



Institut de Recherche Dupuy de Lôme



## Journée Thermique et Agro-Alimentaire/Agro-Ressources



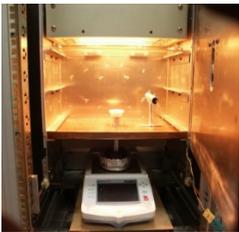
# Etude expérimentale et modélisation multiphysique de la cuisson d'un gâteau à pâte jaune

P. Le Bideau, R.Cutté, J.P. Ploteau, P. Glouannec, J.F. Le Page

4 novembre 2016

- **Activités Thermique et Energétique**

- L'étude des mécanismes physiques de **transferts d'énergie**, de **matière** et de **quantité de mouvement** au sein de **matériaux denses** ou **poreux**, sièges de transformations physiques et/ou chimiques induites par des **sollicitations thermiques** et /ou **électromagnétiques**.
- Les enjeux :
  - La caractérisation et la modélisation numérique par des approches à différentes échelles,
  - La conception, l'optimisation et le pilotage de procédés ou de systèmes.
- La démarche scientifique mise en œuvre combine études numériques et expérimentales.
  - Procédés à température modérée (séchage, cuisson, décongélation...)
  - Etude en usage de matériaux et de systèmes (isolation , stockage, conversion de l'énergie)



- Objectifs

- L'étude des **transferts d'énergie**, de **matière** et de **quantité de mouvement** au sein d'un **milieu poreux déformable** soumis à **sollicitations thermiques combinées** (conduction - convection – rayonnement infrarouge).
- **Améliorer nos connaissances des mécanismes** mis en jeu et de leurs interactions :
  - Couplage mécanique – hydrique – thermique.
  - Causes / effets.
- **Améliorer nos connaissances sur le produit** => Caractérisation
  - Propriétés intrinsèques et leurs variations (coefficients de diffusion de l'eau (liquide / vapeur), perméabilité, propriétés structurelles...) difficilement mesurables.
  - Développement d'expérimentations ad hoc et identification de propriétés par techniques inverses.
- **Améliorer nos connaissances sur les interactions process / produit** => Optimisation
  - Dimensionnement juste du procédé en fonction des besoins produit.
  - Utilisation d'algorithmes d'optimisation pour réduire des consommations énergétiques, des temps de traitement ...

# Cuisson d'un gâteau à pâte jaune

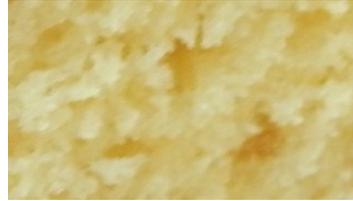
## Composition :

- Farine
- Œufs entiers
- Matière grasse
- Sucre
- Levure chimique

Pâte visqueuse



Solide poreux viscolélastique



Pseudo-croûte  
en surface



Température

## Démarche :

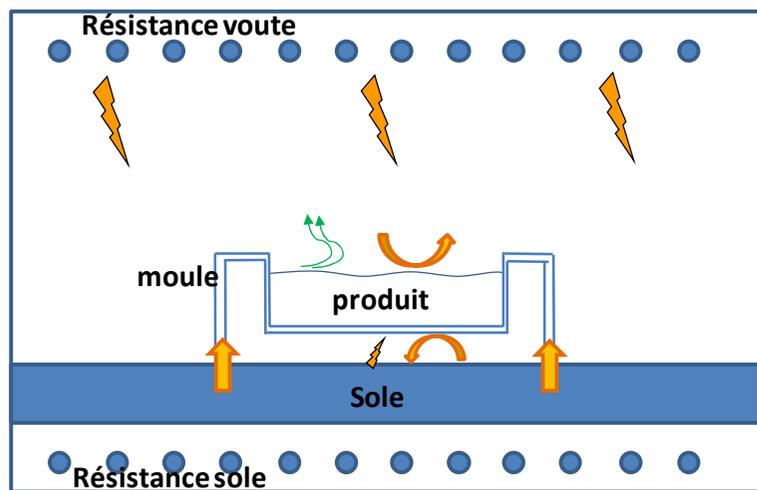
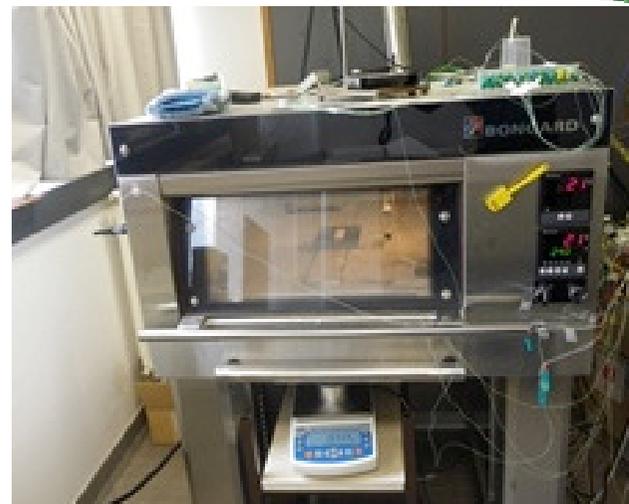
- Investigation expérimentale :
  - Cuisson en moule
    - Suivi des cinétiques
  - Caractérisation thermique - hydrique - mécanique
    - Pâte
    - Produit à des états intermédiaires et finis
- Investigation numérique :
  - Développement d'un modèle de connaissance



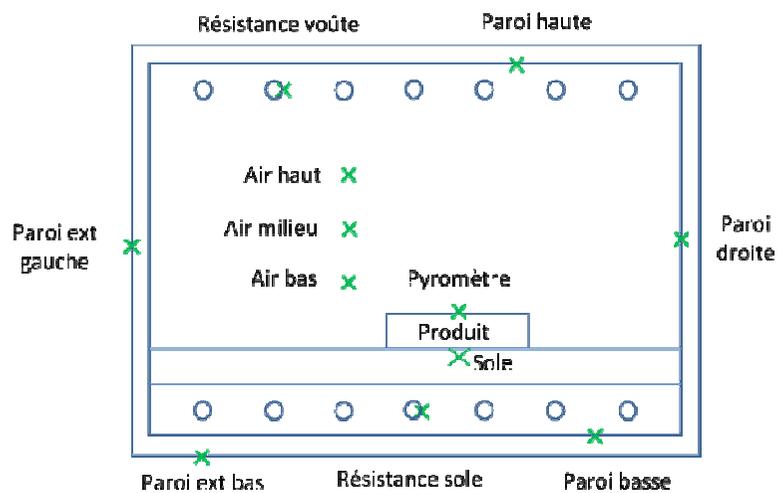
# Cuisson d'un gâteau à pâte jaune

Four : Sole et voute chauffante, convection naturelle

- Instrumentation en température
- Suivi de masse au cours du temps
- Suivi de l'humidité dans le four
- Suivi de la forme par imagerie



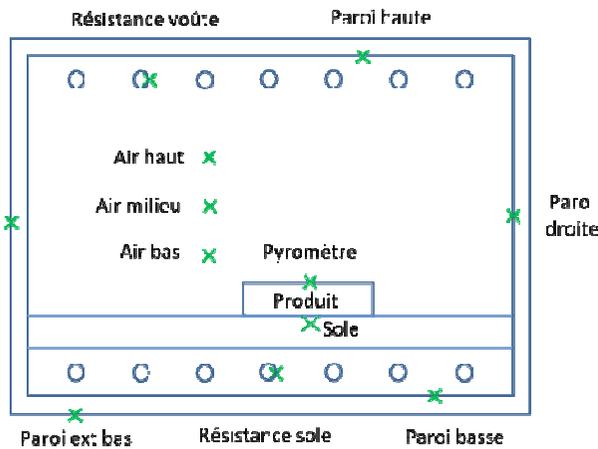
⚡ Rayonnement    ↻ Convection    ↑ Conduction  
 🌫 Evaporation



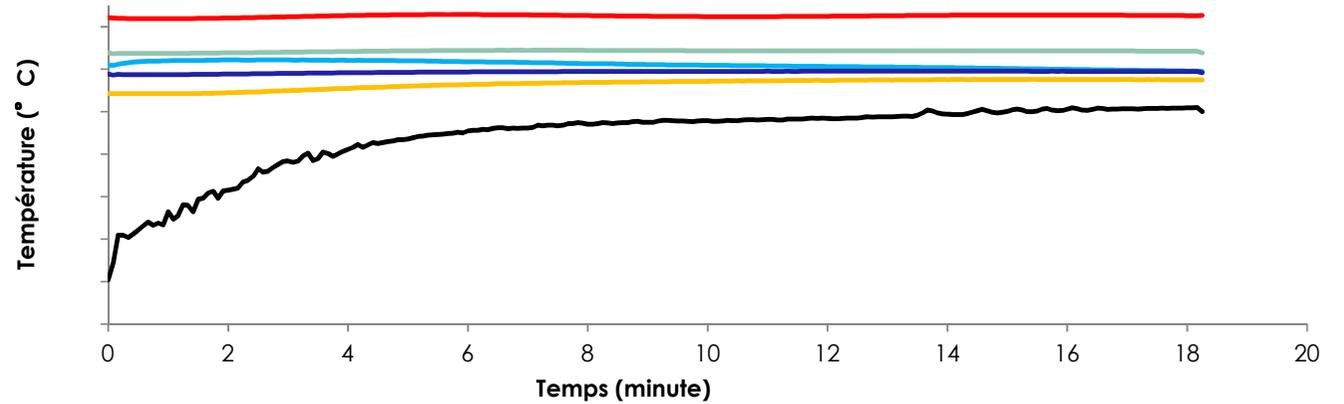
# Mesures lors d'une cuisson type

## Régulation de température:

- Voûte
- Sole

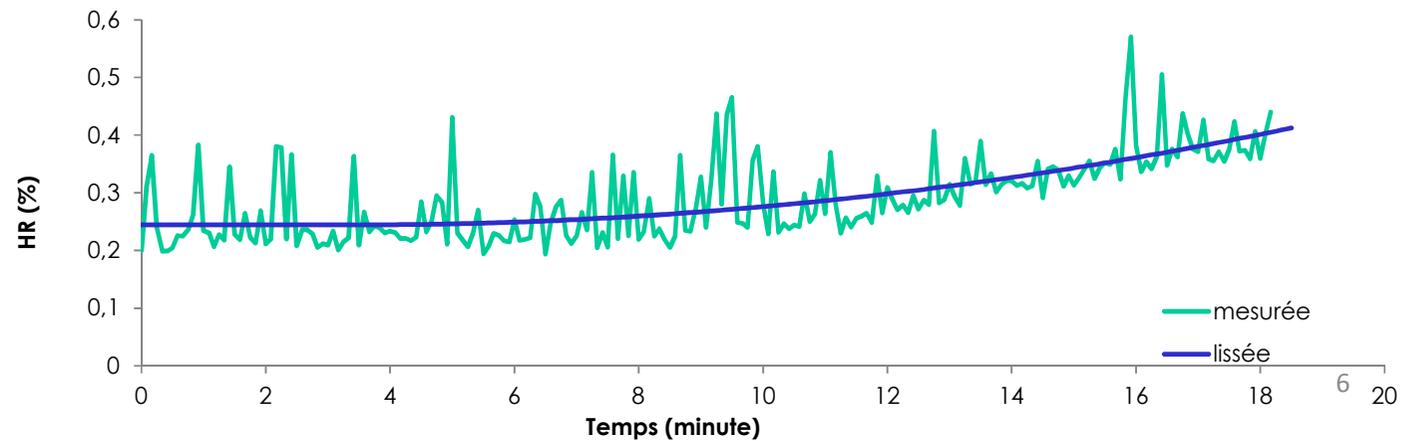


Température Air/Parois du four

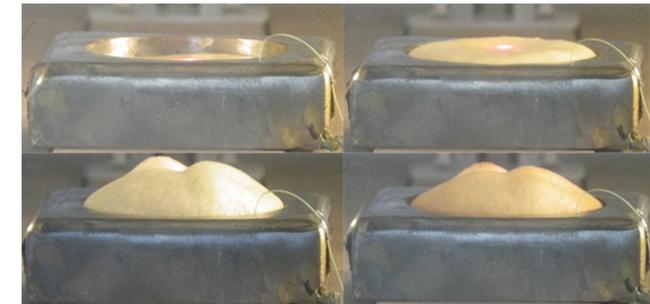
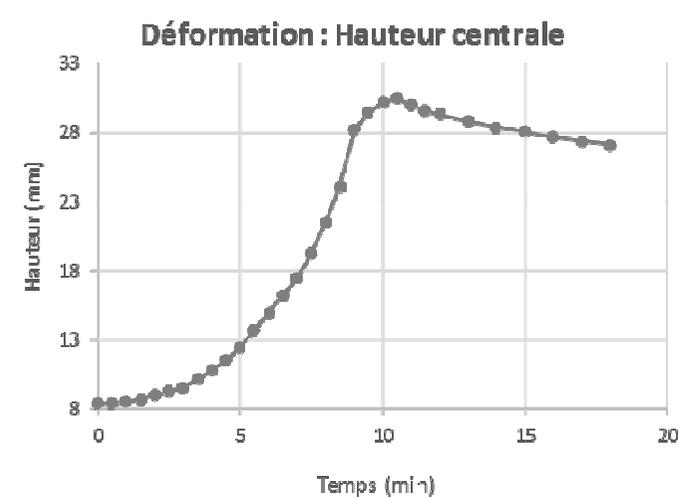
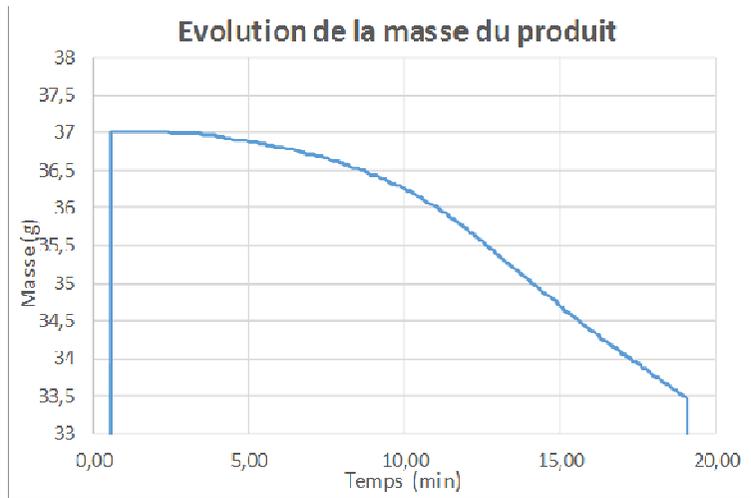
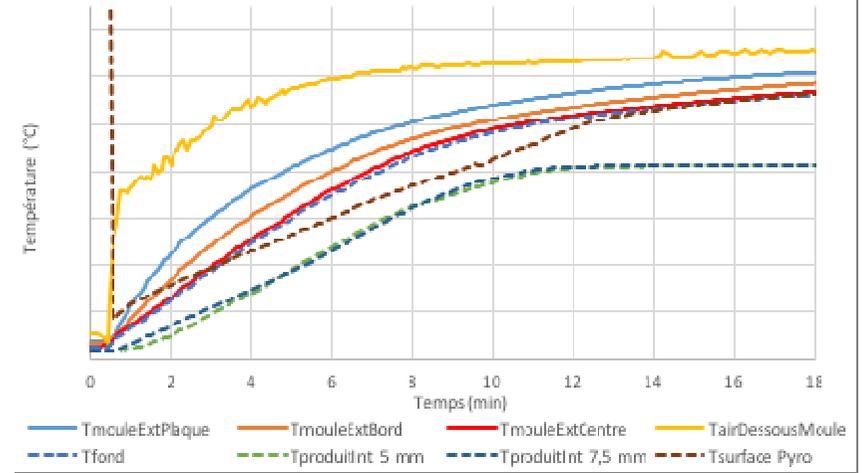
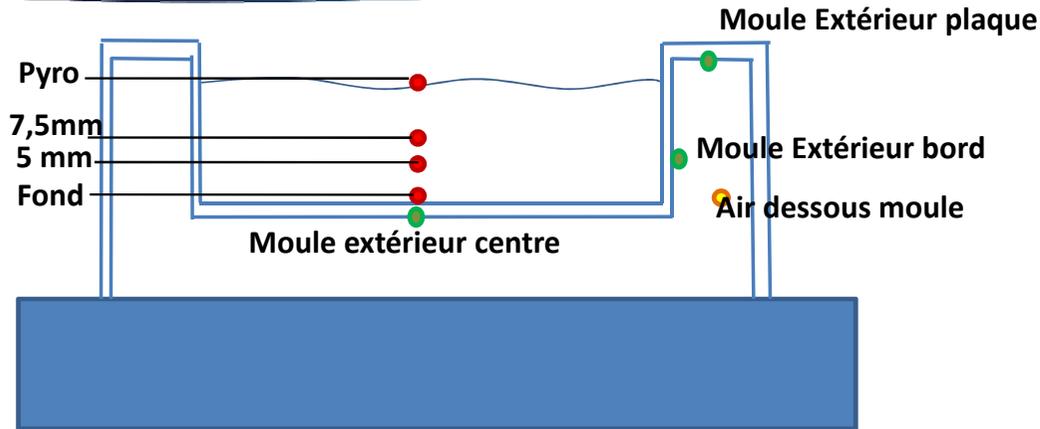


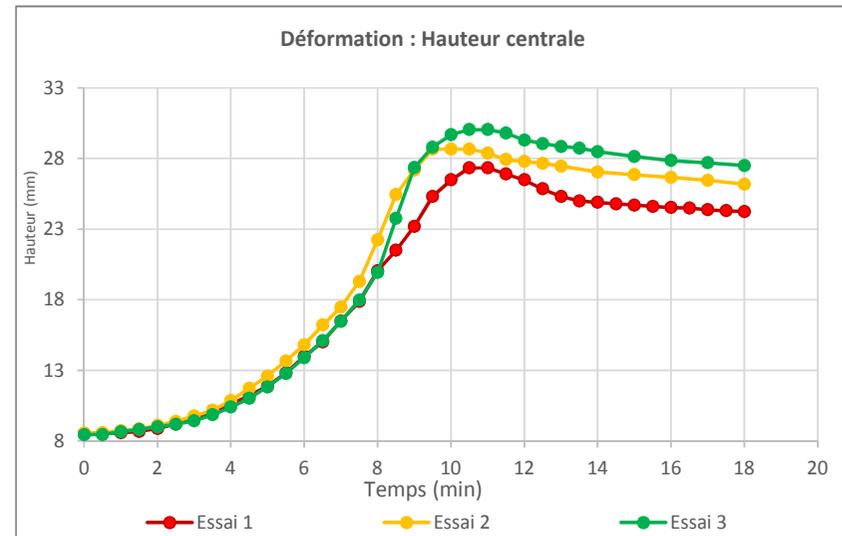
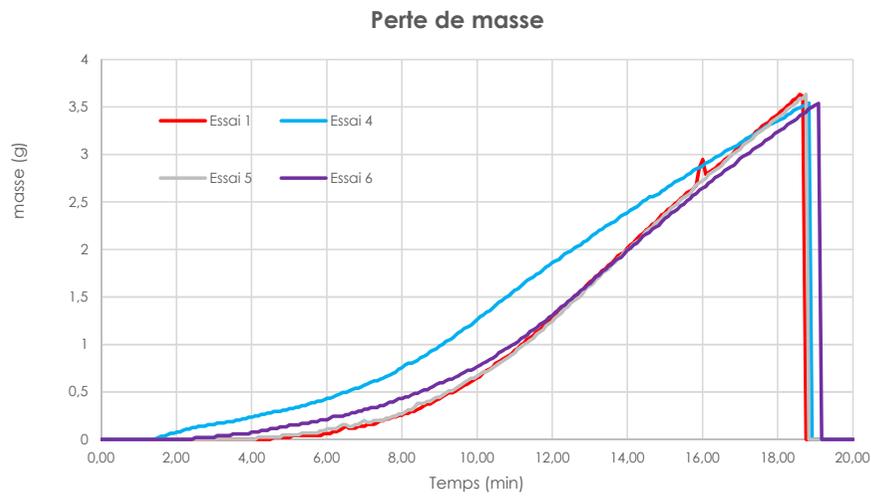
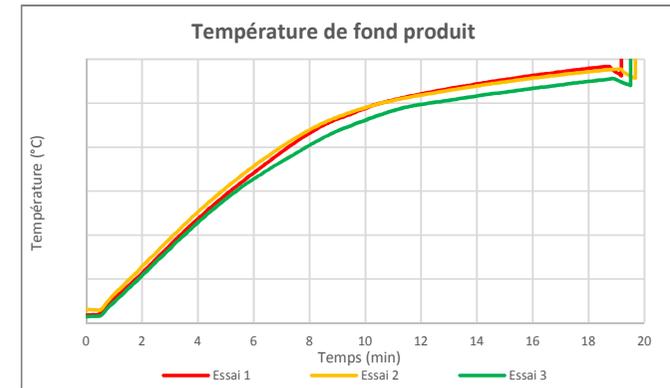
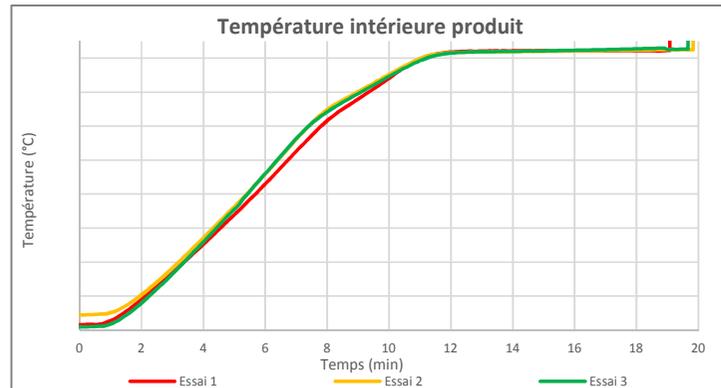
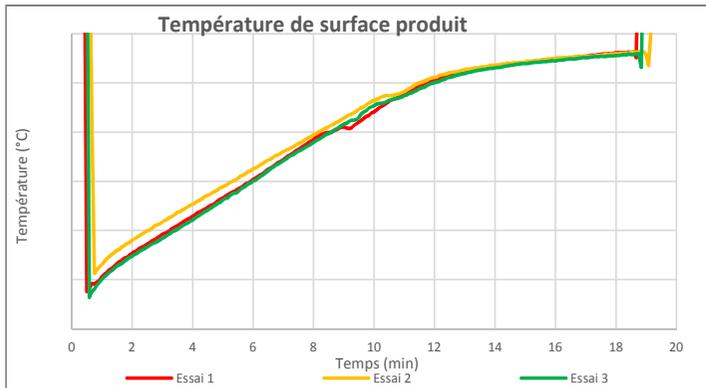
— Sole — Air Four — voute — Air dessous moule — paroi droite — paroi gauche

Humidité relative



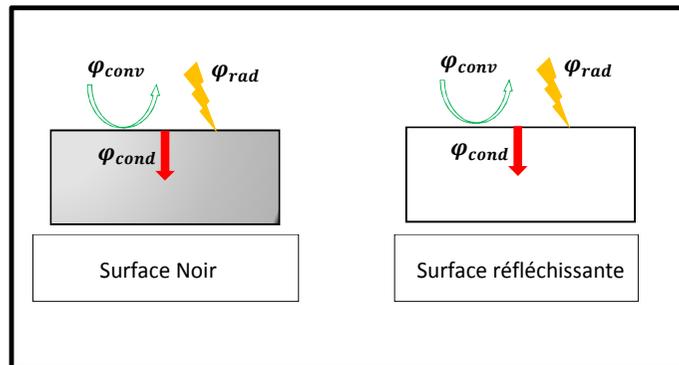
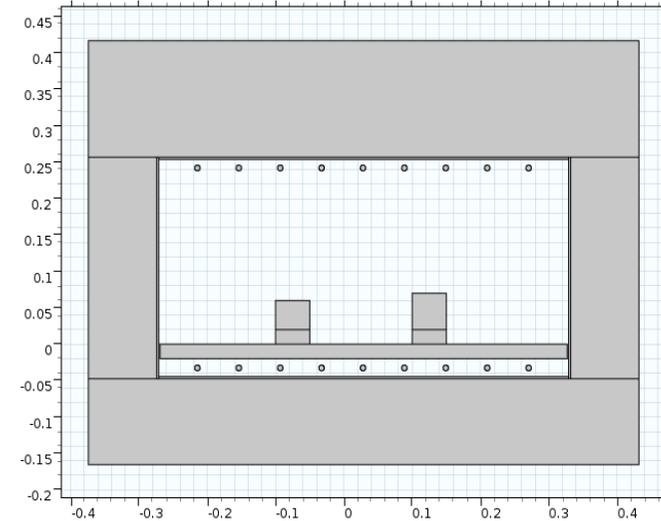
# Mesures lors d'une cuisson type



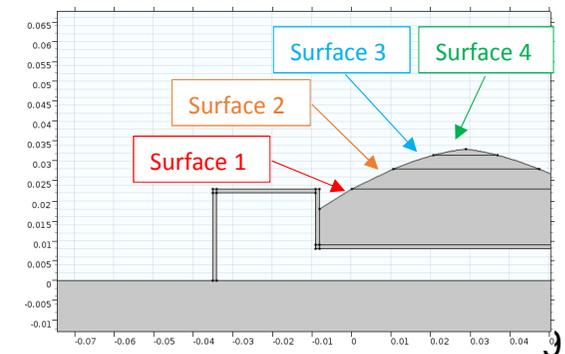
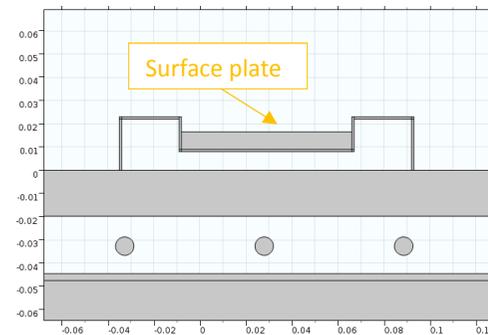


# Détermination des conditions limites

Simulation du four et des fluxmètres en 2D



Simulation du four et produit en 2D





## Hypothèses:

- 3 phases :solide (s), liquide (l), gaz (g)
- 2 espèces dans la phase gazeuse: eau (v) et CO<sub>2</sub>
- Équilibre thermodynamique locale
- Phase gazeuse: mélange des gaz parfaits

## Conservation de la masse

Solide :  $\frac{\partial \bar{\rho}_s}{\partial t} + \nabla \cdot (\mathbf{v}_s^s \bar{\rho}_s) = 0$

Liquide (eau) :  $\frac{\partial \bar{\rho}_l}{\partial t} + \nabla \cdot (\mathbf{v}_s^s \bar{\rho}_l) = -\nabla \cdot \mathbf{n}_l - \dot{G}_W$

Vapeur (eau) :  $\frac{\partial \bar{\rho}_v}{\partial t} + \nabla \cdot (\mathbf{v}_s^s \bar{\rho}_v) = -\nabla \cdot \mathbf{n}_v + \dot{G}_W$

CO<sub>2</sub> :  $\frac{\partial \bar{\rho}_{CO_2}}{\partial t} + \nabla \cdot (\mathbf{v}_s^s \bar{\rho}_{CO_2}) = -\nabla \cdot \mathbf{n}_{CO_2} + \dot{G}_{CO_2}$

$$\bar{\rho}_s \left( \frac{\partial W}{\partial t} + \nabla \cdot (\mathbf{v}_s^s W) \right) = -\nabla \cdot (\mathbf{n}_l + \mathbf{n}_v)$$

- $\bar{\rho}_i$  Concentration d'espèces (kg.m<sup>-3</sup>)
- $\mathbf{v}_s^s$  Vitesse de déformation (m.s<sup>-1</sup>)
- $\dot{G}$  Taux production/consommation d'espèces (kg.m<sup>-3</sup>.s<sup>-1</sup>)
- $\mathbf{n}$  Flux d'espèces(kg.m<sup>-2</sup>.s<sup>-1</sup>)
- $W$  Teneur en eau (kg.kg<sub>DB</sub><sup>-1</sup>)

## Hypothèses:

- 3 phases :solide (s), liquide (l), gaz (g)
- 2 espèces dans la phase gazeuse: eau (v) et CO<sub>2</sub>
- Équilibre thermodynamique locale
- Phase gazeuse: mélange des gaz parfaits

## Conservation de la masse

Transport d'eau liquide (Loi de Fick) :

$$n_l = -D_{eff,l} \vec{\nabla} \rho_l = \underline{D_l^W \nabla W}$$

Transport de vapeur d'eau (Loi de Darcy et Fick) :

$$n_v = -\rho_g^g D_{eff,v} \nabla \omega_v - \rho_v^g \frac{k_{rg} k_g}{\mu_g} \nabla P_g^g = \underline{D_v^T \nabla T + D_v^W \nabla W + D_v^{P_g} \nabla P_g^g}$$

Transport de CO<sub>2</sub> (Loi de Darcy et Fick) :

$$n_{CO_2} = -\rho_g^g D_{eff,CO_2} \nabla \omega_{CO_2} - \rho_{CO_2}^g \frac{k_{rg} k_g}{\mu_g} \nabla P_g^g = \underline{D_{CO_2}^T \nabla T + D_{CO_2}^W \nabla W + D_{CO_2}^{P_g} \nabla P_g^g}$$

$k_r k_{in}$	Perméabilité (m <sup>2</sup> )
$\varepsilon$	Porosité
$P$	Pression (Pa)
$D_{eff}$	Coefficient de diffusion (m <sup>2</sup> .s <sup>-1</sup> )
$\omega$	Concentration massique
$\mu$	Viscosité dynamique (Pa.s)

## Hypothèses:

- 3 phases :solide (s), liquide (l), gaz (g)
- 2 espèces dans la phase gazeuse: eau (v) et CO<sub>2</sub>
- Équilibre thermodynamique locale
- Phase gazeuse: mélange des gaz parfaits

## Conservation de la masse

$$\bar{\rho}_s \left( \frac{\partial W}{\partial t} + \nabla \cdot (\mathbf{v}_s^s W) \right) = -\nabla \cdot \left( (D_l^W + D_v^W) \nabla W + D_v^T \nabla T + D_v^{P_g} \nabla P_g^g \right)$$

Teneur en au  $W$

$$K_T \frac{\partial T}{\partial t} + K_W \frac{\partial W}{\partial t} + K_{P_g^g} \frac{\partial P_g^g}{\partial t} + K_\varepsilon \frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + \nabla \cdot (\mathbf{v}_s^s \bar{\rho}_{CO_2}) = -\nabla \cdot \left( D_{CO_2}^T \nabla T + D_{CO_2}^W \nabla W + D_{CO_2}^{P_g} \nabla P_g^g \right) + \dot{G}_{CO_2}$$

Pression de gaz  
 $P_g$

$$-\rho_s^s \frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + \nabla \cdot (\mathbf{v}_s^s (1 - \varepsilon) \rho_s^s) = 0$$

Porosité  $\varepsilon$

## Hypothèses:

- 3 phases :solide (s), liquide (l), gaz (g)
- 2 espèces dans la phase gazeuse: eau (v) et CO<sub>2</sub>
- Équilibre thermodynamique locale
- Phase gazeuse: mélange des gaz parfaits

## Conservation de l'énergie (produit)

Formulation enthalpique

$$\frac{\partial \bar{\rho}h}{\partial t} + \nabla \cdot (\mathbf{v}_s^s \bar{\rho}h) = -\nabla \cdot (q + n_l h_l + n_v h_v + n_{CO_2} h_{CO_2})$$

Enthalpie  $h$   
  
 Température  $T$

With:

$$\bar{\rho}h = \bar{\rho}c_p(T - T_{ref}) + \bar{\rho}_v L_v(T_{ref})$$

$$h_l = c_{p,l}(T - T_{ref})$$

$$h_v = c_{p,v}(T - T_{ref}) + L_v(T_{ref}) = h_l + L_v(T)$$

$$h_{CO_2} = c_{p,CO_2}(T - T_{ref})$$

$$q = -k_{eff} \nabla T.$$

## Conservation du mouvement

Approche solide (Comportement visqueux) :

$$\nabla \cdot \sigma = \nabla P_g^g$$

Vitesse de déformation  $v_s^s$

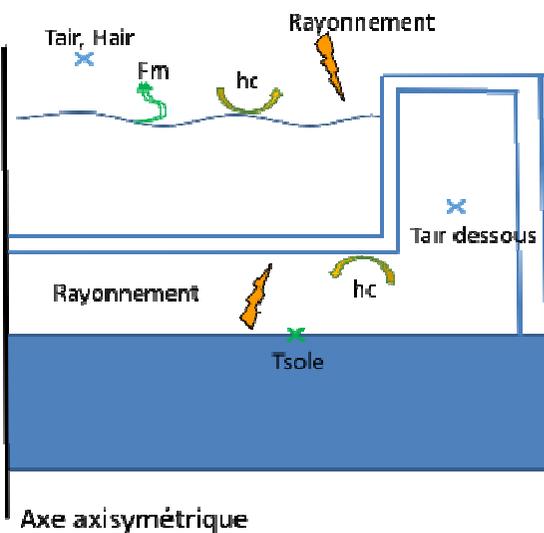
with :  $\sigma = 2\mu \dot{\epsilon}$

$$\dot{\epsilon} = \frac{1}{2} [(\nabla v_s^s)^T + \nabla v_s^s]$$

- $\sigma$  Tenseur des contraintes(Pa)
- $\dot{\epsilon}$  Tenseur des taux de déformation (s<sup>-1</sup>)
- $\mu$  Viscosité dynamiques(Pa.s)

- $h$  enthalpie (J.kg<sup>-1</sup>)
- $c_p$  Chaleur spécifique(J.kg<sup>-1</sup>.K<sup>-1</sup>)
- $L_v$  Chaleur latent (J.kg<sup>-1</sup>)
- $T$  Température (K)
- $q$  Flux de chaleur (W.m<sup>-2</sup>)
- $k_{eff}$  Conductivité thermique effective (W.m<sup>-1</sup>.K<sup>-1</sup>)

## Condition aux limites :



Interface air/produit :

$$-n(n_l + n_v) = \frac{k_m M}{R} \left( \frac{P_v}{T} - \frac{P_{v,\infty}}{T_\infty} \right) = \dot{m}_w \quad \text{W}$$

$$P_g^g = P_{atm} \quad \text{Pg}$$

$$-n(q) = h(T_\infty - T) + \varepsilon_p \sigma (T_{voute}^4 - T^4) - n_l L_v \quad \text{T}$$

$$\sigma = 0 \quad -n(v_s^s \bar{\rho}_s) = 0 \quad \text{Vitesse de déformation}$$

Interface moule/produit :

$$-n(n_l + n_v) = 0 \quad \text{W}$$

$$-n(n_{CO_2}) = 0 \quad \text{Pg}$$

$$-n(-k_{eff} \nabla T) = -n(-k_{moule} \nabla T_{moule}) \quad \text{T}$$

$$T = T_{moule}$$

$$-n(v_s^s) = 0 \quad \text{Vitesse de déformation}$$

Interface air/moule :

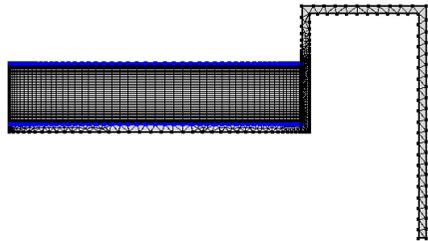
$$-n(q) = h(T_\infty - T_{mold}) + \varepsilon_m \sigma (T_{sole}^4 - T_{mold}^4) \quad \text{T}$$

Condition de symétrie: conditions de flux nuls

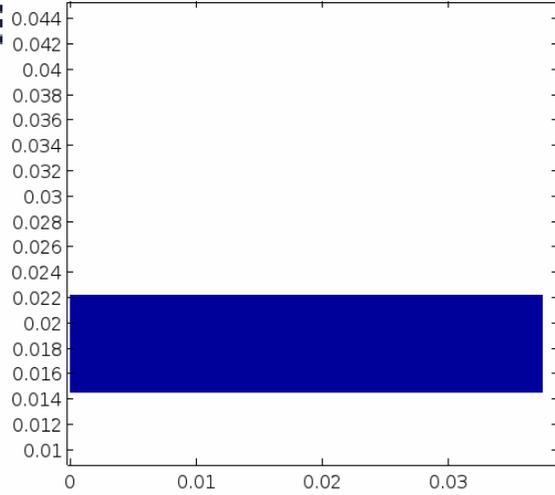
- $P_v$  Pression de vapeur (Pa)
- $k_m$  Coefficient de transfert de masse ( $\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$ )
- $\dot{m}_w$  Flux masse d'eau évaporée ( $\text{kg} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{s}^{-1}$ )
- $h$  Coefficient de transfert convectif ( $\text{W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-1}$ )
- $\varepsilon_p$  Emissivité

## Implémentation des équations :

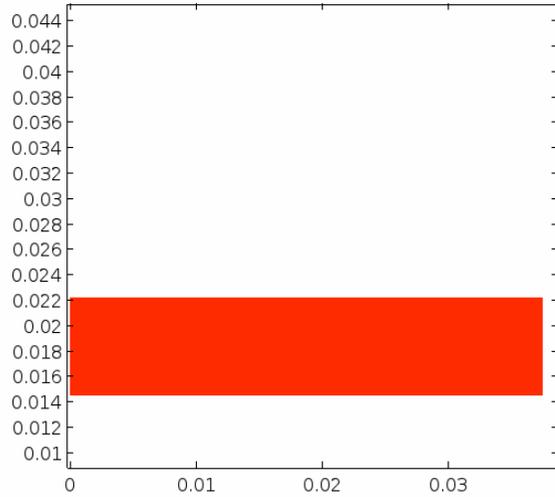
- Comsol Multiphysics 5.2<sup>®</sup> => méthode des éléments finis
  - 2D axisymétrique transitoire
  - 4 EDPs ( $W$ ,  $T$ ,  $Pg$ ,  $\varepsilon$ ) sous formes générales
  - Module Structures Mécaniques pour  $v_s^s$
  - Formulation ALE (Arbitrary Lagrangian Eulerian) => déformation du maillage
- Maillage
  - 3500 éléments



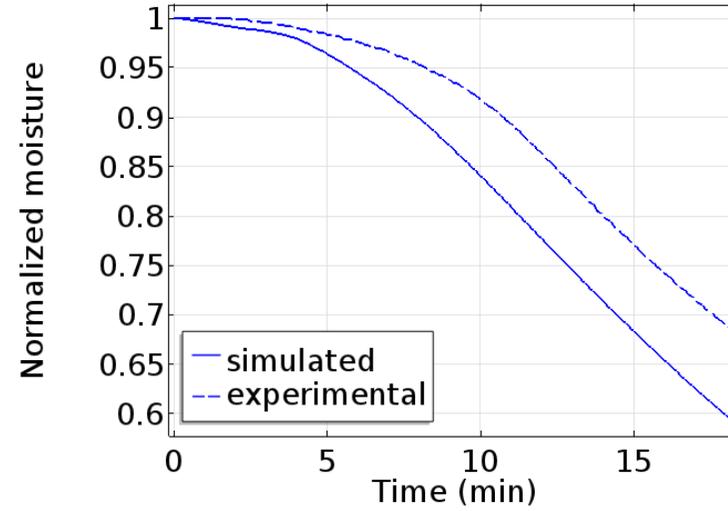
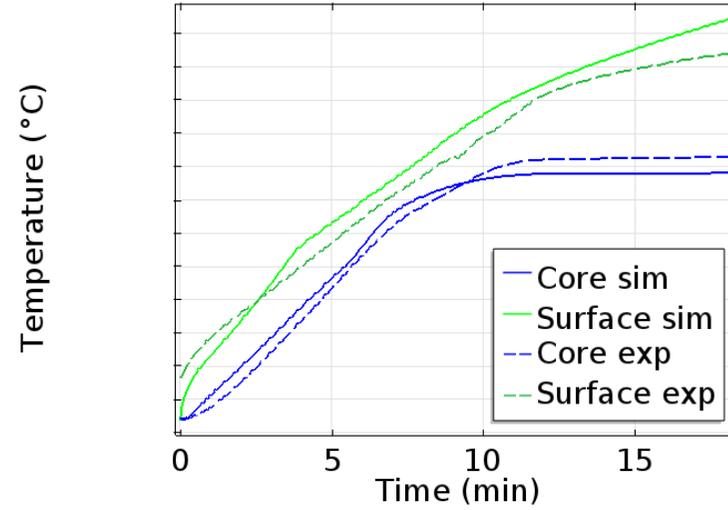
- Temps de calcul
  - 1 h (CPU Intel Xeon 2,66 GHz (6 cœurs), Ram 24 GO)



Average normalized moisture field Time=0 s



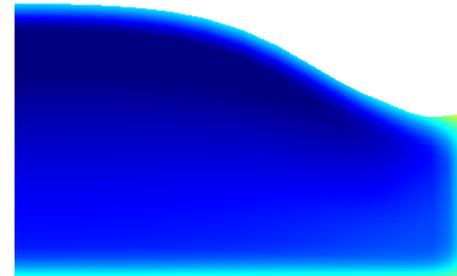
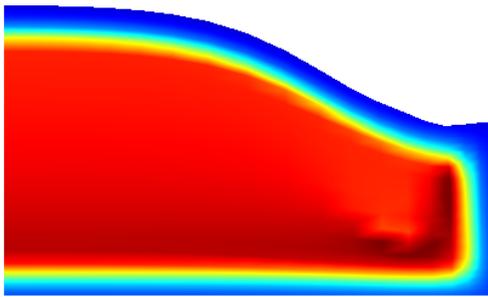
# Résultats



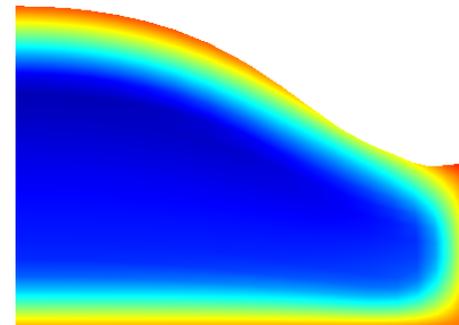
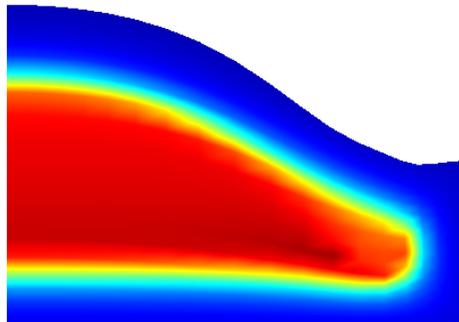
W

T

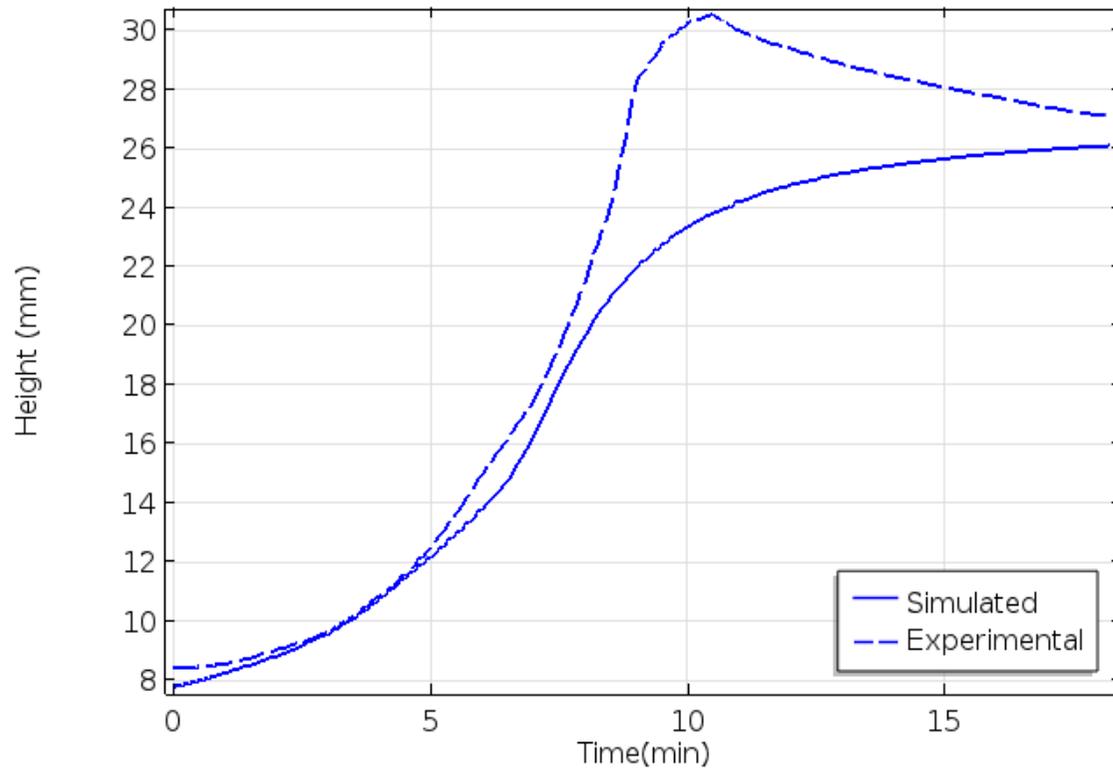
Mi-cuisson



Fin-cuisson



height at the center of the product (mm)



### • Conclusion

- Etude en cours concernant un milieu complexe siège de phénomènes physiques très fortement couplés.
- Via des investigations expérimentales, un premier modèle a été développé :
  - Champs de température
  - Champs de teneur en eau
  - Champs de pression
  - Déformation
- Modèle perfectible
  - Physique simplifié.
  - Méconnaissance des propriétés matériaux (interaction structure / propriétés).

### • Perspectives

- Amélioration de la physique
  - Ajout d'une 3<sup>ème</sup> espèce dans la phase gazeuse (air).
  - Effet de la gravité.
  - Stratégie d'ouverture des pores.
  - Structuration de la matière (coagulation, gélification) – loi mécanique associée.
  - Estimation plus précise des propriétés, notamment hydriques.



Institut de Recherche Dupuy de Lôme

