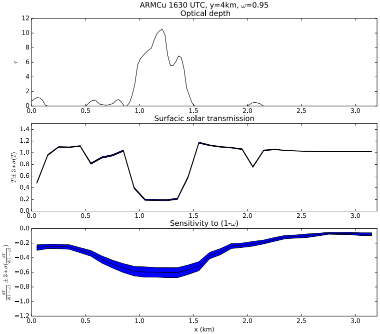


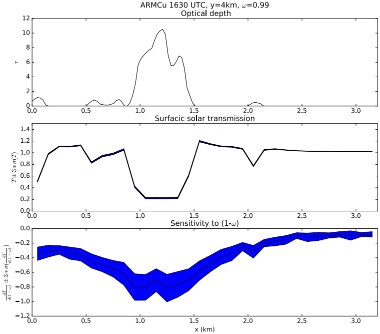




Thèse de Najda Villefranque, CNRM/LAPLACE

- grandeurs locales / grandeurs intégrées (spatialement, temporellement, fréquentiellement)
- calculs de sensibilités





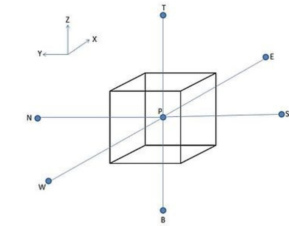
Plan

1. Rayonnement en géométrie complexe et synthèse d'image
   - S'inspirer des choix de l'industrie du cinéma pour gérer "l'infinité" des rapports d'échelle
   - Exemple : une ville
   - Les algorithmes à collisions nulles
   - Exemple : une scène nuageuse

2. Un exemple de couplage avec la conduction en régime stationnaire

3. Généralisation : couplage rayonnement/conduction/convection en régime instationnaire

Modèle et algorithme Monte Carlo



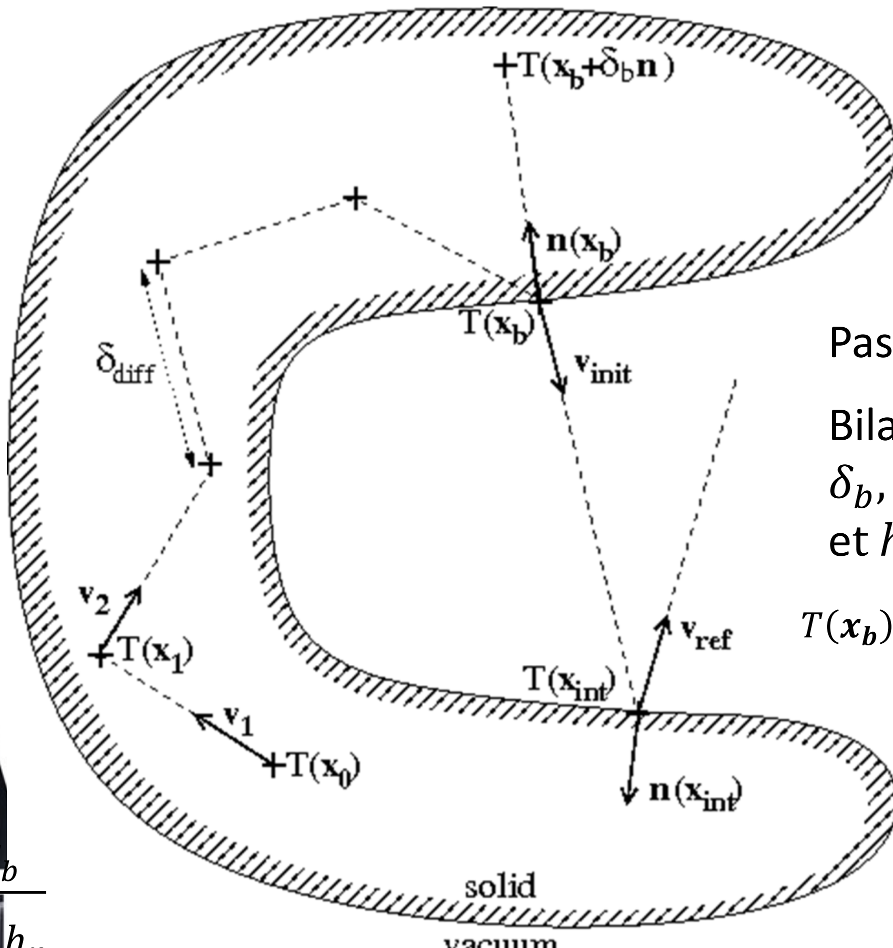
Problème coducto-radiatif stationnaire

Solide: Opaque, diffus, homogène,
Géométrie complexe dans le **vide**

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 T}{\partial y^2}+\frac{\partial^2 T}{\partial z^2}=0$$

$$\boxed{T(x,y,z)=\int_S \; p_S\,T(r)\,dA\,(\mathrm{r})} \qquad p_S=\frac{1}{S}$$

$$\boxed{T(x,y,z)\cong\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}T_{b,i}}$$



Pas constant dans le solide : δ_{diff}

Bilan conducto-radiatif à l'interface :
δ_b, pas de discrétisation à la frontière
et h_r coeff. d'échange radiatif (linéarisé)

$$T(\boldsymbol{x_b})=\underbrace{\frac{\lambda/\delta_b}{\frac{\lambda}{\delta_b}+h_r}}_{(\,p_{diff})}T(\boldsymbol{x_b}-\delta_b\boldsymbol{n})+\underbrace{\frac{h_r}{\frac{\lambda}{\delta_b}+h_r}}_{(1-p_{diff})}T_{rad}(\boldsymbol{x_b})$$

$$h_r=4\epsilon_h\sigma T_{ref}^3 \qquad \delta_{diff}=\frac{\delta_b}{2}$$

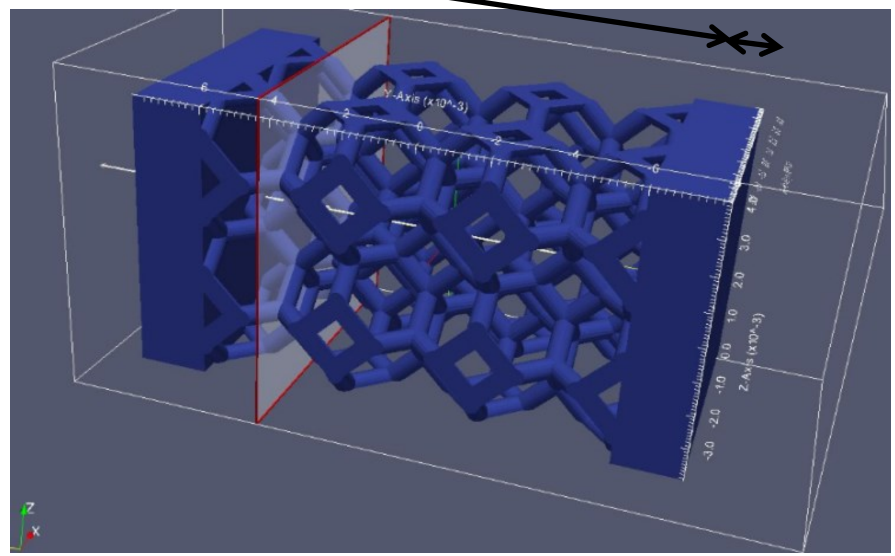
$$p_{diff}=\frac{\lambda/\delta_b}{\frac{\lambda}{\delta_b}+h_r}$$

Ex. : profil de T dans un milieu poreux

Objectif: calcul de la température moyenne sur un plan

$$T(x,y,z) = \int_S p_S \, T(r) dA\,(\mathrm{r})$$

Cond-Ray ; solide opaque, vide, T latérales imposées



Code Monte Carlo :

C++ code Startherm (GPL)

$$\delta_b = 0.1\,mm\,;\ \delta_{diff} = \frac{\delta_b}{2}$$

Methode volumes finis :

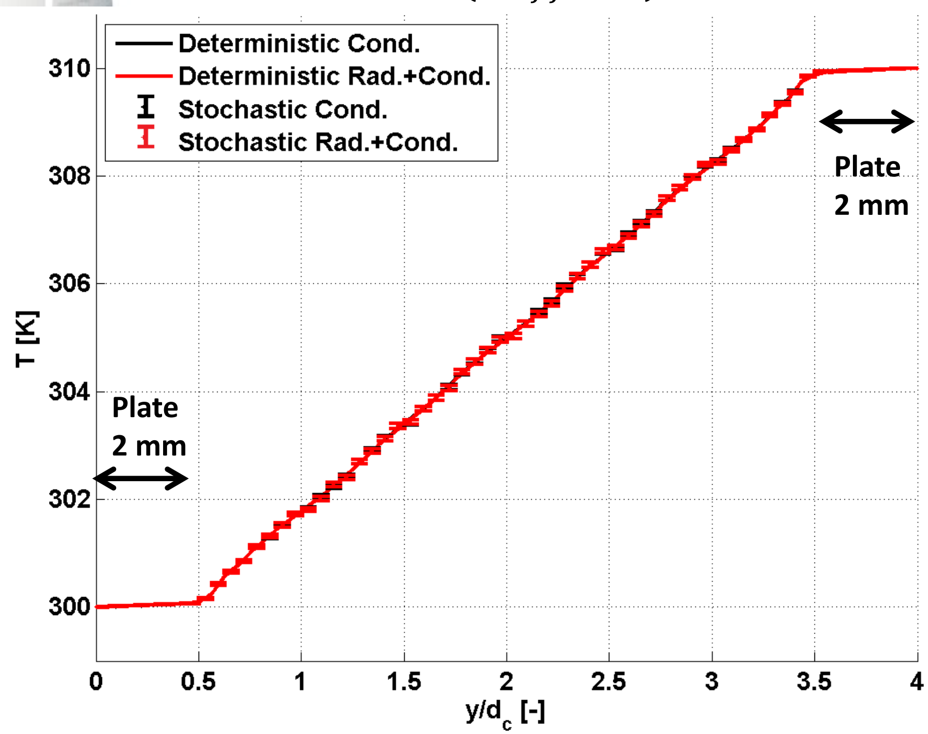
ANSYS Fluent

- **Energy balance eq.**
  2nd order upwind
- **Radiative transfer eq.**
  Discrete ordinates
  1st order upwind,
  6*6 disc. Octant,
  pixelation 6*6

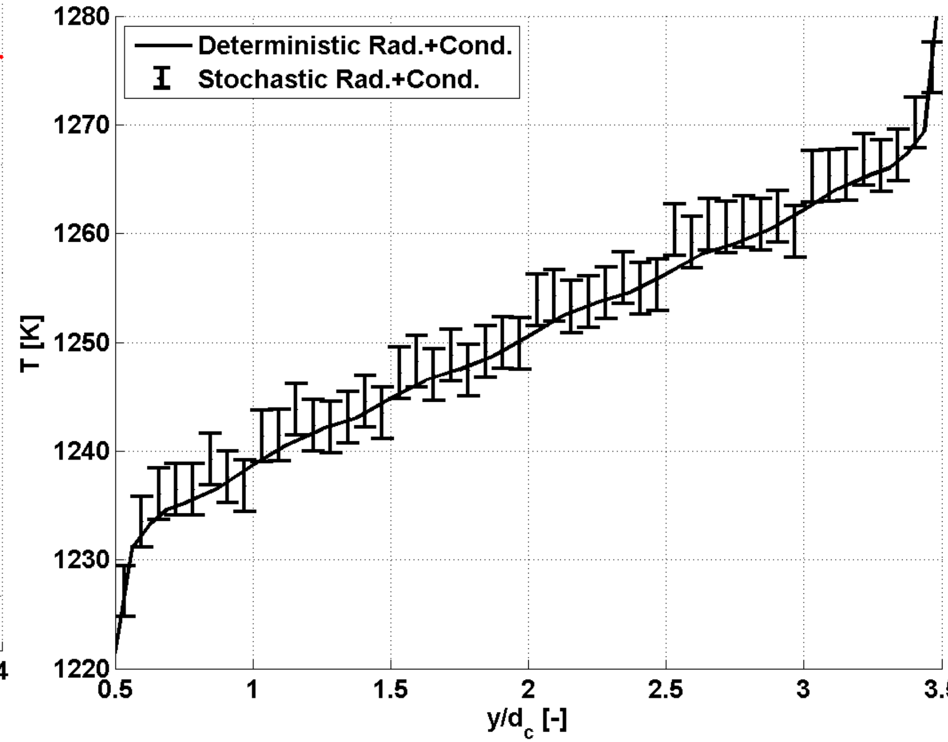
Case	λ, $W.m^{-1}.K^{-1}$	p_{diff}	T_{min} -T_{max}, K
1	40	~1	300-310
2	$3.765\ 10^{-2}$	0.9	1000-1500

Resultats

[T_{min} ; T_{max}] = [300; 310]
λ = 40 $W.m^{-1}.K^{-1}$ $(p_{diff} \sim 1)$

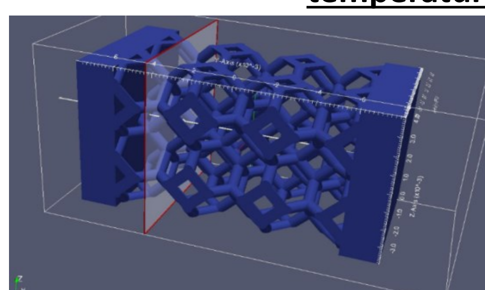


[T_{min} ; T_{max}] = [1000 ; 1500]
λ = 3.765 10^{-2} $W.m^{-1}.K^{-1}$ $(p_{diff} \sim 0.9)$



<u>Conductivité élevée : pas d'effet du rayonnement</u>

Méthode validée pour des faibles températures



<u>Conductivité faible : homogénéisation de la température dans le poreux par rayonnement</u>

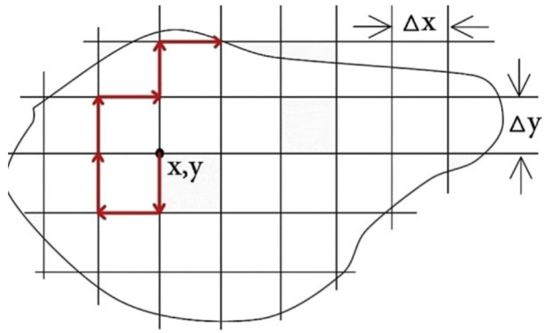
Méthode validée pour de grands écarts de températures

Résolution de la conduction par Monte Carlo

$$\frac{\partial T}{\partial t} + \Delta T = f \quad \text{et CI + CL}$$

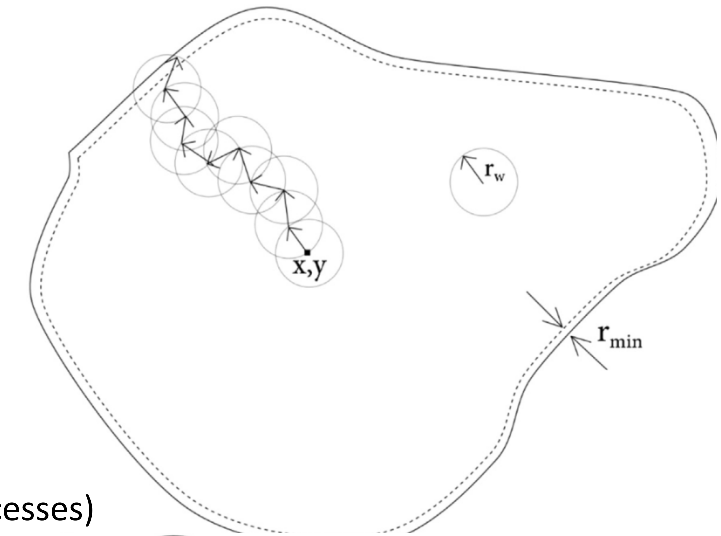
- <u>Fixed random walk</u>

(Curtiss IBM Corp. 1949 ; Emery and Carson ASME JHT 1968)



- <u>Semi floating random walk</u>

(Talebi *et al.* Prog. Nuc. E. 2017)

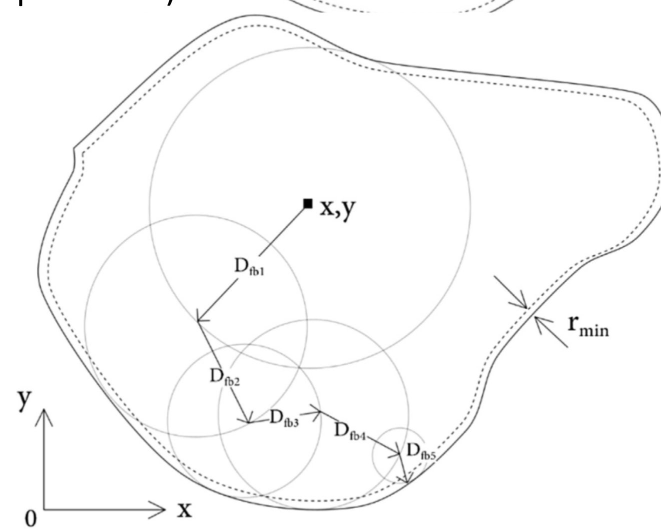


- <u>Floating random walk</u> (spherical processes)

(Haji-Sheikh and Sparrow ASME JHT 1966,
Grigoriu ASME JHT 2000)
λ hétérogène (Burmeister ASME JHT 2002 ;
Bahadori *et al.* IJHMT 2017)

- <u>Brownian motion</u> (Itô processes)

(Grigoriu ASCE JEM 1997, ASME JHT 2000)



Figs. from Talebi et al. Prog. Nuc. Energy 96 (2017)

Monte Carlo pour les transferts couplés Cond-Ray

$$\frac{\partial T}{\partial t} + \Delta T = f$$

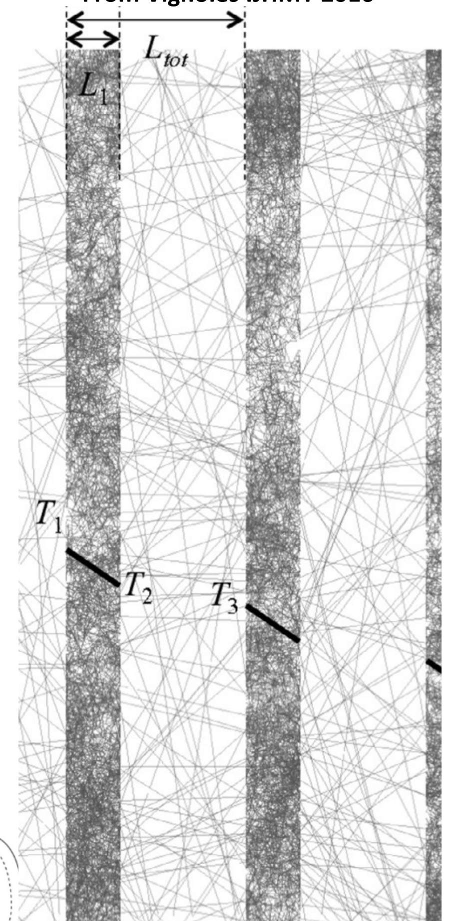
+ ETR dans des milieux semi-transparents et CI + CL

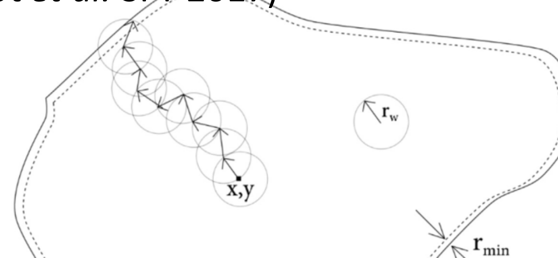
- Calcul de la **conductivité effective** (cond-ray) dans un milieu poreux solide-gaz au *stationnaire*
  - Conduction (Itô-Taylor) et MC pour ETR
    - Solide <u>opaque</u> : Vignoles IJHMT 2016

      CL avec linéarisation du transfert radiatif
    - Solide <u>semi-transparent</u> : Dauvois *Thèse 2016*

      Couplage non-linéaire de la conduction et du rayonnement : itérations
- Calcul de **T locale** dans un solide :
  - Transitoire, cond-conv-ray : Fournier *et al.* Eurotherm 2015
  - Stationnaire, cond-ray (Caliot *et al.* SFT 2017)

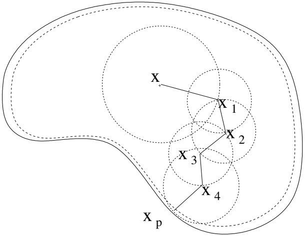
From Vignoles IJHMT 2016





Plan

Des idées anciennes ...



1956 M.E. Muller

Méthode **Walk-on-Sphere**

1949 M. Kac

Formule de Feynman-Kac : équivalence entre **EDP paraboliques** et **processus stochastiques** (marches aléatoires, mouvement Brownien)

1928 R Courant, K O Friedrichs, and H Lewy.

Thermique et espace de chemins

Some Continuous Monte Carlo Methods for the Dirichlet Problem

Mervin E. Muller

The Annals of Mathematical Statistics, Vol. 27, No. 3 (Sep., 1956), 569-589.

Stable URL:
http://links.jstor.org/sici?sici=0003-4851%28195609%2927%3A3%3C569%3ASCMCMF%3E2.0.CO%3B2-2

The Annals of Mathematical Statistics is currently published by Institute of Mathematical Statistics.

Références :

(1) Muller, M. E. (1956). Some Continuous Monte Carlo Methods for the Dirichlet Problem

(2) Haji-Sheikh, A. and Sparrow, E. M. (1967). The Solution of Heat Conduction Problems by Probability Methods.
Journal of Heat Transfer, 89(2):121–130

(3) Sabelfeld, K. and Talay, D. (1995). Integral formulation of the boundary value problems and the method of random walk on spheres.
Monte Carlo Methods and Applications, 1(1):1–34

(4) Mascagni, M. and Hwang, C.-O. (2003). epsilon-Shell error analysis for Walk on Spheres algorithms.
Mathematics and Computers in Simulation, 63(2):93–104

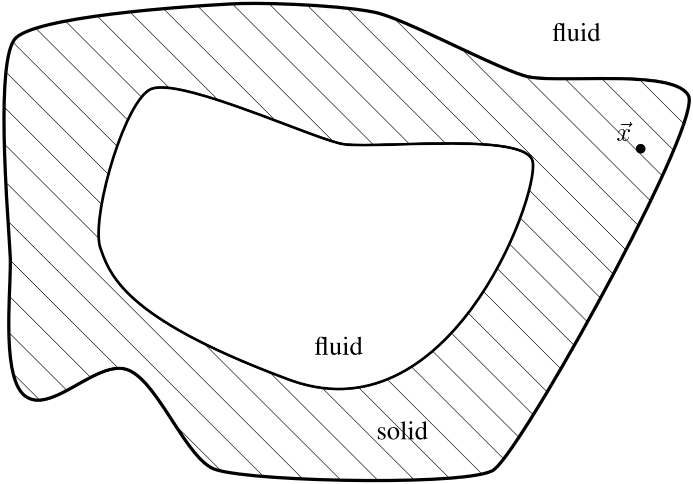
Le modèle physique

$$\left.\begin{aligned} \rho C \frac{\partial \theta}{\partial t} &= -\vec{\nabla}.\left(-\lambda \vec{\nabla}\theta\right) + \zeta(\theta_R - \theta) \\ \theta &= \theta_I \\ -\lambda \vec{\nabla}\theta.\vec{n} &= h(\theta_F - \theta) \end{aligned}\right\} \quad \text{solid} \qquad (1)$$

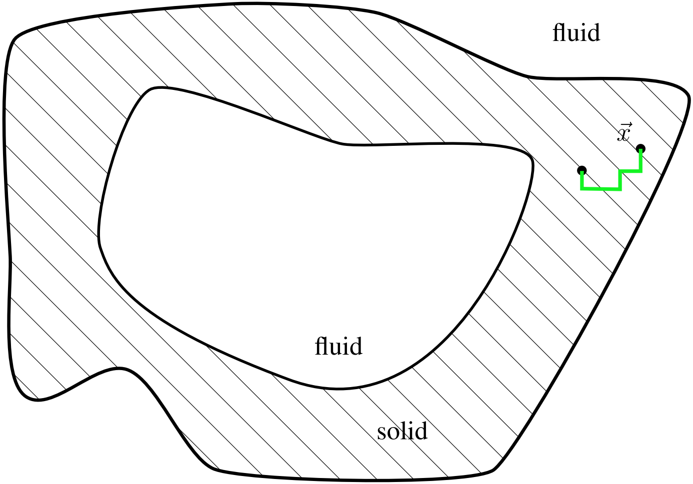
$$\left.\begin{aligned} \rho C \mathcal{V}_F \frac{\partial \theta}{\partial t} = \rho C \phi(\theta_N - \theta) \ + \ \zeta \int_{\mathcal{D}_F} (\theta_R(\vec{x}_R, t) - \theta) d\vec{x}_R \\ + \int_{\partial \mathcal{D}_S} h(\vec{y}_C, t)(\theta_S(\vec{y}_C, t) - \theta) d\vec{y}_C \\ \theta = \theta_I \end{aligned}\right\} \quad \text{fluid} \qquad (2)$$

$$\left.\theta_R = \int_{\mathcal{D}_\Gamma} p_\Gamma(\gamma) d\gamma \ \theta(\vec{x}_\gamma, t) \right\} \quad \text{solid or fluid} \qquad (3)$$

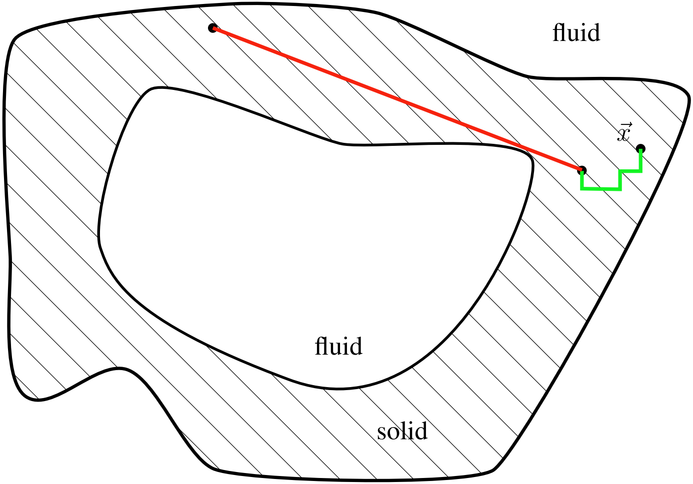
Chemins conducto-convecto-radiatifs



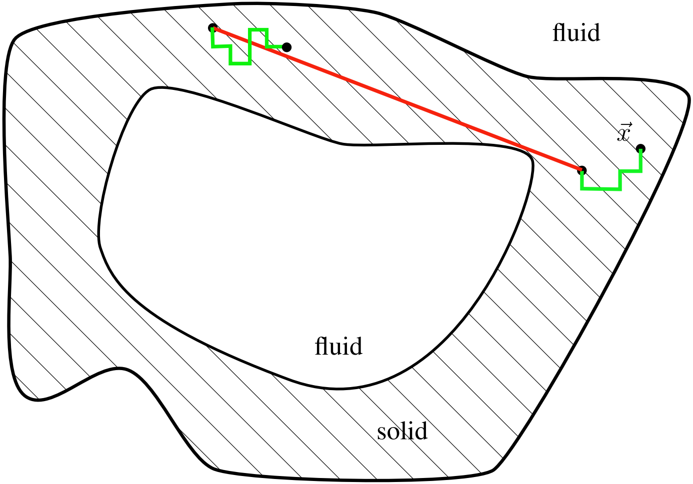
Chemins conducto-convecto-radiatifs



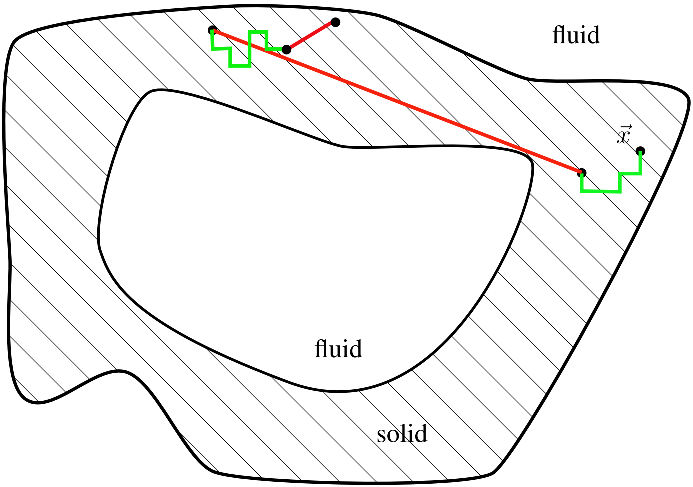
Chemins conducto-convecto-radiatifs



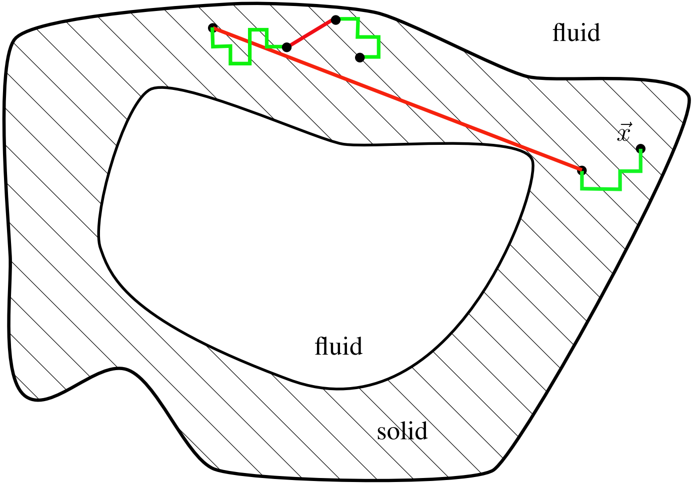
Chemins conducto-convecto-radiatifs



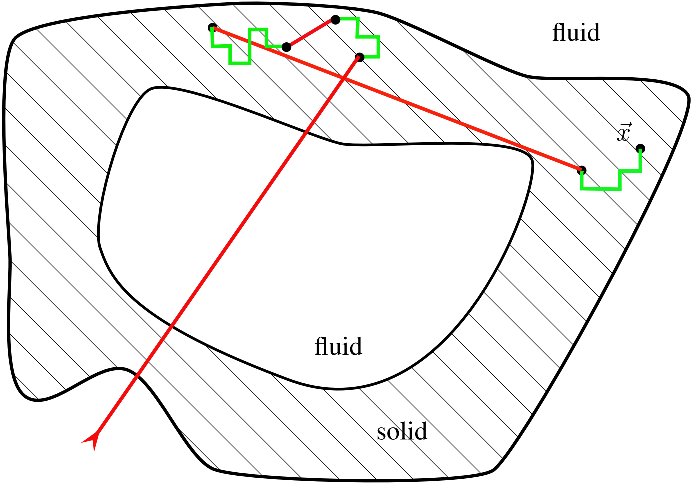
Chemins conducto-convecto-radiatifs



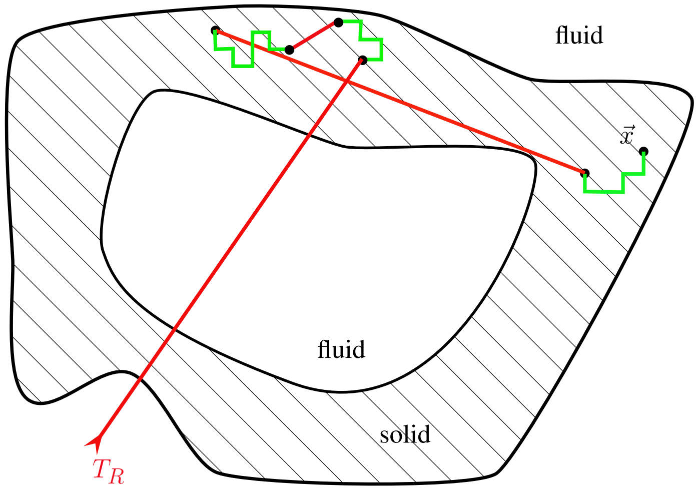
Chemins conducto-convecto-radiatifs



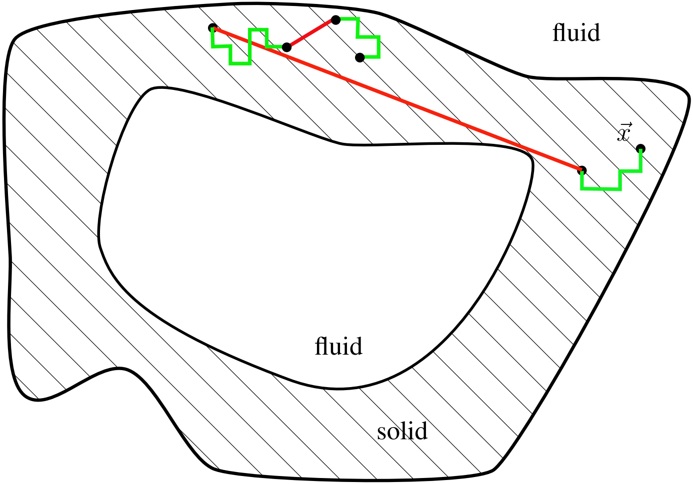
Chemins conducto-convecto-radiatifs



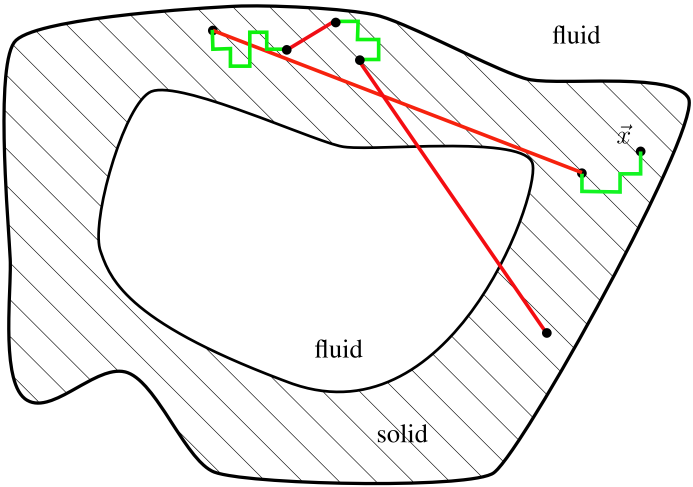
Chemins conducto-convecto-radiatifs



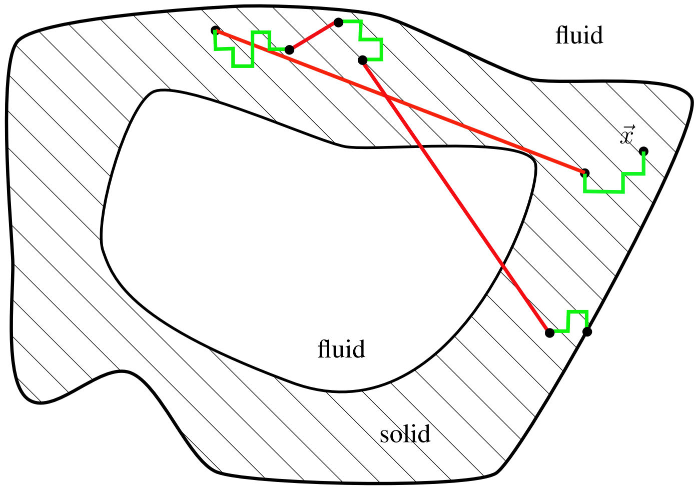
Chemins conducto-convecto-radiatifs



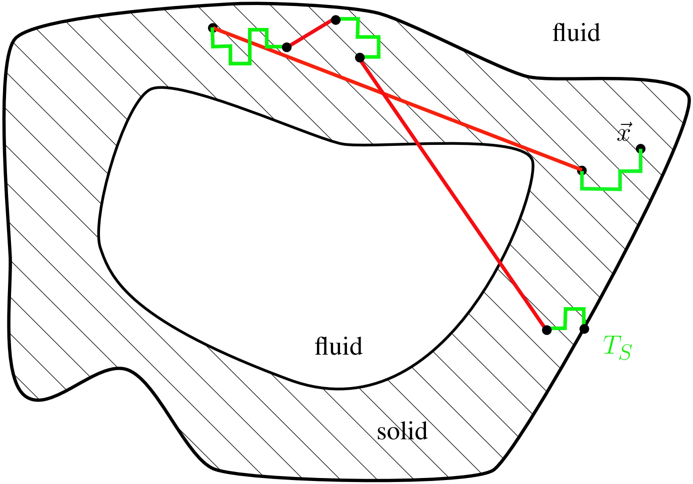
Chemins conducto-convecto-radiatifs

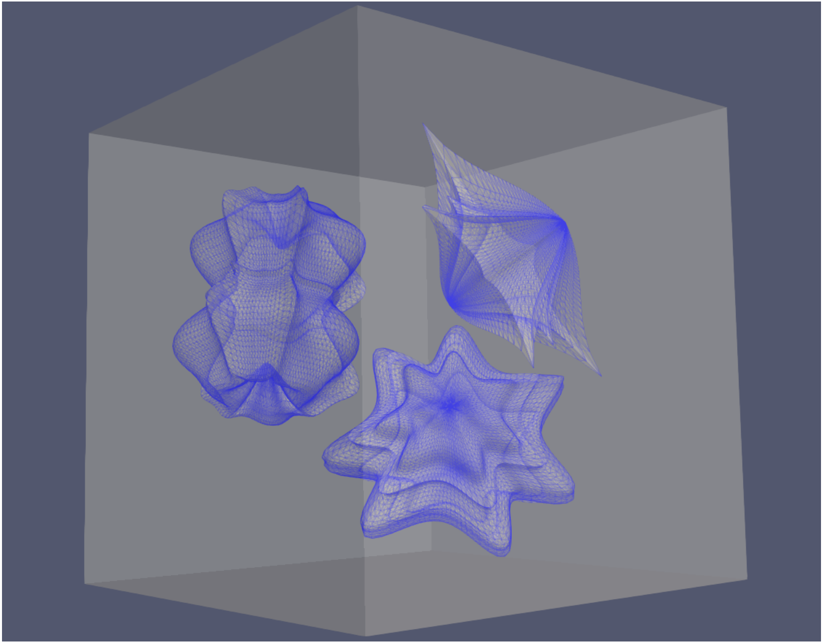


Chemins conducto-convecto-radiatifs

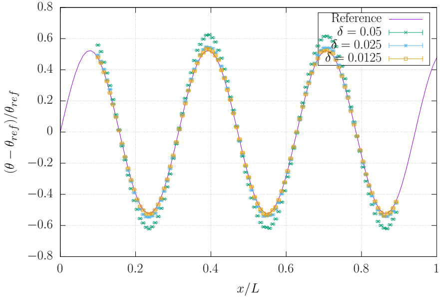


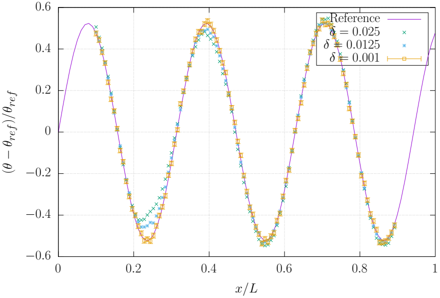
Chemins conducto-convecto-radiatifs

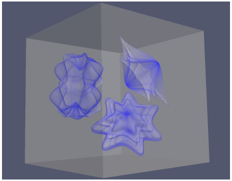




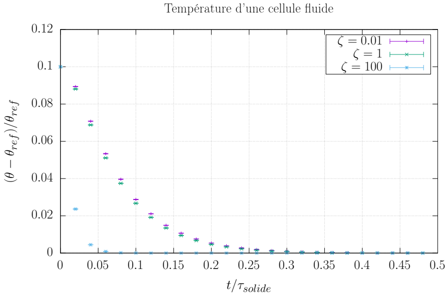
Conduction en géométrie complexe

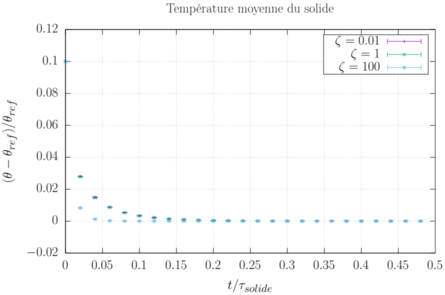


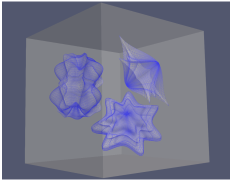




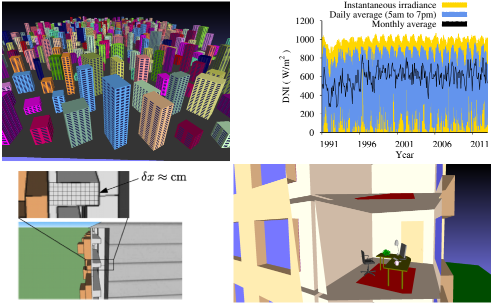
Couplage conducto-convecto-radiatif en géométrie complexe







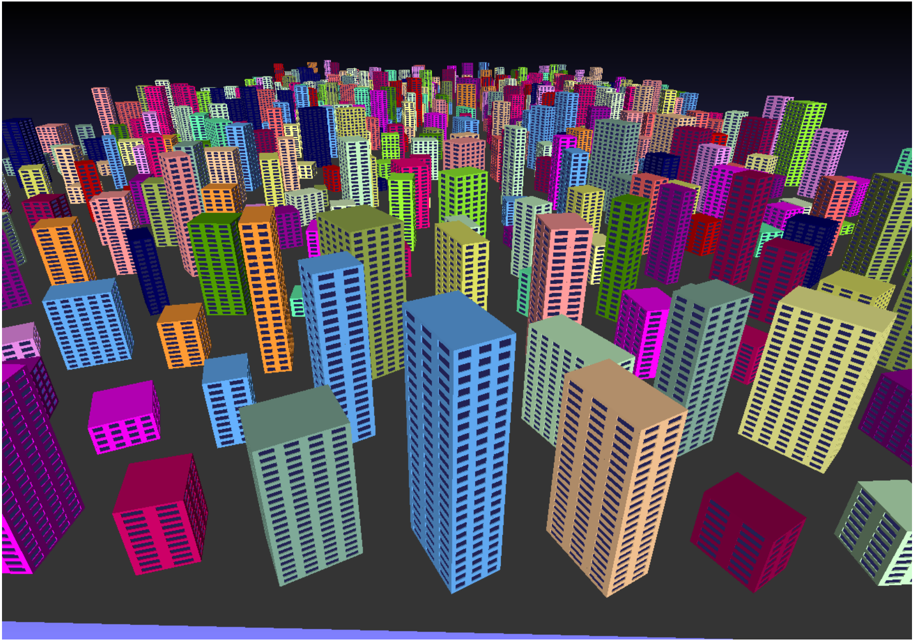
Simulation : la ville dans son environnement climatique



Perte thermique intégrée sur la durée de vie (50 ans)

$30.51\ +/-\ 0.27 GWh$

Temps de calcul : $94s$



Haji-Sheikh, A. and Sparrow, E. M. (1967).
The Solution of Heat Conduction Problems by Probability Methods.
Journal of Heat Transfer, 89(2):121–130.

Mascagni, M. and Hwang, C.-O. (2003).
epsilon-Shell error analysis for Walk on Spheres algorithms.
Mathematics and Computers in Simulation, 63(2):93–104.

Muller, M. E. (1956).
Some Continuous Monte Carlo Methods for the Dirichlet Problem.

Sabelfeld, K. and Talay, D. (1995).
Integral formulation of the boundary value problems and the method of random walk on spheres.
Monte Carlo Methods and Applications, 1(1):1–34.