

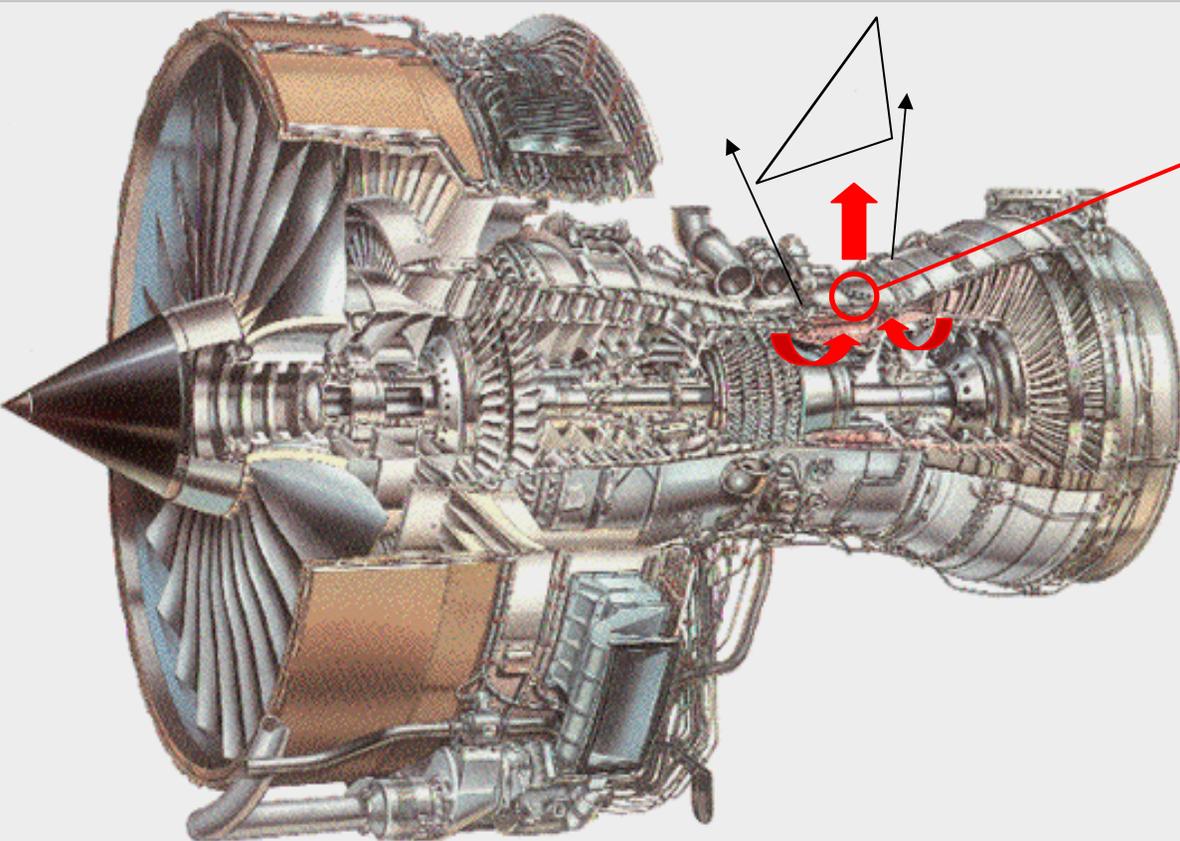
# Aspects phénoménologiques des jets supersoniques libres ou impactants et éléments relatifs à leur simulation numérique.

Guillaume Lehnasch<sup>1</sup> – Pascal Bruel<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Dr., thèse réalisée et soutenue en 2005 au laboratoire de Combustion et de Détonique UPR 9028 CNRS - Poitiers, [Lehnasch@ensma.fr](mailto:Lehnasch@ensma.fr)

<sup>2</sup> CR CNRS, Laboratoire de Mathématiques Appliquées UMR 5142 CNRS-UPPA - Pau, [Pascal.Brue1@univ-pau.fr](mailto:Pascal.Brue1@univ-pau.fr)

## Motivation de l'étude suscitée par une problématique industrielle: le percement accidentel d'une chambre de combustion de moteur aéronautique



Trou créé dans la paroi

- Jet supersonique potentiellement destructeur en fonction:
- De la nature et de l'emplacement du trou.
  - Des conditions génératrices.
  - Des angles et distances d'impact.

**FAR 25.903 (d) (1)**

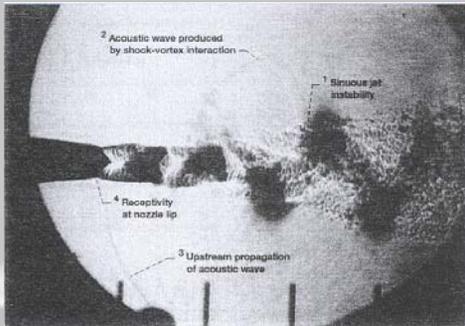
- Jet issu d'un orifice circulaire  
 **$D_e = 25,4 \text{ mm}$**
- Le mât doit résister pendant  
**3 minutes sous impact normal**

Moteur Rolls-Royce (ex : Trent 500 pour A 340-500/600)  
D'après <http://aircraftenginedesign.com>

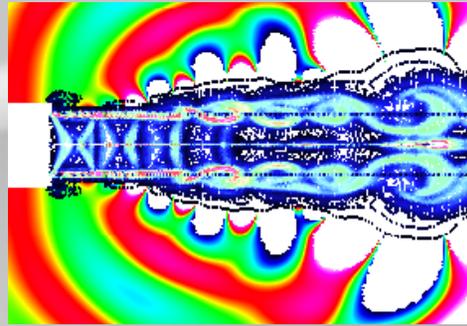
⇒ **OBJECTIF: Développer des outils de prévision numérique de jets supersoniques fortement sous-détendus avec impact**

# Mais il y a bien d'autres configurations pratiques où ces jets sont présents ou utiles !

## Bruit de hurlement / signature infrarouge

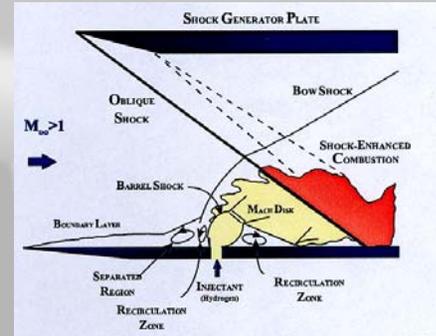


d'après Raman (JFM Vol 336, 1997)

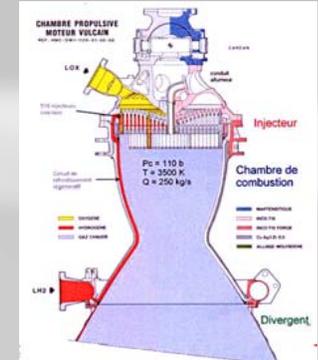


d'après Loh, AIAA 2001-2252

## Injection

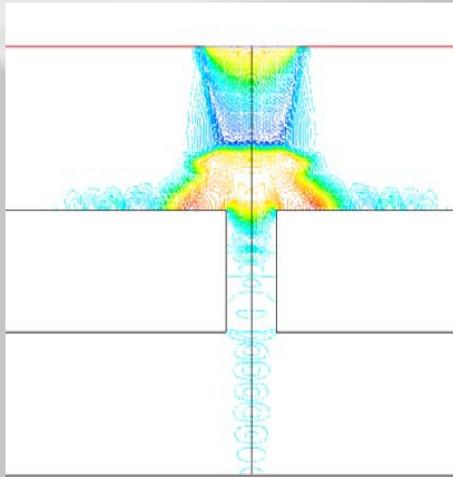


d'après Ben-Yakar et al. (AIAA 97-3019)



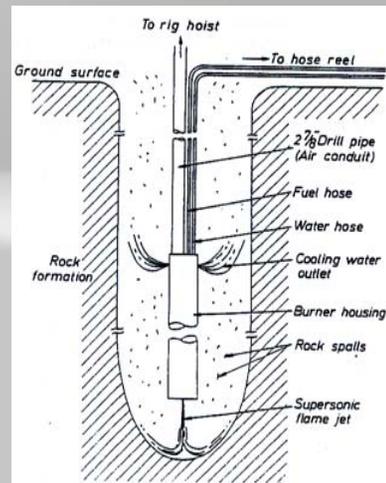
d'après Zurbach (Snecma Moteurs) (Ecole de Combustion 2004)

## Spray thermique ou découpage laser assisté



d'après <http://www.columbia.edu/cu/mechanical/>

## Forage pétrolière



d'après Wilkinson et Tester, Rock Mech. Rock Engng, Vol 26, N°1, 1993

## Décollage vertical

(Short Take Off and Vertical Landing)



d'après Alvi, Californie (communication privée)

## Sécurité réservoir pressurisé



- transport gaz
- nucléaire
- moteur aéronautique

## Méthodologie retenue

Caractérisation de la structure attendue de l'écoulement et de la problématique associée (cas du jet libre)

Choix et validation d'un outil numérique de base approprié (N3SNATUR)

Choix d'un outil d'adaptation du maillage et développement du couplage de cet outil avec le code

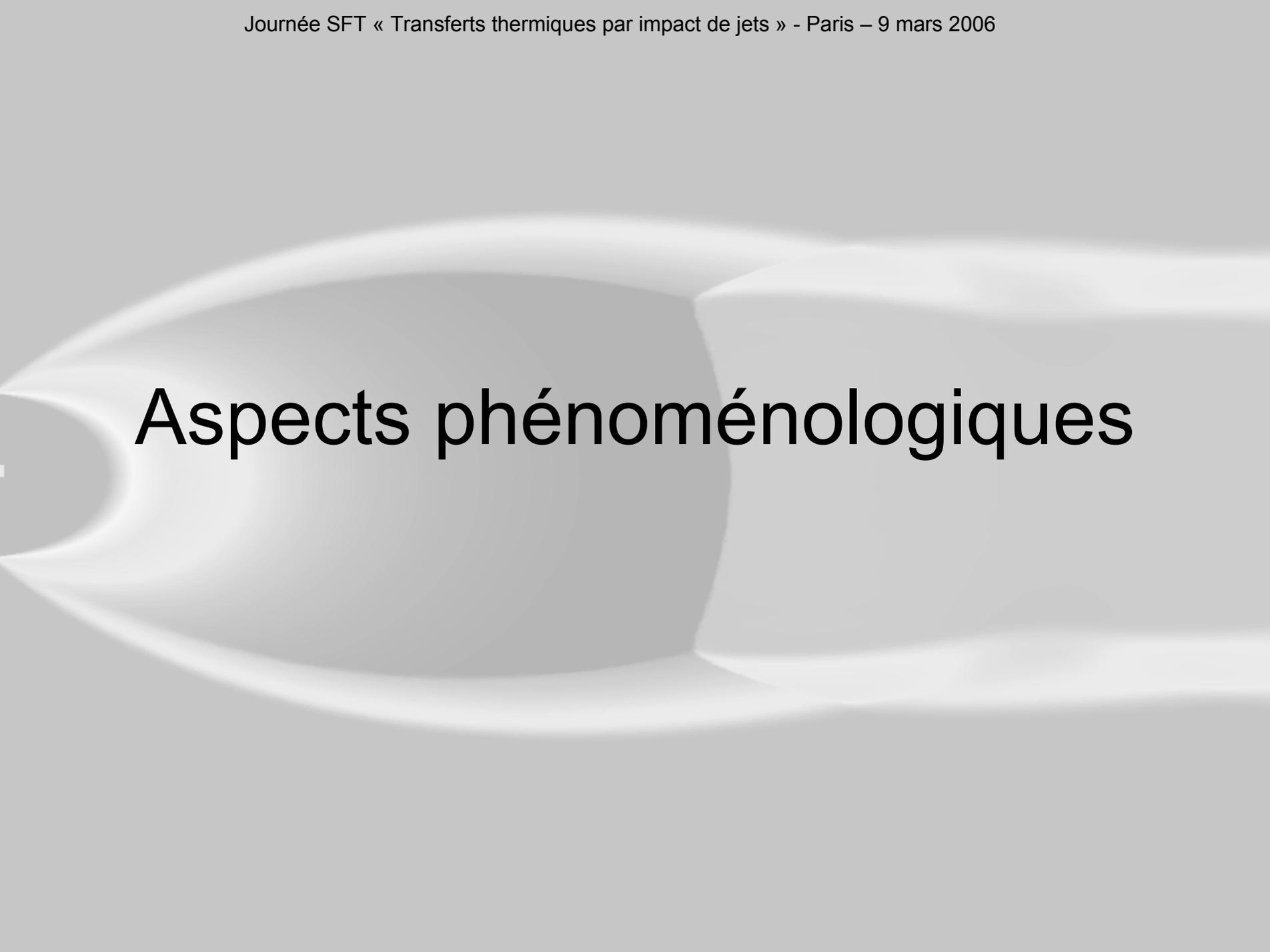
Développement et validation d'une stratégie numérique (Euler)

Choix des modèles physiques appropriés

Prise en compte des effets de turbulence

Implantation dans le code et validation

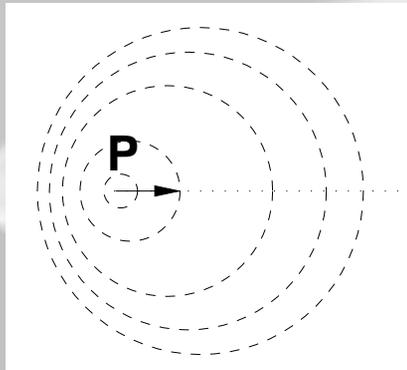
1. Simulation numérique du jet libre fortement sous-détendu (réalisé).
2. Simulation numérique du jet fortement sous-détendu avec impact normal (à venir).
3. Simulation numérique du jet fortement sous-détendu avec impact non normal (à venir).



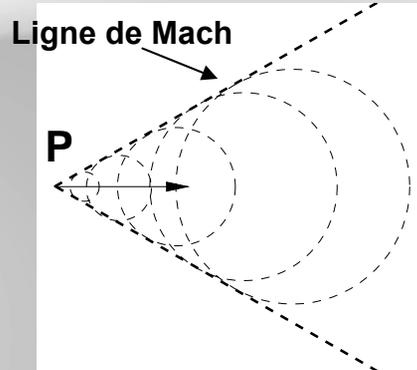
# Aspects phénoménologiques

## Rappels de quelques principes physiques de base

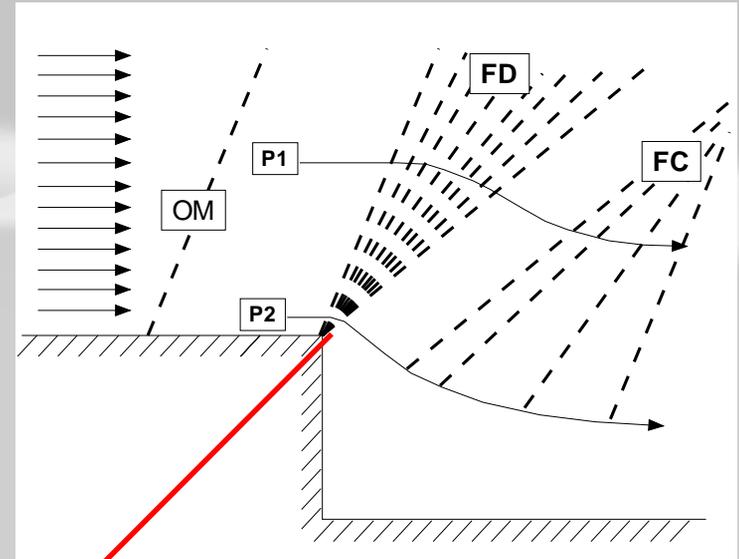
$$\frac{\partial \varphi}{\partial t} + a \frac{\partial \varphi}{\partial x} = 0 \longrightarrow \varphi(x, t) = \varphi_0(x - at)$$



$M < 1$



$M > 1$



**Paramètre fondamental :**  
**rapport des pressions statiques à l'ajutage**  
**(NPR = Nozzle Pressure Ratio)**

# Quid de ce rapport dans le cas d'une chambre de combustion de moteur aéronautique ?

**NPR = 13 à 96**

Conditions génératrices

Chambre de combustion

- $T_i$  = de 1700 to 2200 K
- $P_i$  = de 25 to 45 bars
- Richesse = 0,8 to 1,2
- Efficacité = 0,5 to 0,95

- Évolution isentropique 1D
- Diagramme Kérosène / Air

Cas de référence :  
-  $P_i = 30$  bars  
-  $T_i = 1922$  K

- $Me = 1$
- $De = 25,4$  mm
- $Te = 1488$  à  $1957$  K
- $Pe = 13,7$  à  $25$  bars
- $\Gamma = 1,25$  à  $1,285$

Cas de référence :  
-  $Te = 1700$  K  
-  $Pe = 16,6$  bars

Atmosphère ambiante

Atmosphère standard

0,26 bar  
223 K  
 $3,54E-5$  m<sup>2</sup>/s

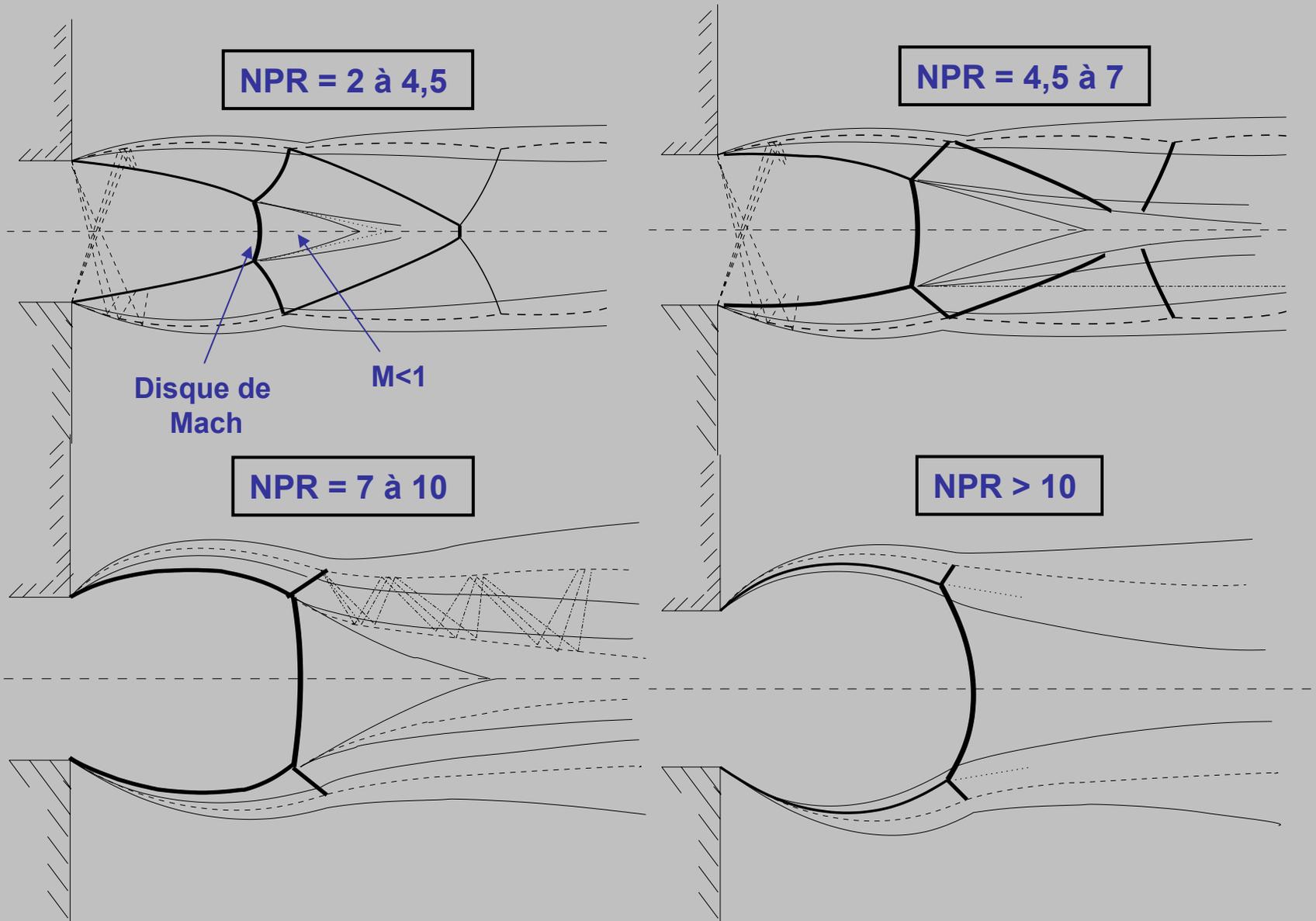
10000 m

1 bar  
288 K  
 $1,46E-5$  m<sup>2</sup>/s

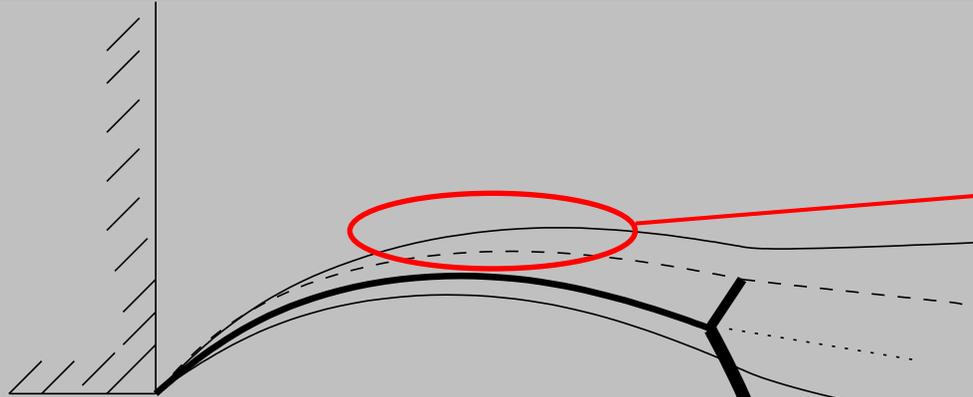
0 m

Cas de référence :  
- 0 m  
-  $P_a = 1$  bar

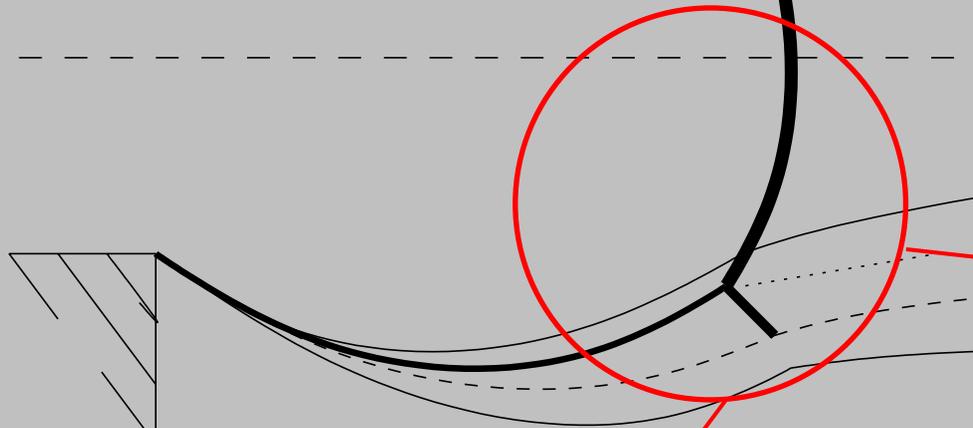
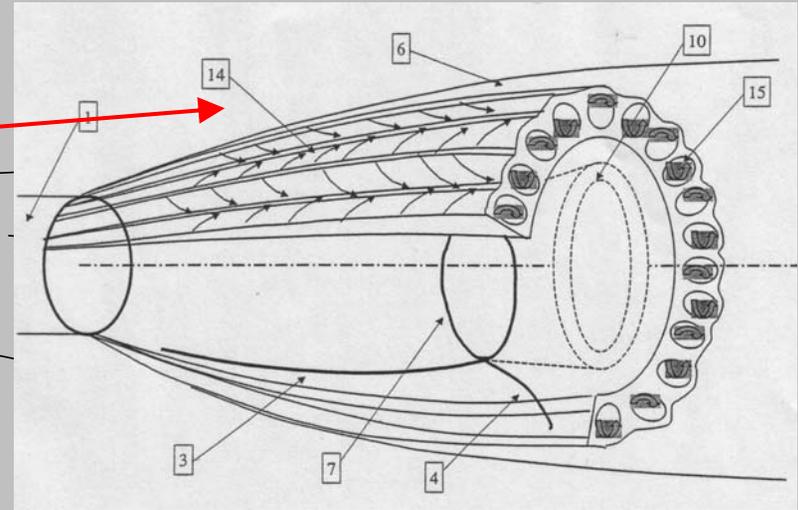
## Structure du jet libre : de la faible à la très forte sous-détente



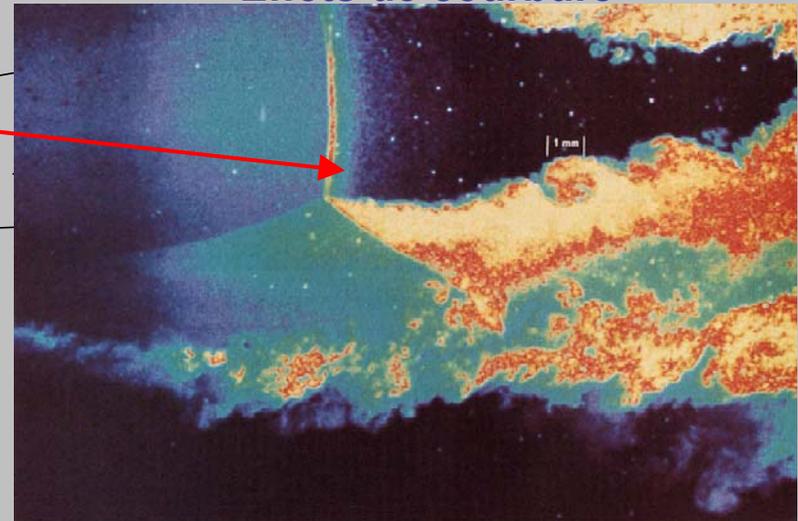
## Spécificité du jet très fortement sous-détendu



### Instabilités de Görtler

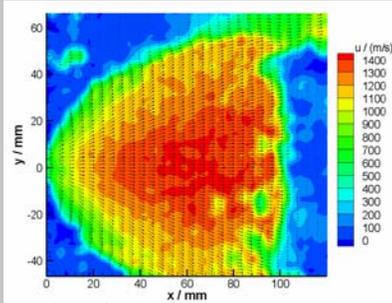


### Effets de courbure

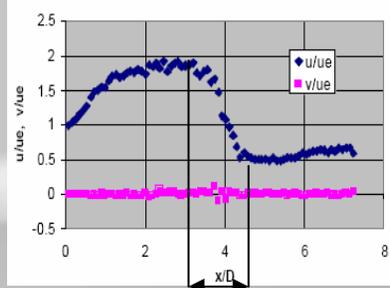


**Interaction  
choc / couche de cisaillement**

# Problématique expérimentale du jet libre très fortement sous-détendu

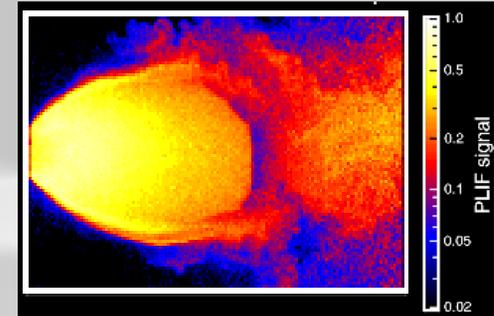


d'après Havermann et al. (Institute of Saint Louis)



d'après Yüceil et Ötügen, Int. Symp. on Applications of Laser Techniques to Fluid Mechanics, Lisbon, 2000

80% De  
à NPR=20

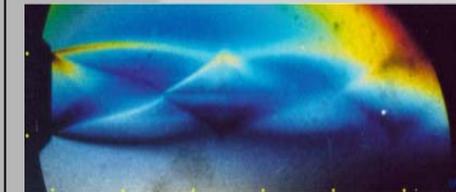
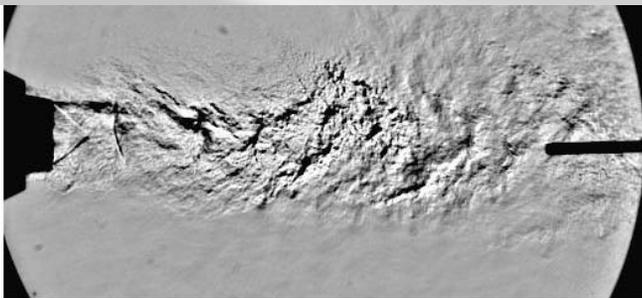
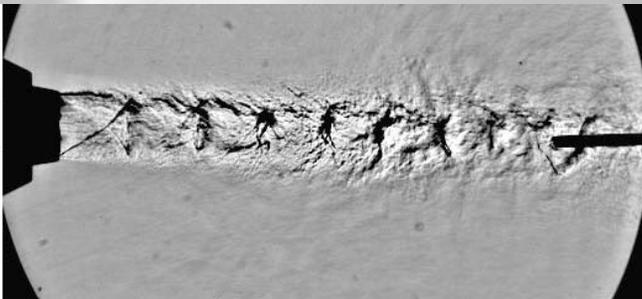


d'après Hanson et al.

<http://navier.stanford.edu/hanson/super/>

**PLIF/Diffusion Rayleigh :**  
dépendance du signal à P et T ?

**LDV/PIV : ensemencement et suivi des particules ?**



d'après Yüceil et Ötügen (Polytechnic University, Brooklyn (NY))  
<http://media.poly.edu>



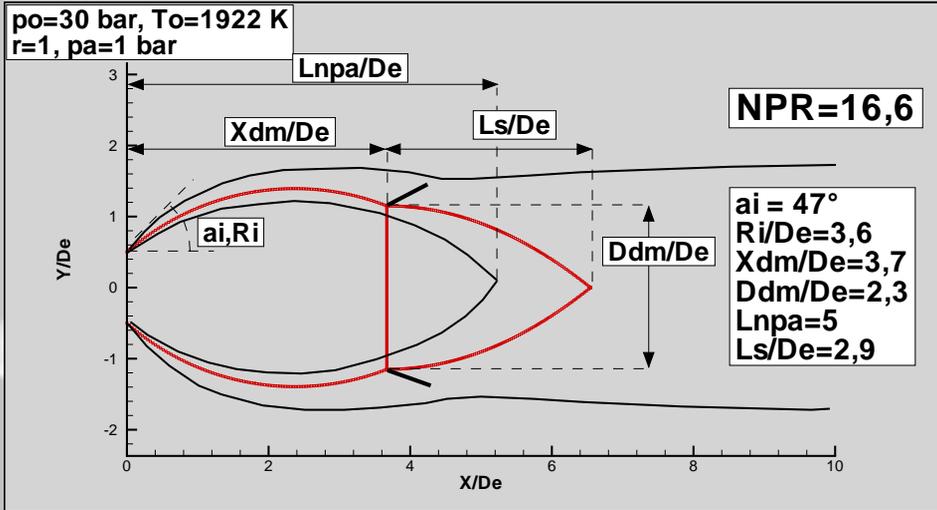
d'après Alvi, University of Florida (communication privée)

**Ombroscopie / Schlieren : signal intégré**

**Base de données  
essentiellement qualitative  
pour NPR élevé !**

**Sondes Pitot : perturbation de l'écoulement ?**

## Estimation des paramètres caractéristiques du jet libre de référence à partir des corrélations disponibles dans la littérature



**Ashkenas et Sherman (1966):** 
$$\frac{X_{DM}}{D_e} = 0,67 \sqrt{\frac{p_I}{p_A}}$$

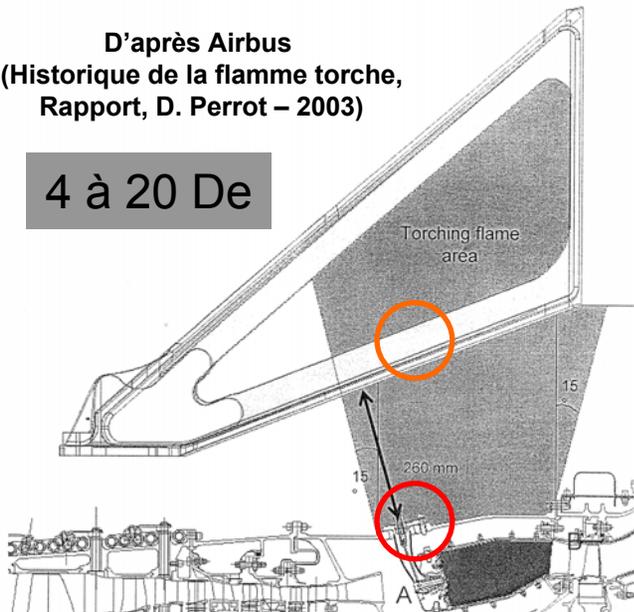
**Antsupov (1974):** 
$$\frac{D_{DM}}{D_e} = \log \left( \left( \frac{p_e}{p_a} \right)^{\frac{5}{2}} \right) - \frac{3}{4}$$

**Glotov (1998) :** 
$$\frac{L_s}{D_{dm}} = 1,96 \cdot \left( \frac{p_e}{p_a} \right)^{-0,16}$$

**Love et al. (1959) :** expression polynomiale du rayon de courbure du choc incident en fonction de NPR.

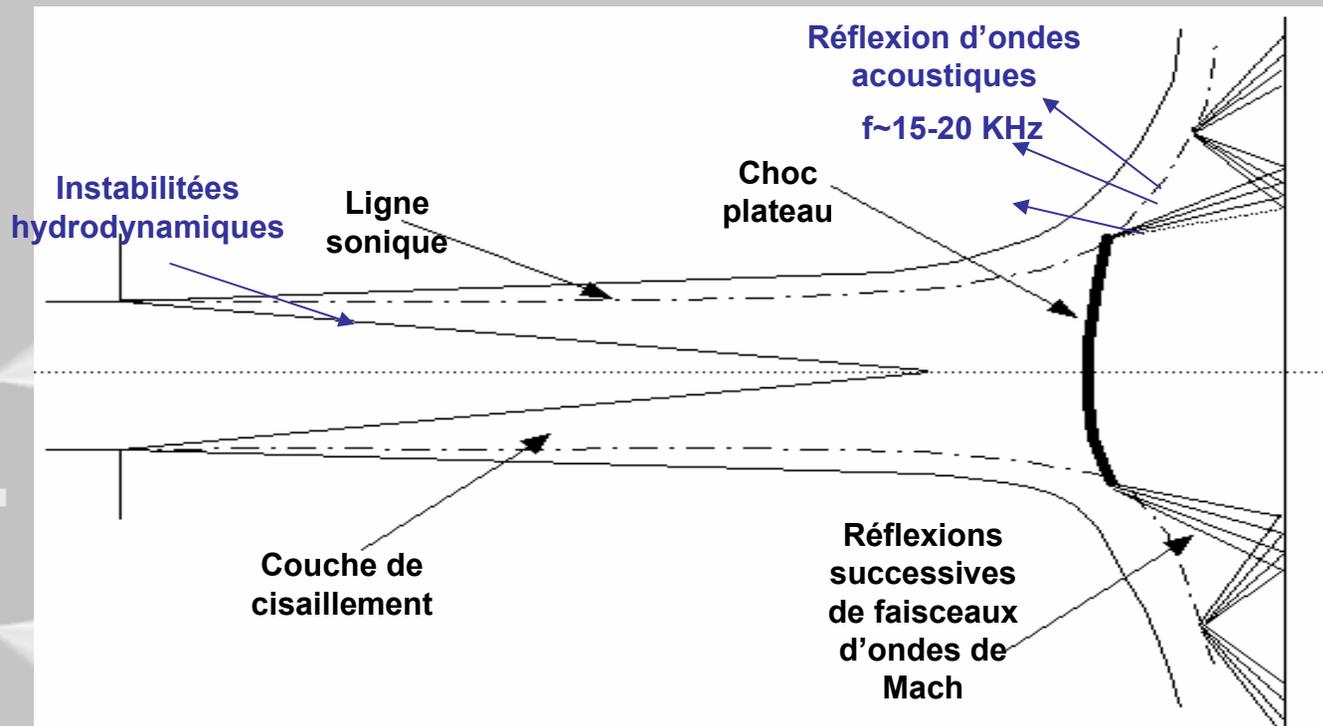
D'après Airbus  
(Historique de la flamme torche,  
Rapport, D. Perrot – 2003)

4 à 20 De



Besoin de prévoir  
 précisément  
 la structure proche  
 et la zone de transition !

## Et avec impact : structure globale fortement instationnaire

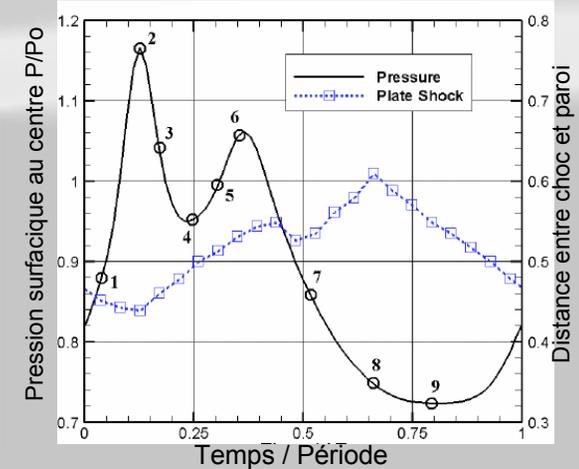
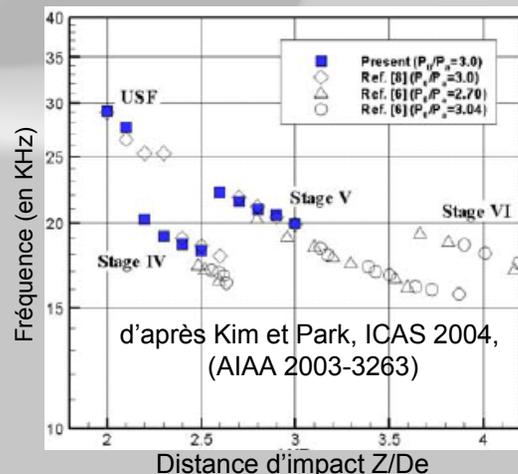
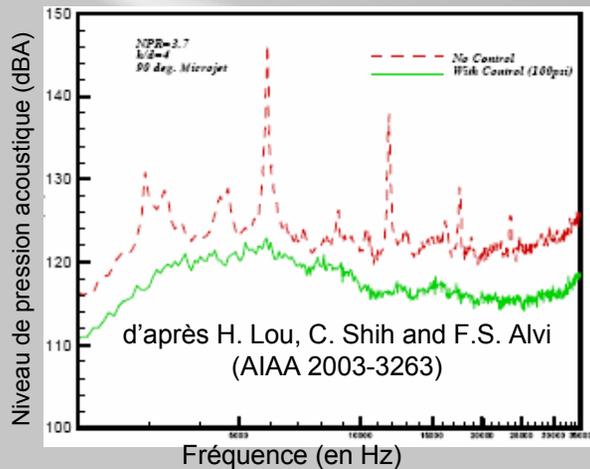


### Problématiques :

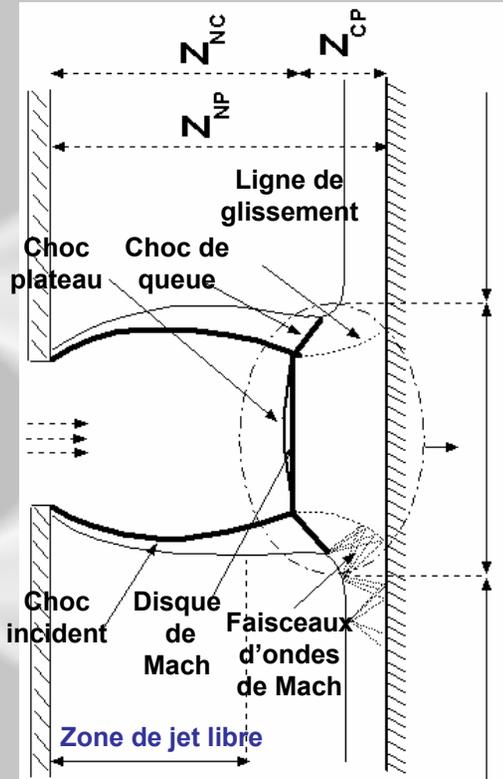
- « impinging tones »
- pertes de poussée
- fatigue acoustique (lèvres)
- charges thermoacoustiques (paroi)



Compréhension de la boucle de rétroaction et des modes d'oscillation



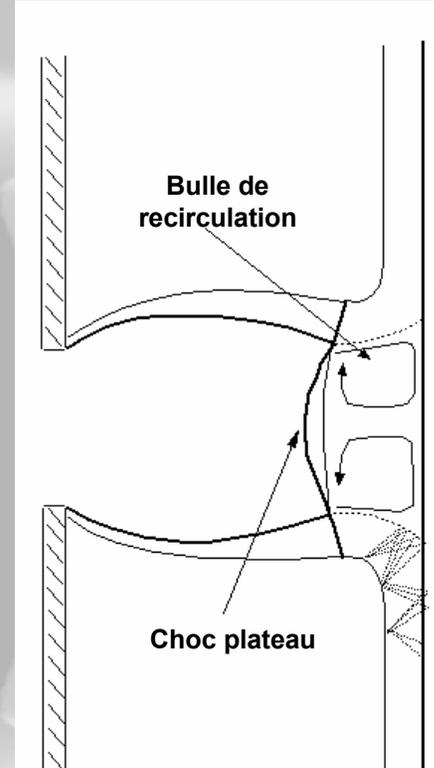
# En impact normal proche: apparition possible de zones de recirculation



Zone de jet pariétal

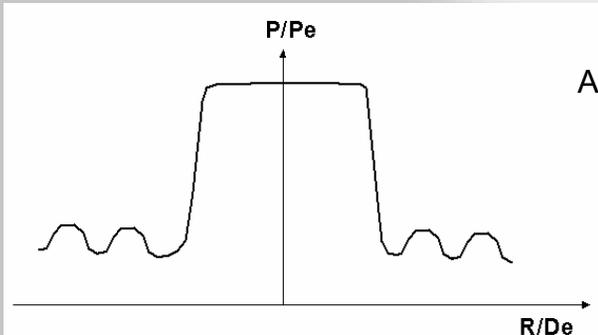
Zone d'impact

Zone de jet pariétal

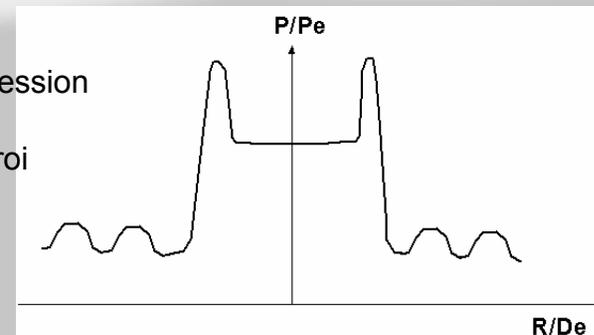


Origines :  
-détachement couche limite  
- rôle de la différence de pression totale

$f \sim 1-10$  Hz

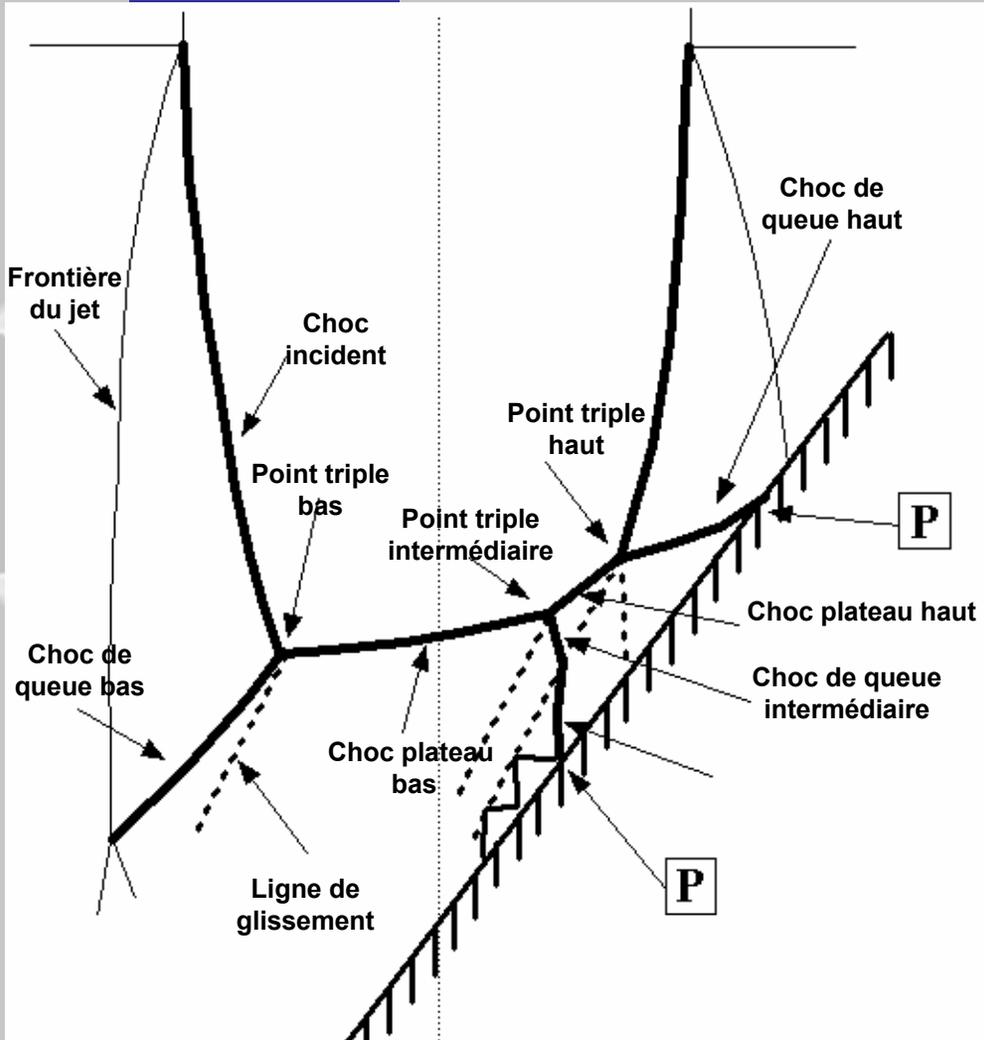


Allure des distribution de pression  
ou  
de température à la paroi

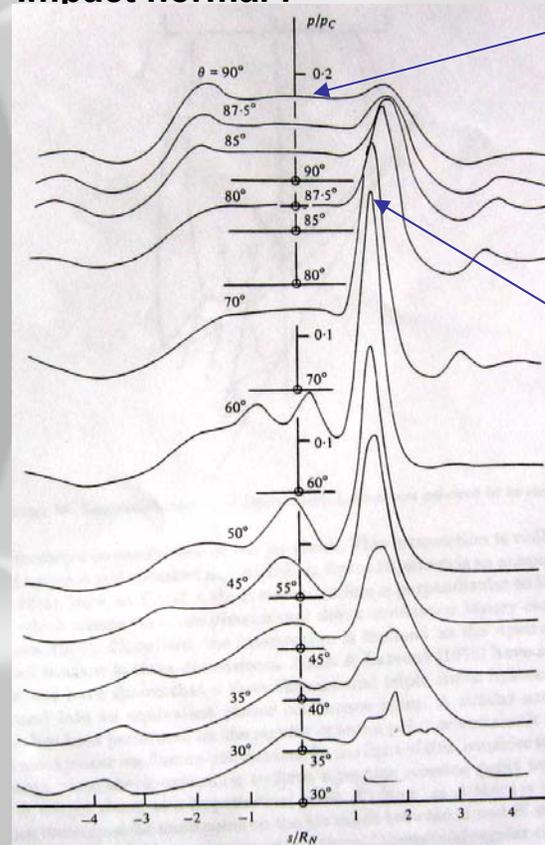


## En impact oblique proche: structure de base

➔ Complexification de la structure de choc et des distributions surfaciques de température et de pression



Observation de nombreux points de pression et de température 2 à 3 fois plus élevées que les niveaux observés en impact normal !



$p/p_o \sim 0,15$   
à  $\theta = 90^\circ$

$p/p_o \sim 0,55$   
à  $\theta = 60^\circ$

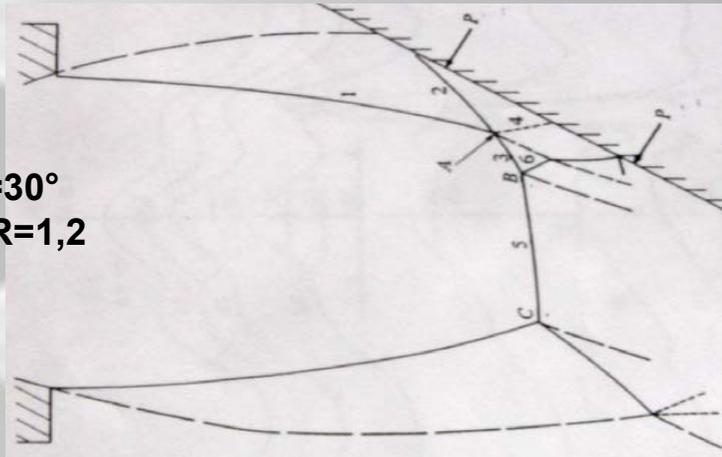
d'après  
Lamont et  
Hunt  
(1980,  
Journal of  
Fluid  
Mechanics,  
Vol. 100)

Evolutions des profils de pression pour  $Z/De=3$  et  $NPR=2$  à  $Me=2,2$

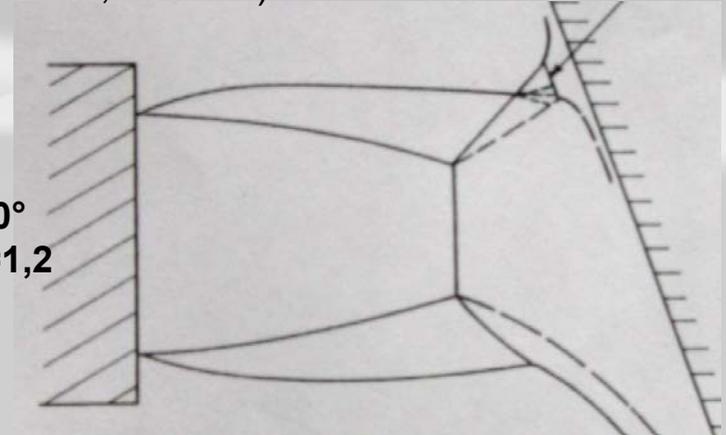
Ex : Illustration de la structure pour un impact au niveau de la première structure de choc :  $Me=2,2$ ,  $\theta=30^\circ$ ,  $NPR=1,2$ ,  $Z/De=2$

## En impact oblique proche: forte variabilité des structures en fonction de $Z/De$ et du NPR

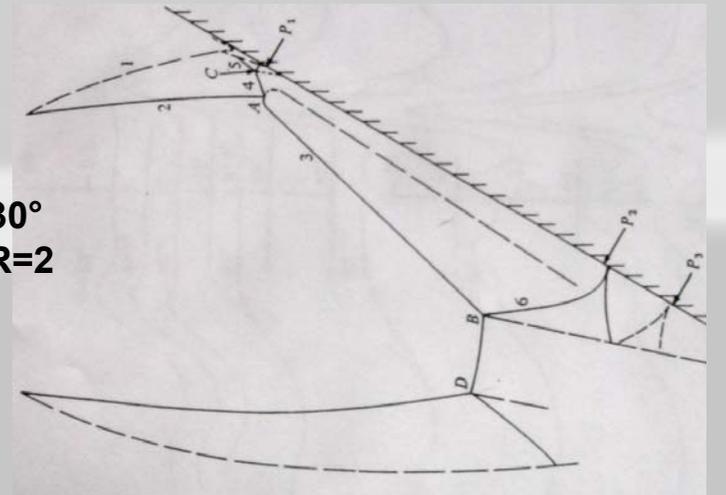
Ex : Impact à distance  $Z=2De$  d'un jet supersonique à nombre de Mach de sortie  $Me=2,2$   
d'après Lamont et Hunt (1980, Journal of Fluid Mechanics, Vol. 100)



$\theta=70^\circ$   
NPR=1,2



$\theta=30^\circ$   
NPR=2



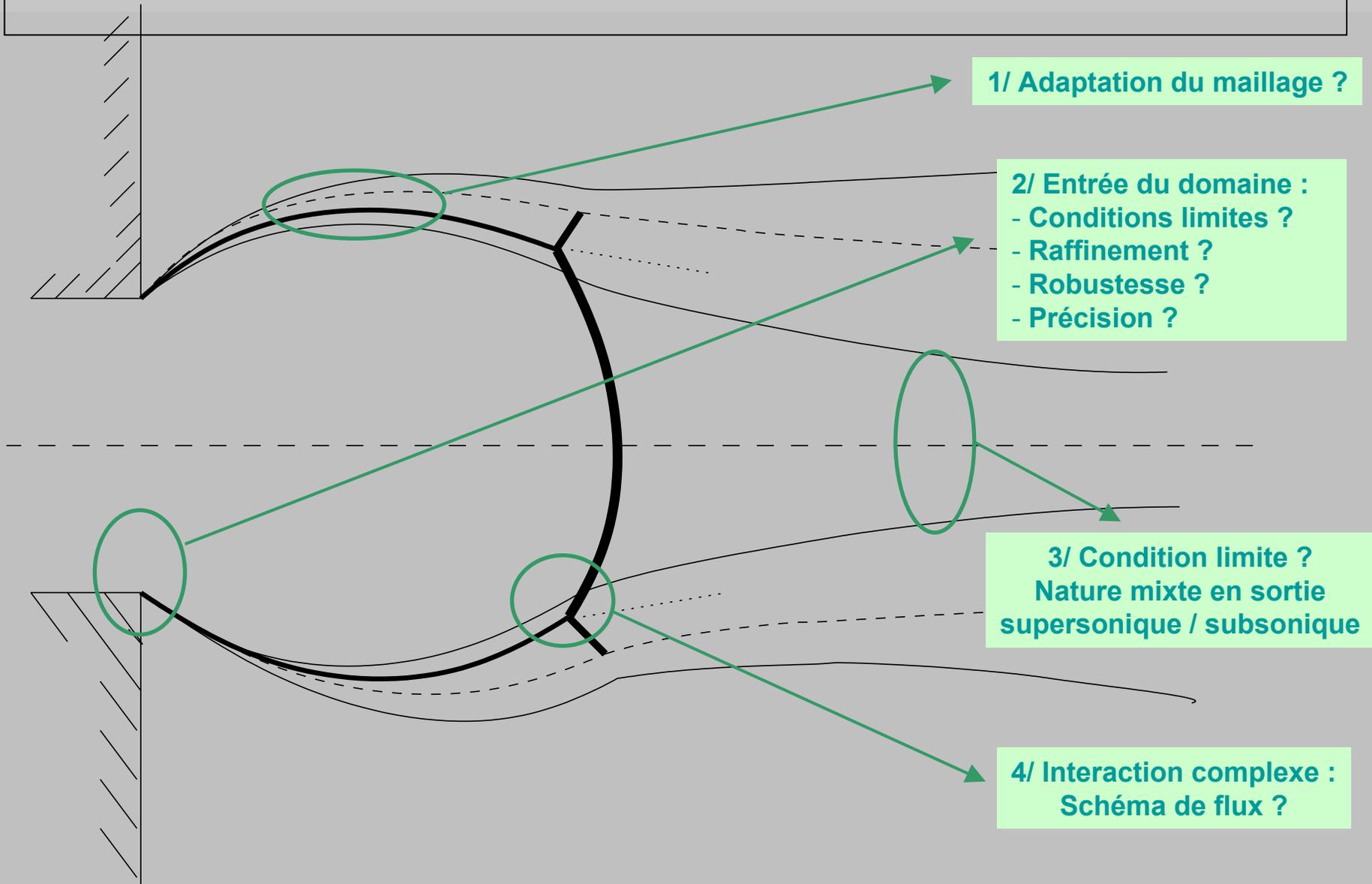
Nécessité de savoir prévoir correctement la structure de jet libre en amont !

Nécessité de modéliser précisément les effets de paroi (Pas avec Euler !).



# Aspects liés à la simulation numérique (jets libres)

## Difficultés numériques et choix retenus pour simuler les jets libres



## Outil numérique utilisé (N3SNATUR V 1.4.3.2)

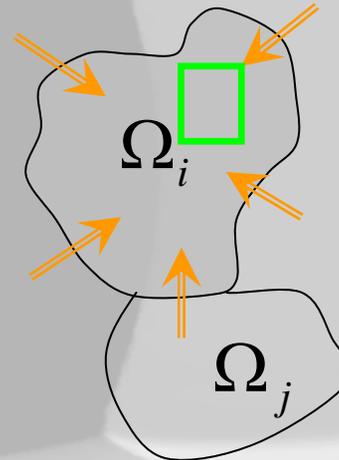
$$\underbrace{\frac{d}{dt} \int_{\Omega} \vec{U} dV}_{\text{Accumulation}} + \underbrace{\int_{\partial\Omega} \vec{F}(\vec{U}) \cdot \vec{n} dS}_{\text{Convection}} = \underbrace{\int_{\partial\Omega} \vec{D}(\vec{U}) \cdot \vec{n} dS}_{\text{Diffusion}} + \underbrace{\int_{\Omega} \vec{S}(\vec{U}) dV}_{\text{Production}}$$

$$\begin{pmatrix} \rho \\ \rho v_x \\ \rho v_r \\ \rho E \end{pmatrix}_t \quad \begin{pmatrix} \rho v_x \\ \rho v_x^2 + p \\ \rho v_x v_r \\ v_x (\rho E + p) \end{pmatrix}_x$$

$$\bar{p} = (\gamma - 1) \bar{\rho} \left[ \tilde{E} - \frac{\tilde{v}_i^2}{2} - k \right]$$

$$\text{div}(\vec{V}) = \frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_r}{\partial r} + \frac{v_r}{r}$$

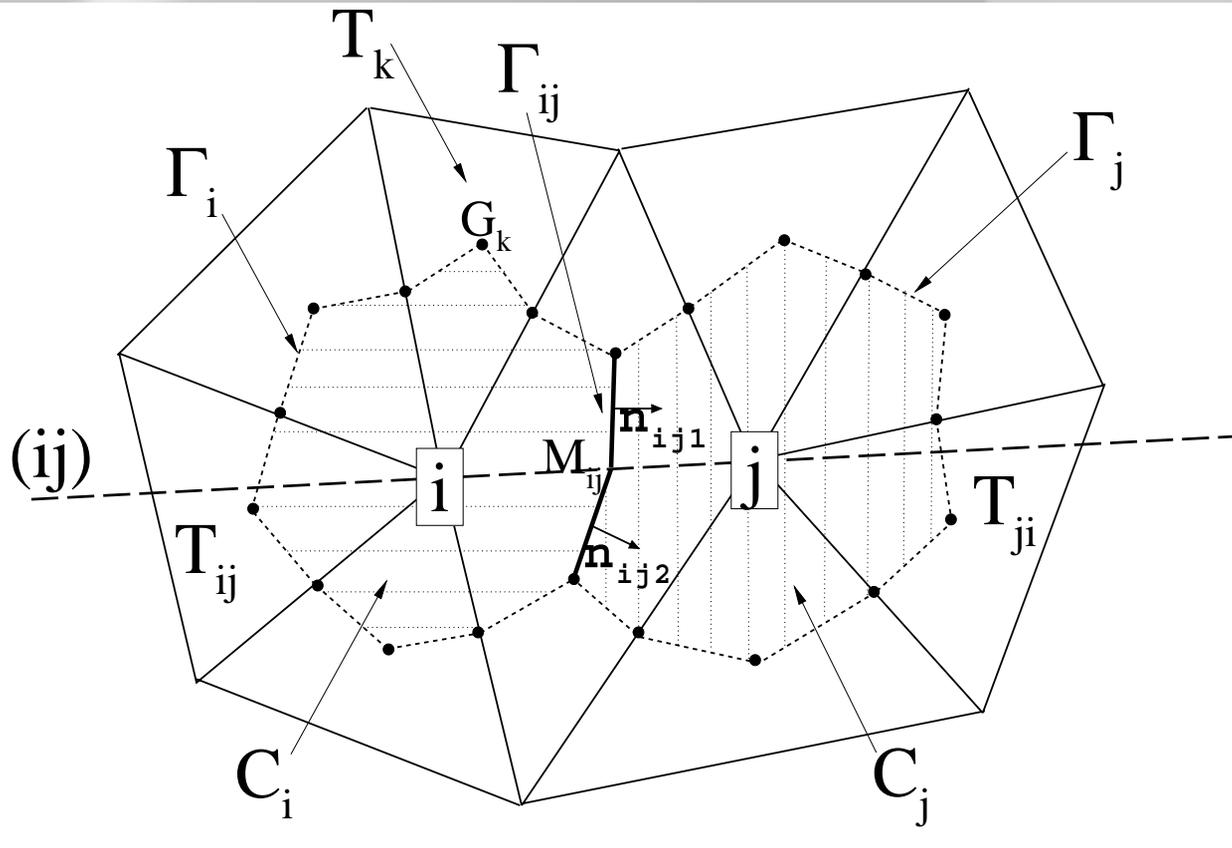
$$U_i^{n+1} = U_i^n + \frac{\Delta t}{V_{\Omega}} \left[ \sum_j F_{ij} + D_{ij} + S_i \right]$$



- Formulation intégrale faible conservative axisymétrique, en régime compressible et instationnaire (Navier-Stokes)
- Maillages non-structurés et approche "cell-vertex "
- Éléments finis linéaires (type P1)
- Méthodes de décentrage
- Extension à l'ordre 2 spatial par une méthode à variation totale diminuante "TVD"

## Outil numérique utilisé (N3SNATUR V 1.4.3.2)

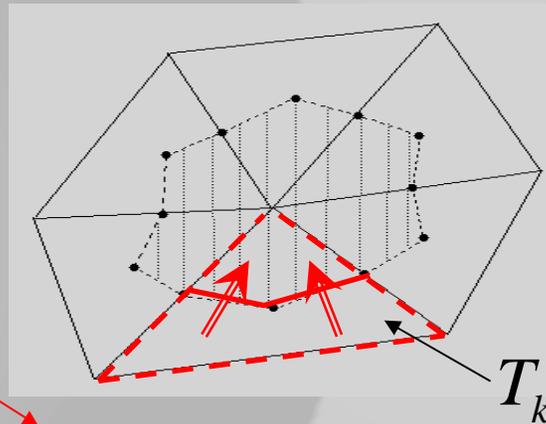
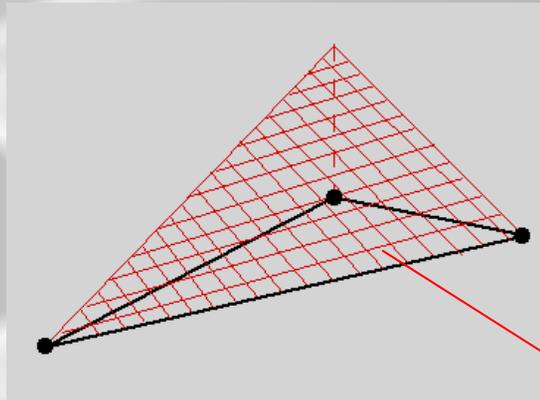
$$\underbrace{\frac{d}{dt} \int_{\Omega} \vec{U} dV}_{\text{Accumulation}} + \underbrace{\int_{\partial\Omega} \vec{F}(\vec{U}) \cdot \vec{n} dS}_{\text{Convection}} = \underbrace{\int_{\partial\Omega} \vec{D}(\vec{U}) \cdot \vec{n} dS}_{\text{Diffusion}} + \underbrace{\int_{\Omega} \vec{S}(\vec{U}) dV}_{\text{Production}}$$



- Formulation intégrale faible conservative axisymétrique, en régime compressible et instationnaire (Navier-Stokes)
- Maillages non-structurés et approche "cell-vertex "
- Éléments finis linéaires (type P1)
- Méthodes de décentrage
- Extension à l'ordre 2 spatial par une méthode à variation totale diminuante "TVD"

## Outil numérique utilisé (N3SNATUR V 1.4.3.2)

$$\underbrace{\frac{d}{dt} \int_{\Omega} \vec{U} dV}_{\text{Accumulation}} + \underbrace{\int_{\partial\Omega} \vec{F}(\vec{U}) \cdot \vec{n} dS}_{\text{Convection}} = \underbrace{\int_{\partial\Omega} \vec{D}(\vec{U}) \cdot \vec{n} dS}_{\text{Diffusion}} + \underbrace{\int_{\Omega} \vec{S}(\vec{U}) dV}_{\text{Production}}$$



$$\Rightarrow T(x, y) = \sum_{k=1}^3 T_k (a_k x + b_k y + c)$$

$$\Rightarrow \int_{\Gamma_k} \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} B d\Gamma \longrightarrow \int_{\Omega_k} \frac{\partial T}{\partial x} \frac{\partial B}{\partial x} d\Omega$$

Ex :

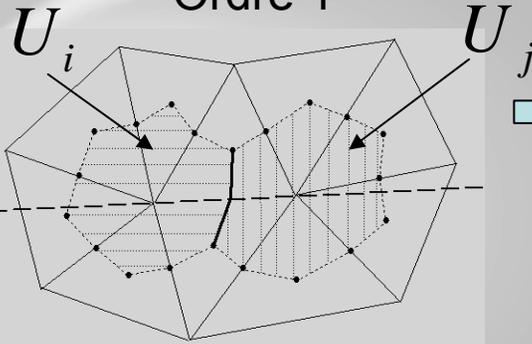
$$\int_{\Gamma_k} \lambda \frac{\partial T}{\partial x} \cdot n_x d\Gamma = \lambda_{\text{moyen}} V(T_k) \sum_{j=1}^3 T_j a_{ik} a_{jk}$$

- Formulation intégrale faible conservative axisymétrique, en régime compressible et instationnaire (Navier-Stokes)
- Maillages non-structurés et approche "cell-vertex "
- **Eléments finis linéaires (type P1)**
- Méthodes de décentrage
- Extension à l'ordre 2 spatial par une méthode à variation totale diminuante "TVD"

## Outil numérique utilisé (N3SNATUR V 1.4.3.2)

$$\underbrace{\frac{d}{dt} \int_{\Omega} \vec{U} dV}_{\text{Accumulation}} + \underbrace{\int_{\partial\Omega} \vec{F}(\vec{U}) \cdot \vec{n} dS}_{\text{Convection}} = \underbrace{\int_{\partial\Omega} \vec{D}(\vec{U}) \cdot \vec{n} dS}_{\text{Diffusion}} + \underbrace{\int_{\Omega} \vec{S}(\vec{U}) dV}_{\text{Production}}$$

Ordre 1



➡ Approche à découpage de flux :  
Van Leer (1982)

$$\vec{F}_{VL} = \vec{F}_{VL}^+(\vec{U}_i) + \vec{F}_{VL}^-(\vec{U}_j)$$

➡ Approche à découpage de  
différences de flux : Roe (1981)

$$\vec{F}_{ij}(\vec{U}_i^n, \vec{U}_j^n, \vec{n}_{ij}) = \frac{\vec{F}(\vec{U}_i^n) + \vec{F}(\vec{U}_j^n)}{2} - \bar{\bar{R}}_{ij}(\vec{U}_j^n - \vec{U}_i^n)$$

+ Correction entropique (Harten)

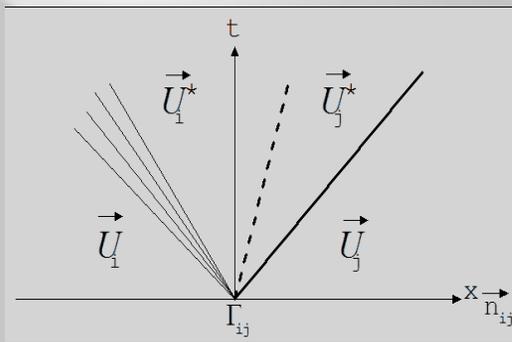
- Formulation intégrale faible conservative axisymétrique, en régime compressible et instationnaire (Navier-Stokes)

- Maillages non-structurés et approche "cell-vertex "

-Eléments finis linéaires (type P1)

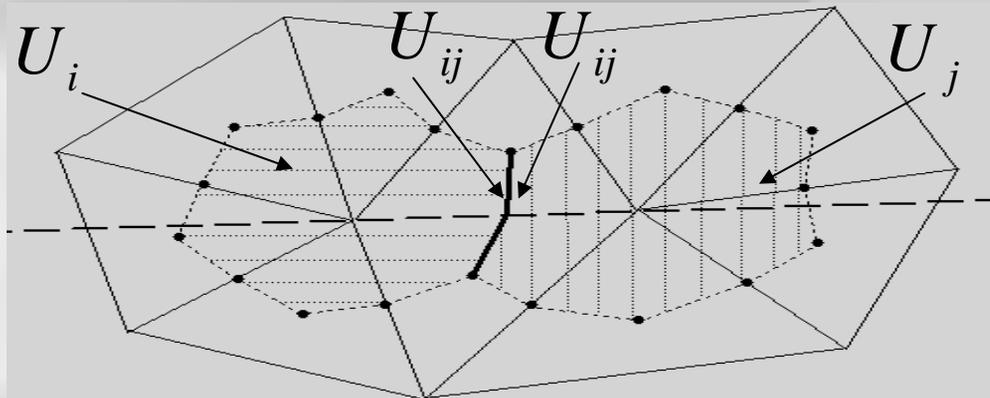
- Méthodes de décentrage

- Extension à l'ordre 2 spatial par une méthode à variation totale diminuante "TVD"



## Outil numérique utilisé (N3SNATUR V 1.4.3.2)

$$\underbrace{\frac{d}{dt} \int_{\Omega} \vec{U} dV}_{\text{Accumulation}} + \underbrace{\int_{\partial\Omega} \vec{F}(\vec{U}) \cdot \vec{n} dS}_{\text{Convection}} = \underbrace{\int_{\partial\Omega} \vec{D}(\vec{U}) \cdot \vec{n} dS}_{\text{Diffusion}} + \underbrace{\int_{\Omega} \vec{S}(\vec{U}) dV}_{\text{Production}}$$



- Formulation intégrale faible conservatrice axisymétrique, en régime compressible et instationnaire (Navier-Stokes)

- Maillages non-structurés et approche "cell-vertex "

-Éléments finis linéaires (type P1)

- Méthodes de décentrage

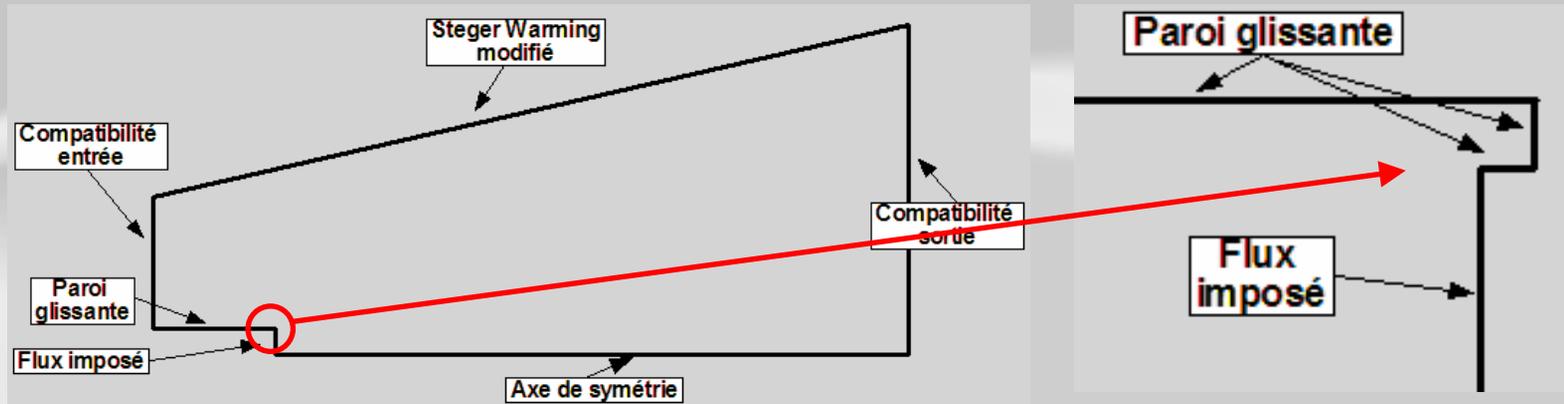
- Extension à l'ordre 2 spatial par une méthode à variation totale diminuante "TVD"

$$\begin{cases} \vec{U}_{ij}^n = \vec{U}_i^n + \text{grad}(\vec{U}) \cdot \vec{i}\vec{j} \\ \vec{U}_{ji}^n = \vec{U}_j^n - \text{grad}(\vec{U}) \cdot \vec{i}\vec{j} \end{cases}$$

- limiteur "minmod"
- limiteur "Van Albada"

## Domaine de calcul retenu pour simuler les jets sous-détendus

➡ Déterminer une méthode robuste et obtenir des solutions convergées



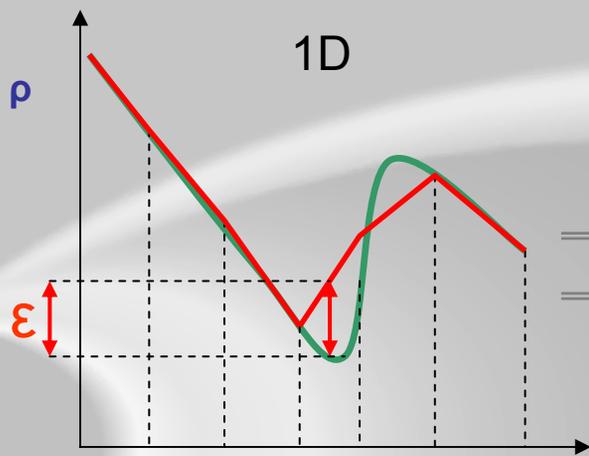
- ➡ Limiter la réflexivité des frontières
- ➡ Déterminer un maillage initial adapté
- ➡ Sélectionner le jeu de paramètres numériques

➡ Optimiser le rapport précision / coût de la simulation

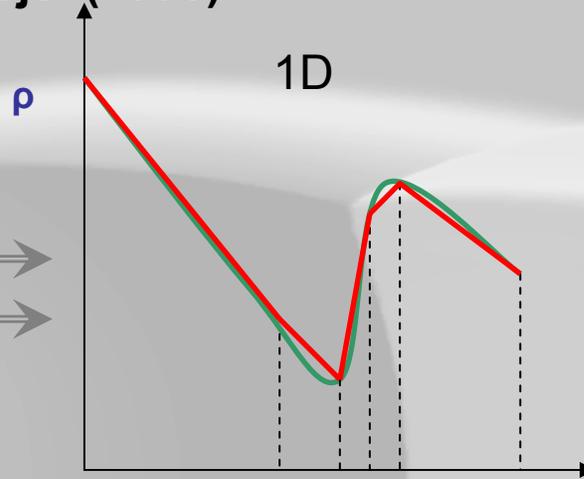
- ➡ Ne calculer qu'au-delà de l'ajutage
- ➡ Limiter l'extension du domaine
- ➡ Adapter le maillage avec une méthode compatible avec toute évolution du solveur numérique

## Algorithme d'adaptation du maillage

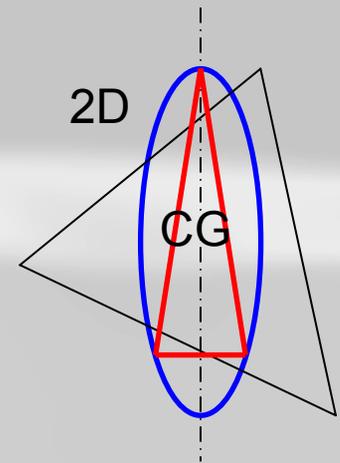
### Principe : Méthode de Dolejší (1998)



Distribution initiale de noeuds



Nouvelle distribution des noeuds



choc

- Évaluation de la courbure via la formulation faible intégrale :

$$\overline{\overline{H}}$$

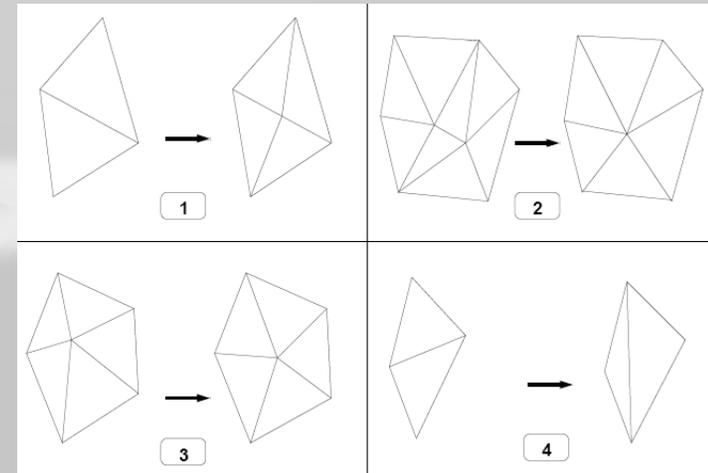
- Construction de la matrice d'erreur :

$$\overline{\overline{E}}$$

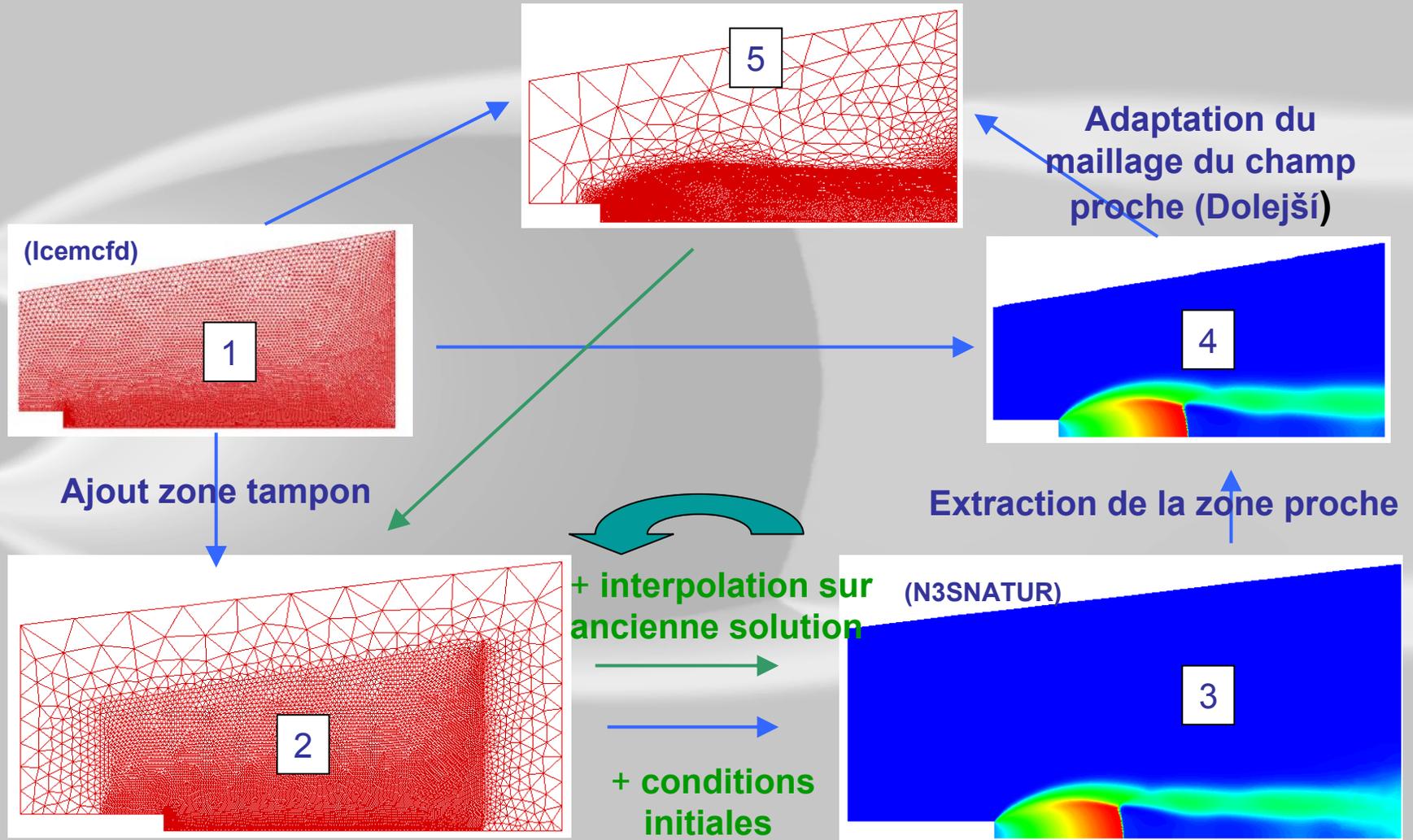
- Reconstruction de la nouvelle métrique :

$$\|\vec{V}\| = \vec{V}^T \overline{\overline{E}} \vec{V}$$

- Processus itératif combinant les opérations élémentaires pour approcher au mieux les longueurs idéales des segments

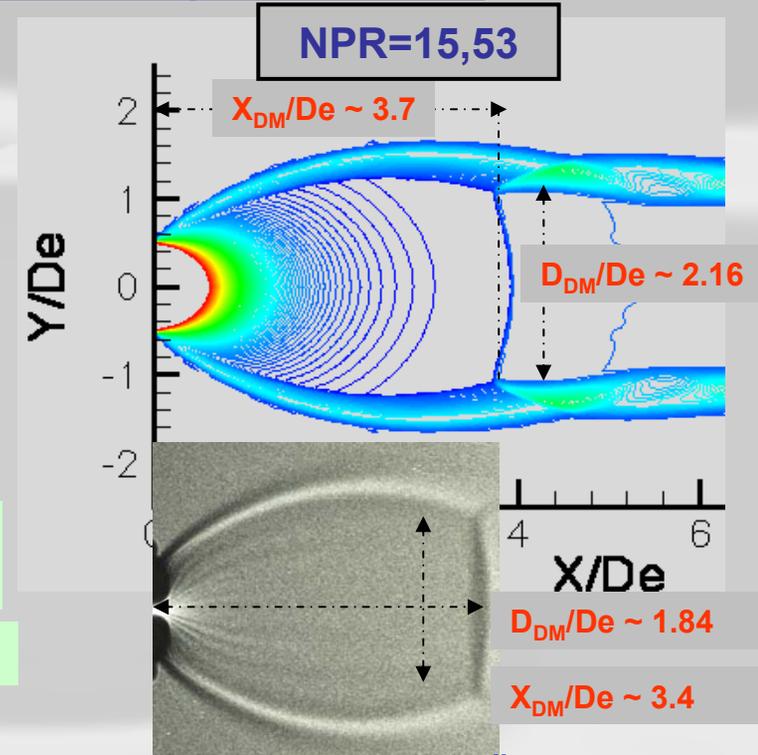
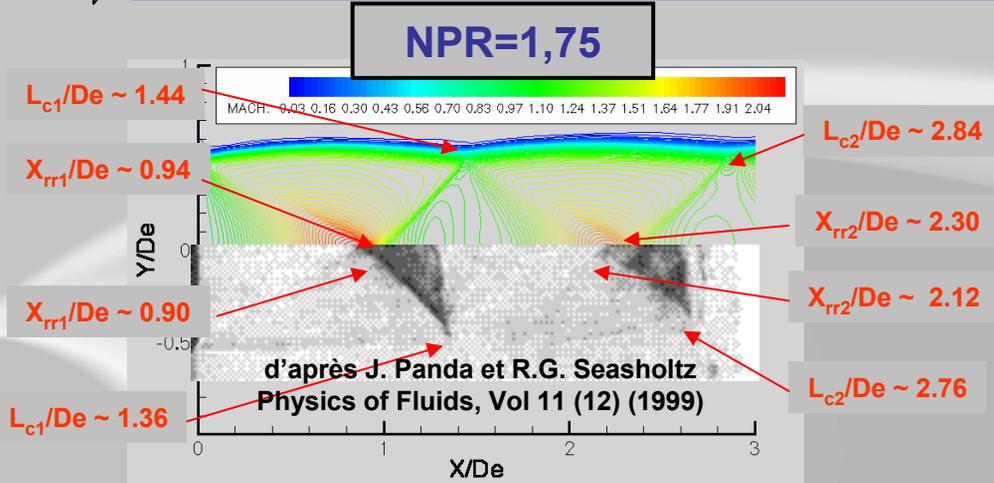


## Cycle de calcul/adaptation du maillage



## Validation de la stratégie globale retenue

➡ Précision satisfaisante des solutions obtenues à partir des équations d'Euler :



d'après Yüceil et Ötügen  
(communication privée)

- ➡ Surestimation de la taille de la structure (10 à 15% pour NPR=15,5).
- ➡ Surestimation de la masse volumique et de la vitesse.

➡ Origines possibles du décalage :

- Schéma de flux.
- Interaction avec la turbulence.
- Conditions à l'ajutage.
- Effets 3D.

Structure proche correctement prévue qualitativement.

## Prise en compte de la turbulence

$$\begin{cases} \rho = \bar{\rho} + \rho' \\ p = \bar{p} + p' \\ T = \bar{T} + T'' \\ V_i = \bar{V}_i + V_i'' \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{\partial \bar{\rho} k}{\partial t} + \bar{V}_i \frac{\partial \bar{\rho} k}{\partial x_i} = \frac{\partial}{\partial x_i} \left[ \left( \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_i} \right] + P_k + \boxed{\rho' \frac{\partial V_i''}{\partial x_i}} - \boxed{V_i'' \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i}} - \boxed{\bar{\rho} \varepsilon} \\ \frac{\partial \bar{\rho} \varepsilon_s}{\partial t} + \bar{V}_i \frac{\partial \bar{\rho} \varepsilon_s}{\partial x_i} = \frac{\partial}{\partial x_i} \left[ \left( \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon} \right) \frac{\partial \varepsilon_s}{\partial x_i} \right] + \frac{\varepsilon_s}{k} (C_{\varepsilon 1} (P_k + G) - C_{\varepsilon 2} \bar{\rho} \varepsilon_s) \end{cases}$$

Terme de pression-dilatation et taux de dissipation compressible d'après Erlebacher et al. (1991) : SND turbulence homogène en écoulement cisailé libre et développement asymptotiques sur une échelle de temps acoustique.

Terme de production enthalpique : hypothèse gradient (Jones et Launder (1972))

$$\begin{cases} \Pi_d = -0,4 P_k M_t^2 + 0,2 \bar{\rho} \varepsilon_s M_t^2 \\ \varepsilon_d = 0,5 M_t^2 \varepsilon_s \\ M_t = \frac{\sqrt{2k}}{\sqrt{\gamma r \bar{T}}} \\ G = -\frac{1}{\rho} \frac{\nu_t}{\sigma_t} \frac{\partial \bar{\rho}}{\partial x_i} \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} \end{cases}$$

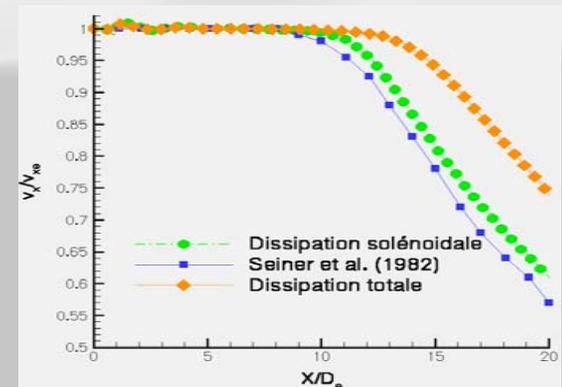
$$\mu_t = \rho C_\mu \frac{k^2}{\varepsilon} = \rho \frac{C_\mu}{1 + 0,5 M_t^2} \frac{k^2}{\varepsilon_s}$$

Considérer  $\varepsilon$  et modifier  $C_\mu$  ou considérer  $\varepsilon_s$  et conserver  $C_\mu$  ?

Réexpression avec  $\varepsilon_s$

Test

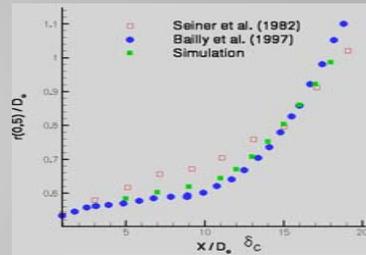
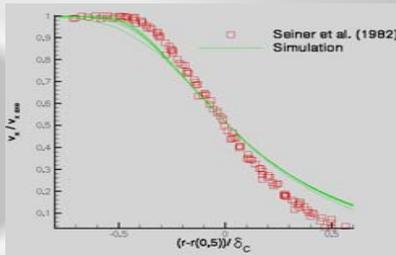
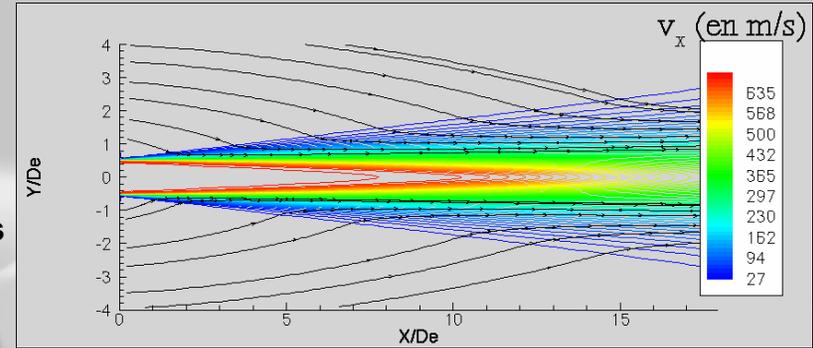
Choix



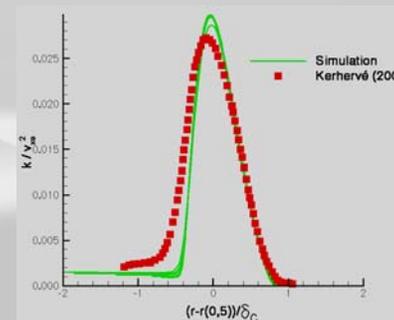
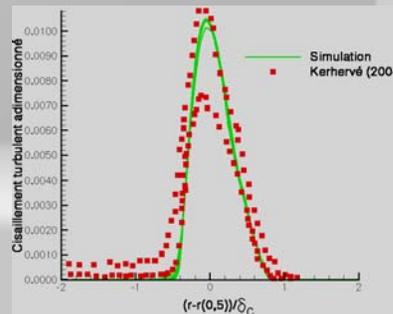
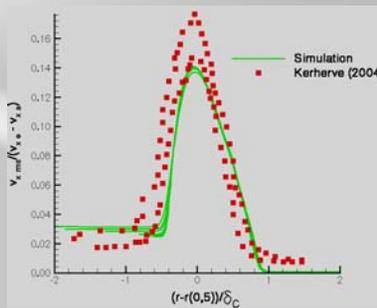
# Écoulement retenu pour tester la modélisation choisie : jet isotherme adapté à $Me=2$

**Seiner et al. (1982)** - Vitesse axiale  
- Profils radiaux de vitesse longitudinale

**Kerhervé (2004)** - Profils radiaux des contraintes turbulentes



**Représentation correcte du taux de croissance et du comportement de similitude**



X/De de 1 à 7



**Restitution de l'anisotropie à améliorer**



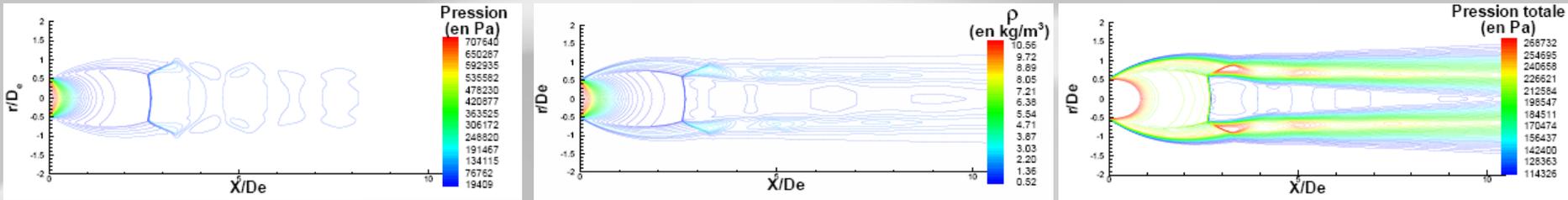
**Attention aux niveaux de pression !**

# Exemples de résultats de simulation de jets supersoniques fortement sous-détendus

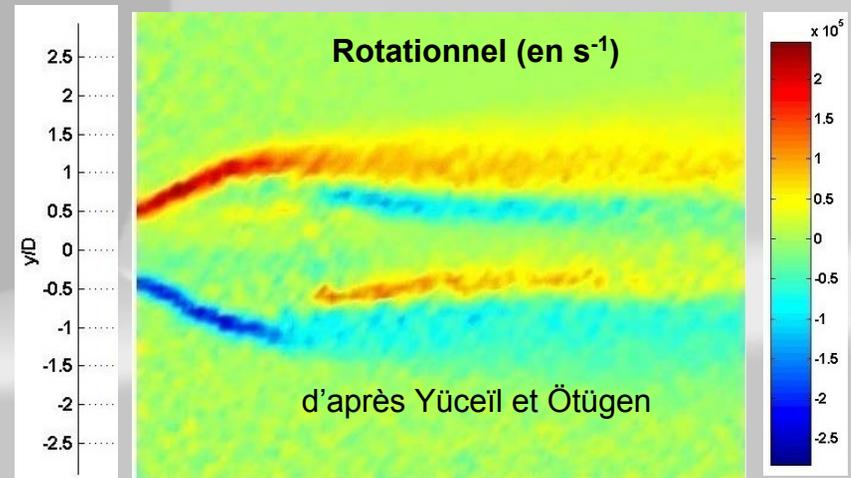
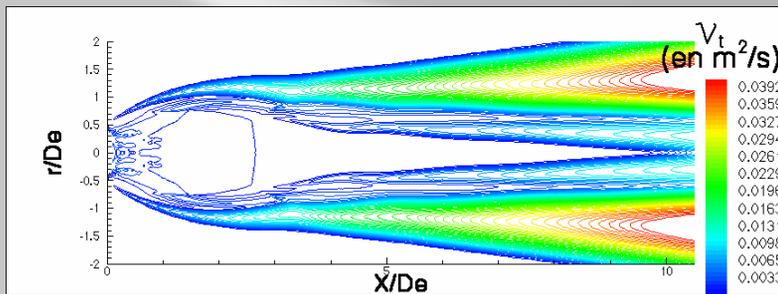
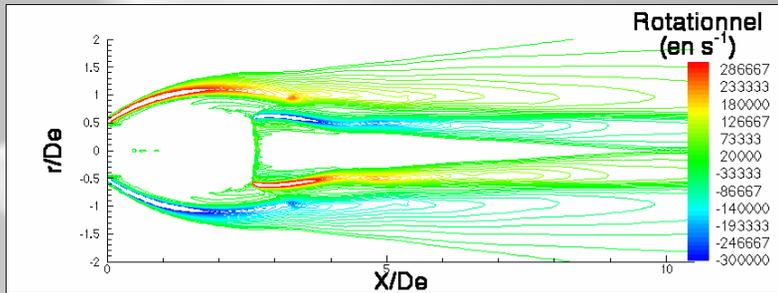
Jets isothermes à NPR=7,55 et 15,53 étudié par Yüceil et Ötügen (2000)



Morphologie qualitativement bien prévue (ex : NPR=7,55)



Adaptation de la pression à travers la cellule de choc et processus de détente sur 10 De environ

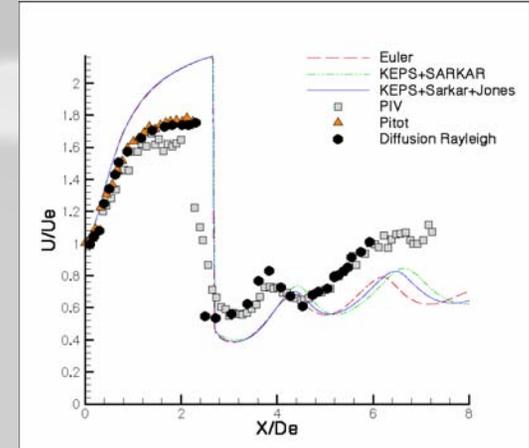
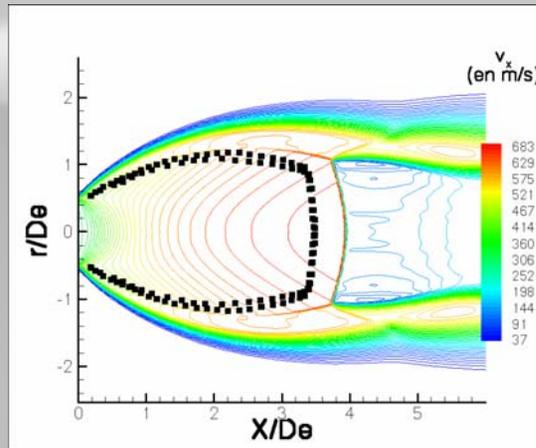
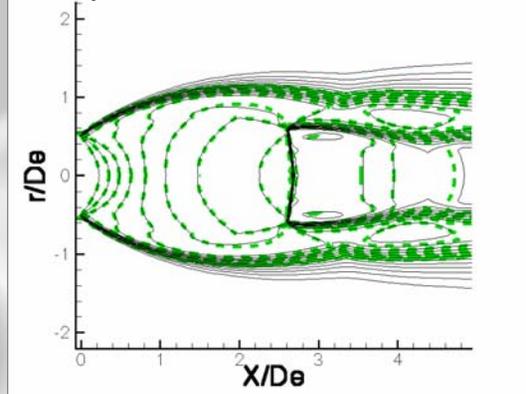


Développement découplé des deux couches de cisaillement mais mélange sous-estimé

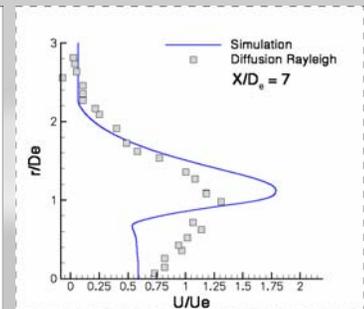
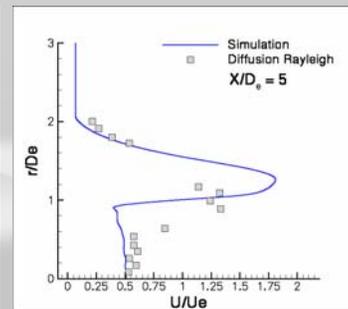
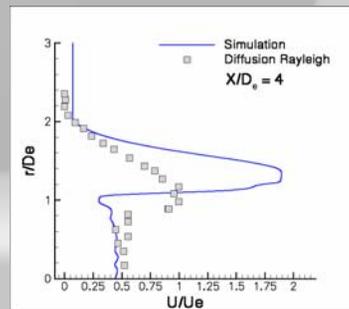
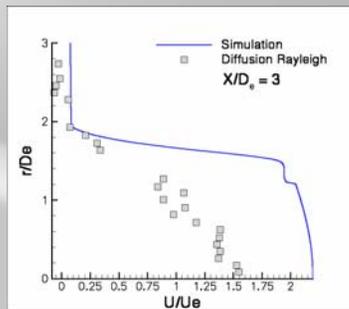
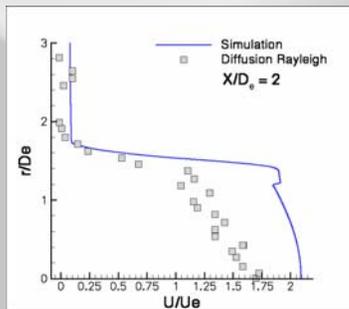
## Étude du jet fortement sous-détendu

Décalage quantitatif encore significatif pour NPR=15,53

Comparaison Euler / turbulent



Surestimation de la longueur de la zone de détente imputable au schéma numérique en zone proche



Nécessité de prendre en compte les effets de courbure pour simuler le jet en aval

Erreur importante sur l'estimation de la longueur de la zone subsonique

## Conclusions et perspectives

- **La complexité de la structure des jets supersoniques fortement sous-détendus libres ou impactants et sa forte sensibilité à l'ensemble des paramètres d'écoulements en font des objets particulièrement difficiles à simuler sur une large plage de rapport de pression.**
- **Il y a un manque important de données expérimentales récentes et détaillées.**
- **Un outil de simulation de type industriel couplé avec une adaptation de maillage permet de reproduire correctement la structure d'ensemble de tels jets libres.**
- **L'amélioration de la qualité de prévision numérique passe avant tout par le recours à des schémas de flux convectifs plus performants tout en étant suffisamment robustes. Voir par exemple l'étude de tels schémas par Gressier (1999).**
- **Le démarrage des calculs avec impact normal représente maintenant notre prochain objectif !**