

Caractérisation thermique de matériau isolant par sonde de température et utilisation de modèle réduit intrinsèque

A.G Chavez, Y. Rouizi, O. Quéméner

Laboratoire de Mécanique et d'Energétique d'Evry



- 1. Problématique**
- 2. Problème inverse**
- 3. Réduction de modèle**
- 4. Applications**

Problématique : la caractérisation thermiques des matériaux

Contexte :

- Objectifs ambitieux de l'Europe en matière d'efficacité énergétique
- Apparition de nouveaux matériaux de construction (isolant, structure)

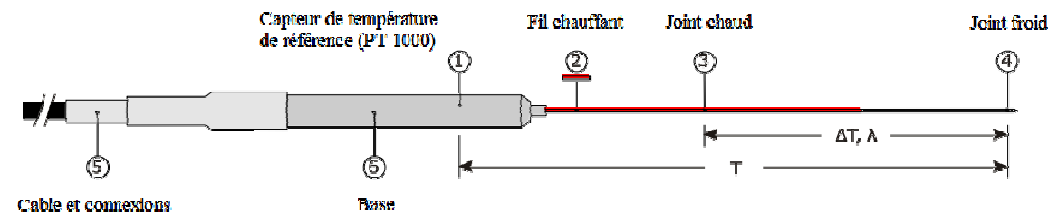


Spécificités :

- Porosité, hétérogénéité, anisotropie
- Perméabilité à l'eau (liquide et vapeur)
- Méconnaissance de leur durabilité

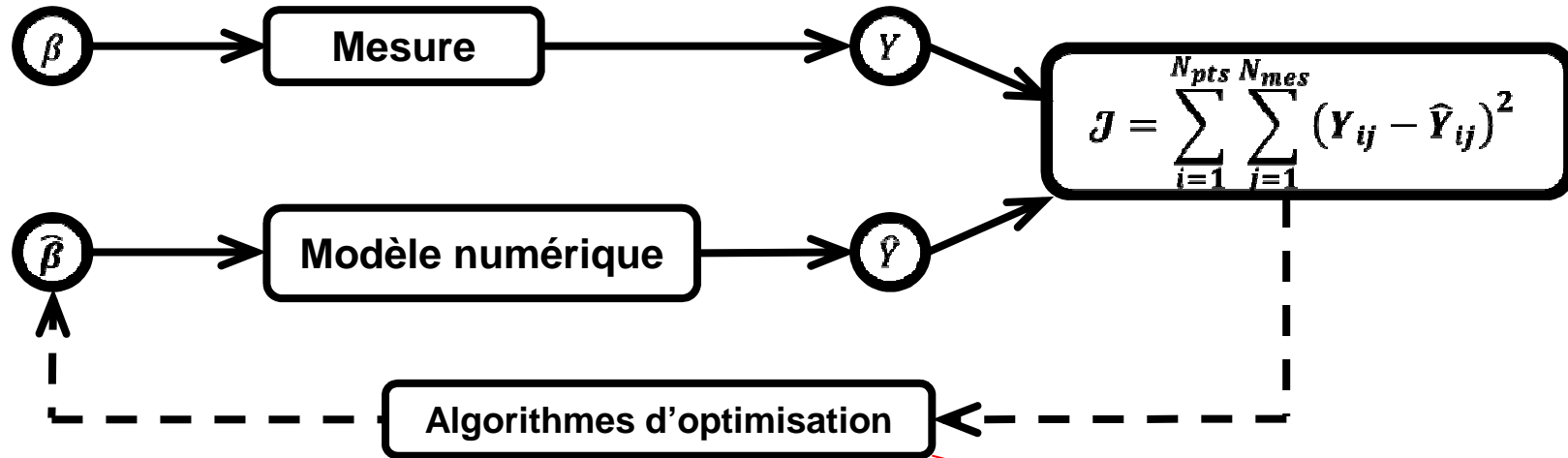


Objectif : Développement d'une méthode inverse par modèle réduit pour le suivi sur site des propriétés thermiques de matériaux de construction



Limit of validity of the log-linear model for determining thermal properties of light insulation materials with cylindrical hot probe. [Marmoret et Humaish, IJTS (117) 2017 251-259]

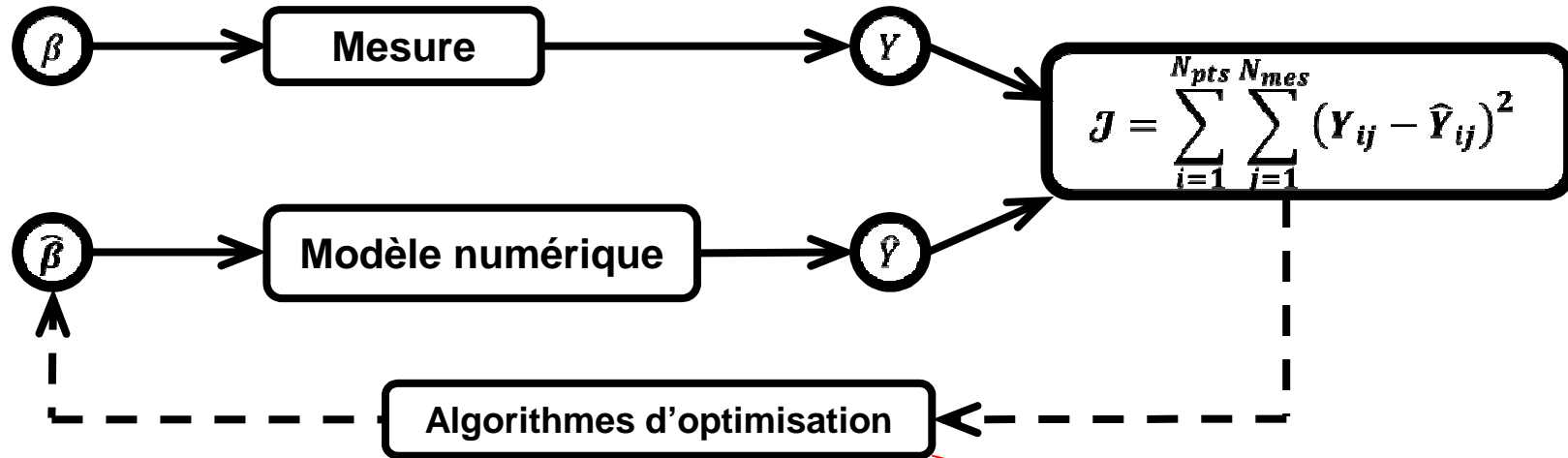
- **Modèle analytique associé à la sonde n'est pas adapté aux matériaux très isolants**
→ **Utilisation de modèle numérique**



Principe de l'estimation de paramètres

- Algorithme de descente
- Algorithme stochastique

β est le vecteur de paramètres à identifier (conductivité, capacité...)

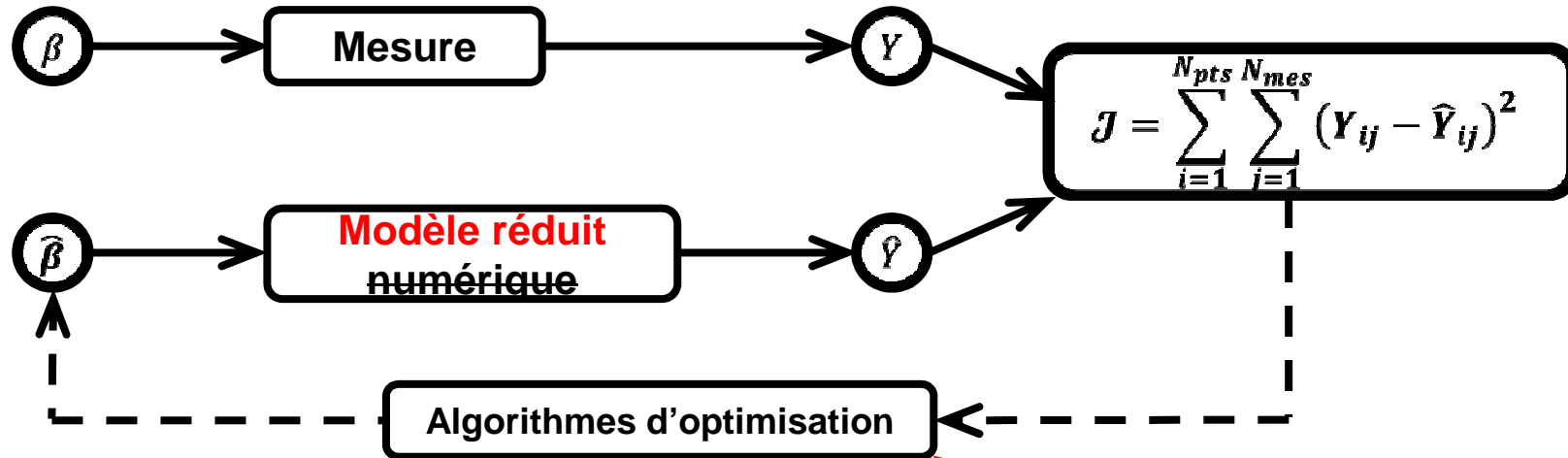


Principe de l'estimation de paramètres

- Algorithme de descente
- Algorithme stochastique

β est le vecteur de paramètres à identifier (conductivité, capacité...)

Processus itératif : modèle numérique pouvant alourdir d'une façon très importante la caractérisation



Principe de l'estimation de paramètres

- Algorithme de descente
- Algorithme stochastique

β est le vecteur de paramètres à identifier (conductivité, capacité...)

Processus itératif : modèle numérique pouvant alourdir d'une façon très importante la caractérisation

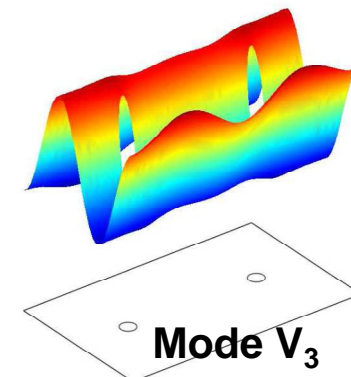
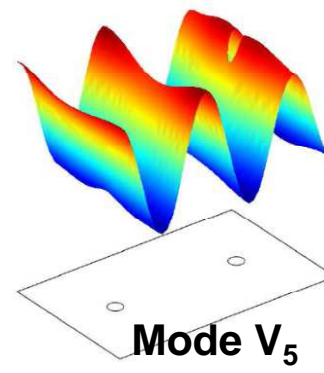
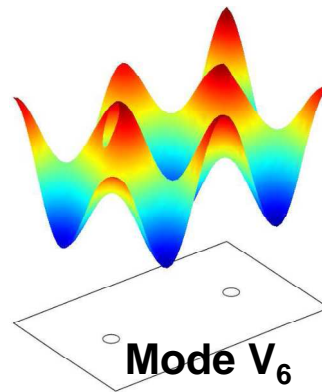
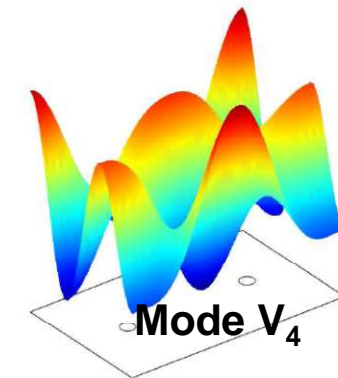
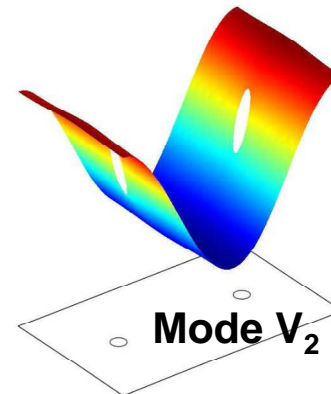
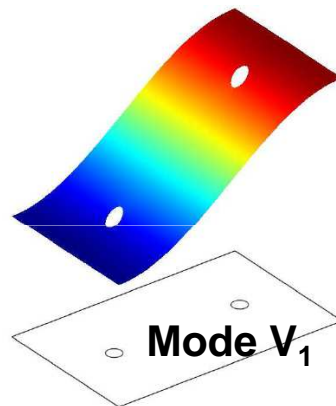
Utilisation de modèle réduit

Méthode BERM
principe de réduction modale

$$T(M, t) = \sum_{i=1}^N x_i(t) V_i(M)$$

1. Calcul de la base complète

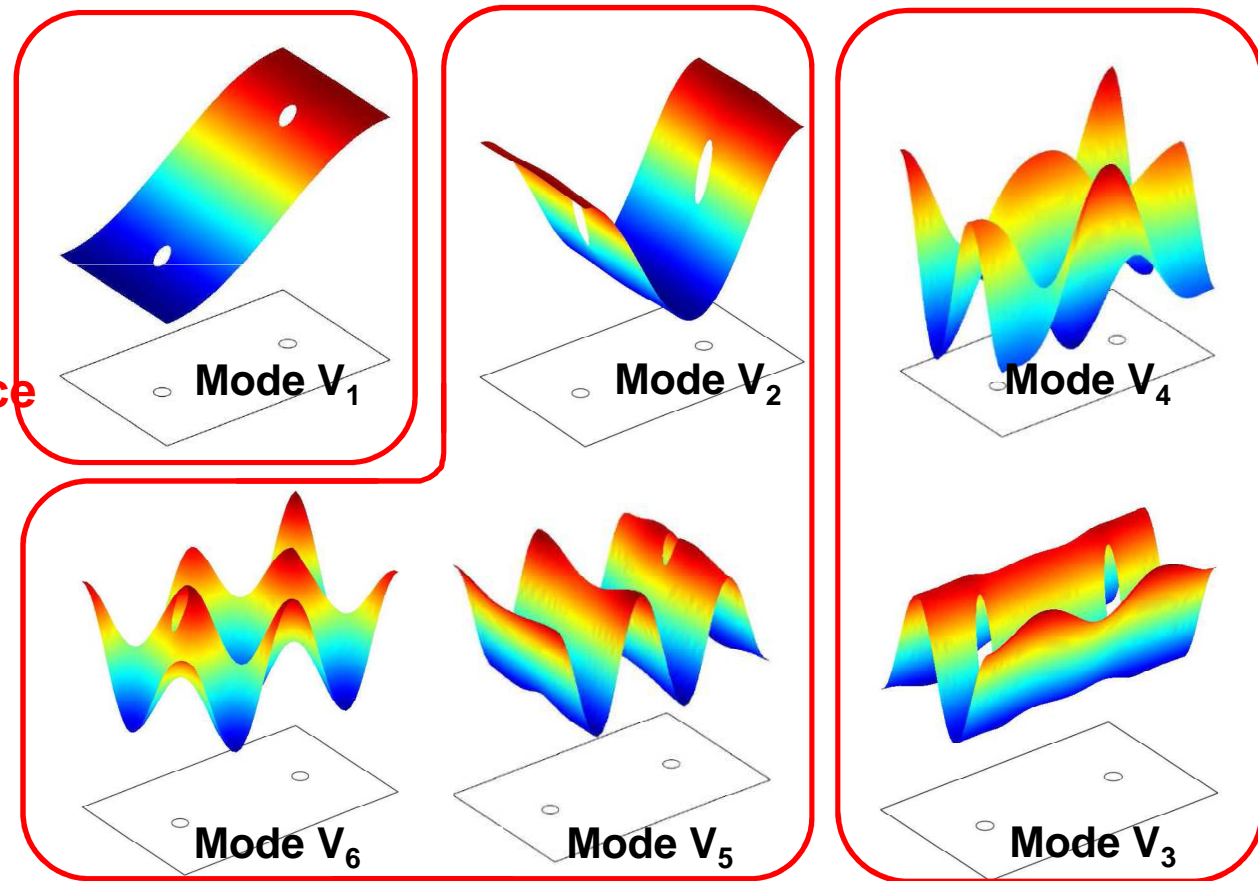
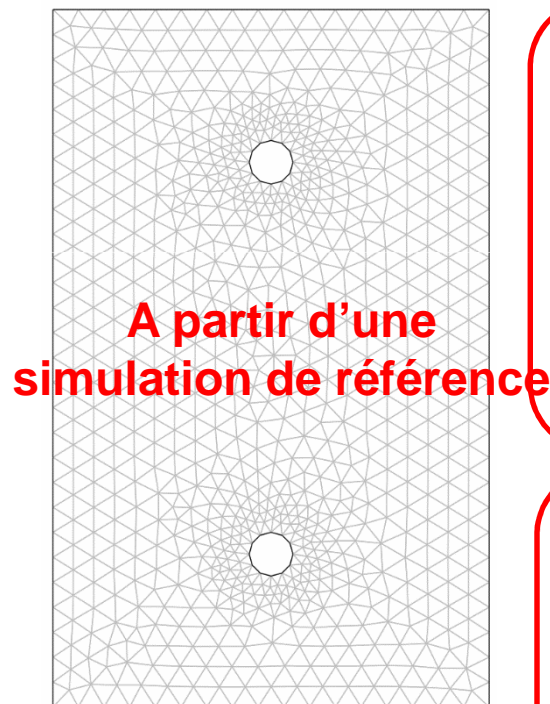
$\Omega : k \Delta V_i = z_i c V_i$
 $\Gamma : k V_i \cdot n = -z_i \xi V_i$



Méthode BERM
principe de réduction modale

$$T(M, t) = \sum_{i=1}^N x_i(t) V_i(M) \approx \sum_{i=1}^{\tilde{n} \ll N} \tilde{x}_i(t) \tilde{V}_i(M)$$

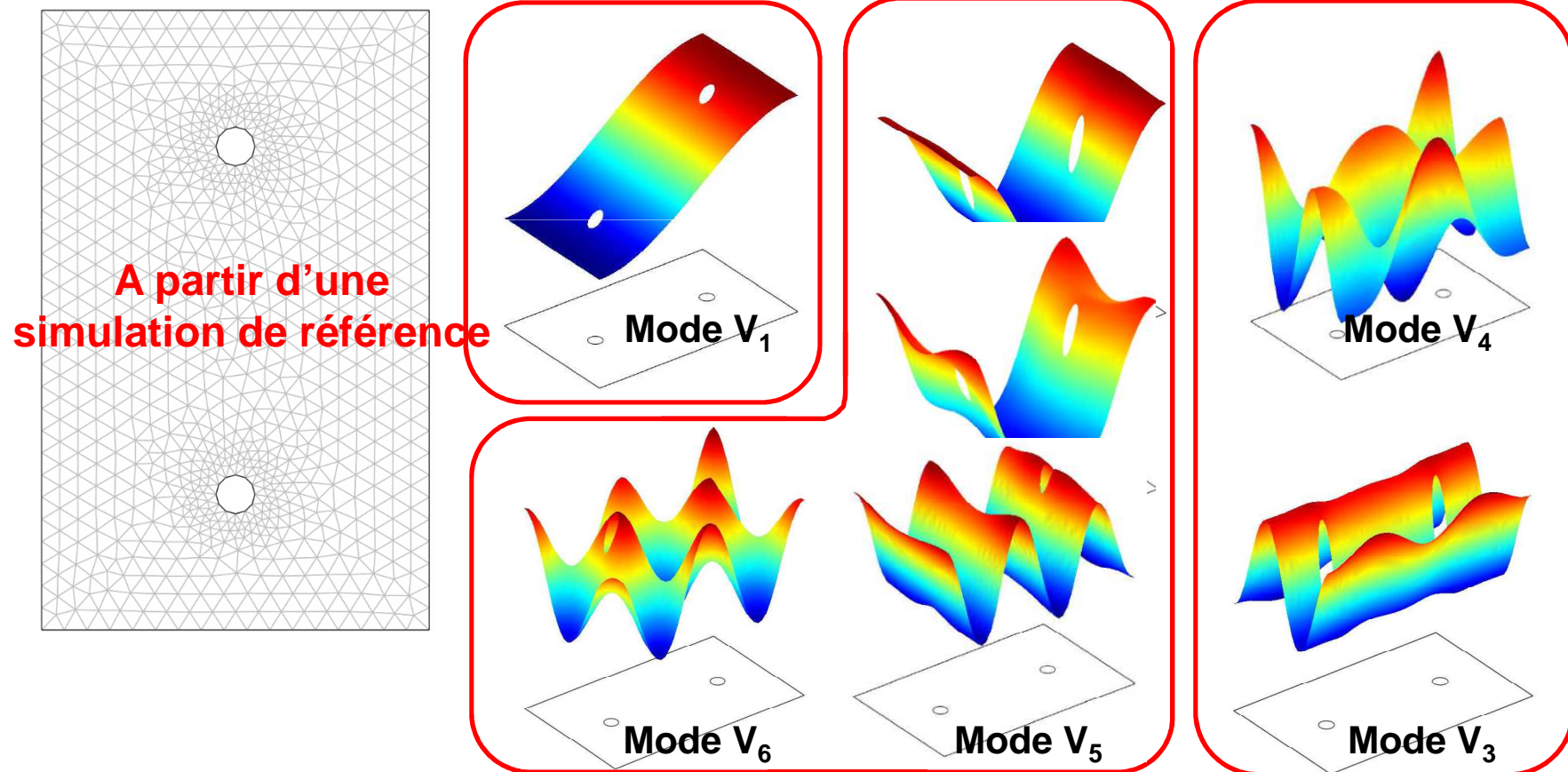
2. Construction du modèle réduit : méthode d'amalgame



Méthode BERM
principe de réduction modale

$$T(M, t) = \sum_{i=1}^N x_i(t) V_i(M) \approx \sum_{i=1}^{\tilde{n} \ll N} \tilde{x}_i(t) \tilde{V}_i(M)$$

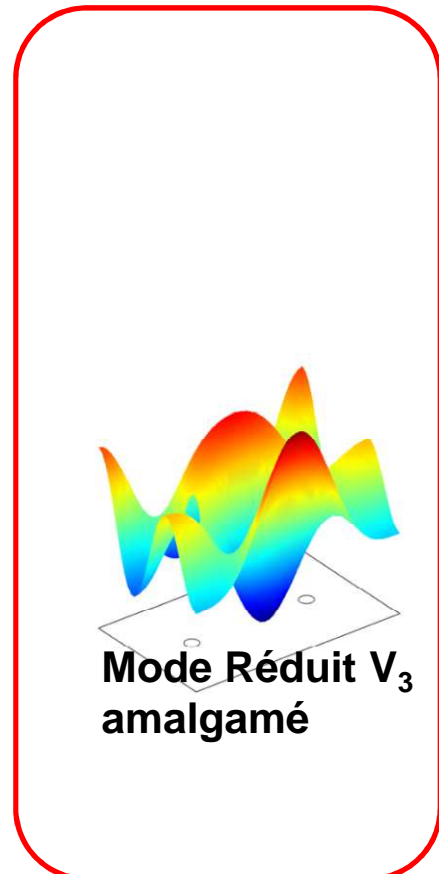
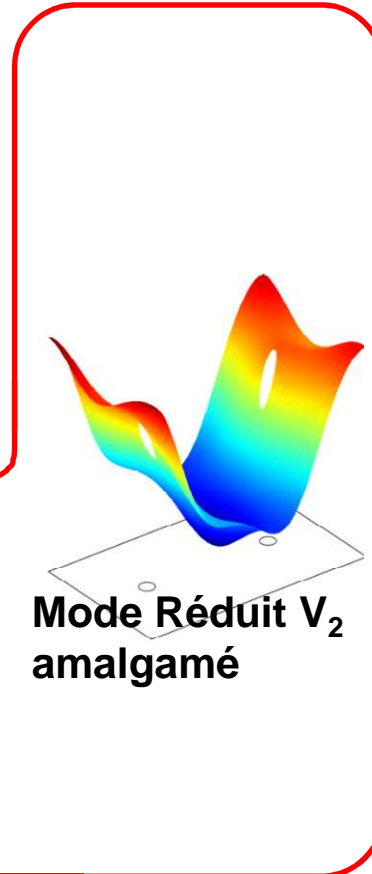
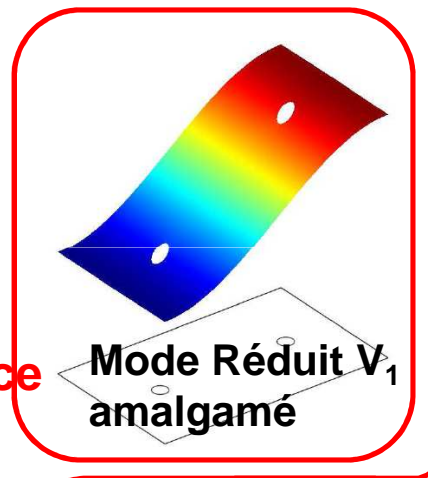
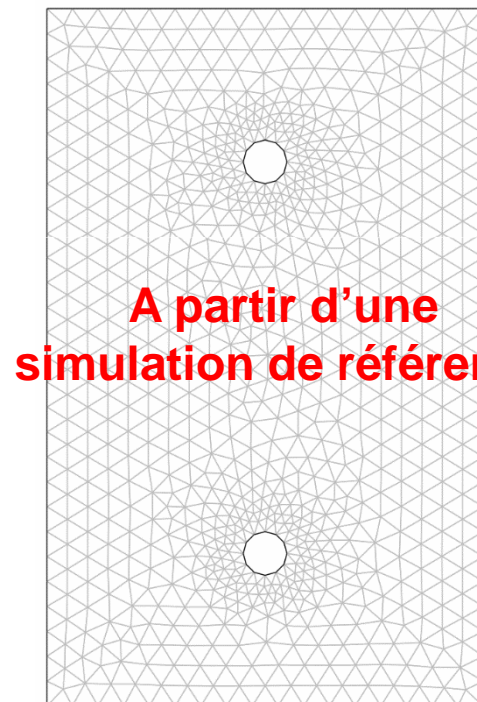
2. Construction du modèle réduit : méthode d'amalgame



Méthode BERM
principe de réduction modale

$$T(M, t) = \sum_{i=1}^N x_i(t) V_i(M) \approx \sum_{i=1}^{\tilde{n} \ll N} \tilde{x}_i(t) \tilde{V}_i(M)$$

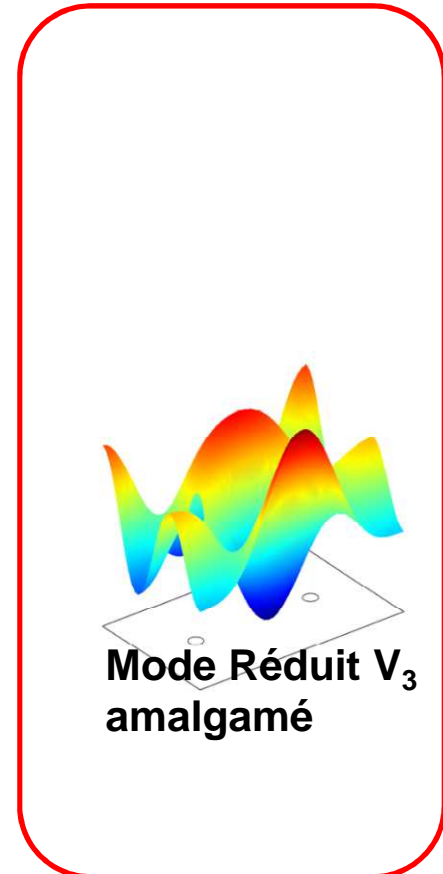
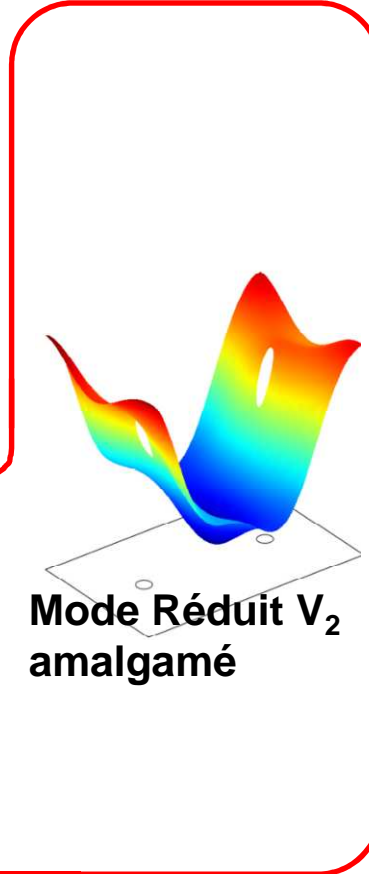
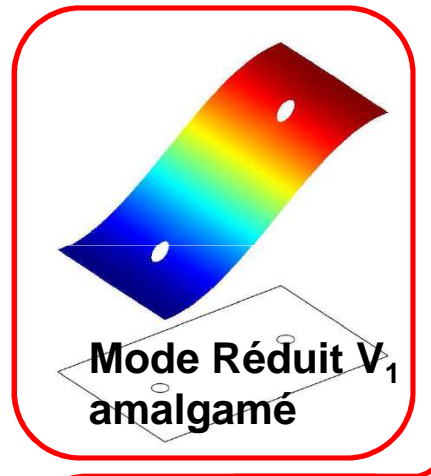
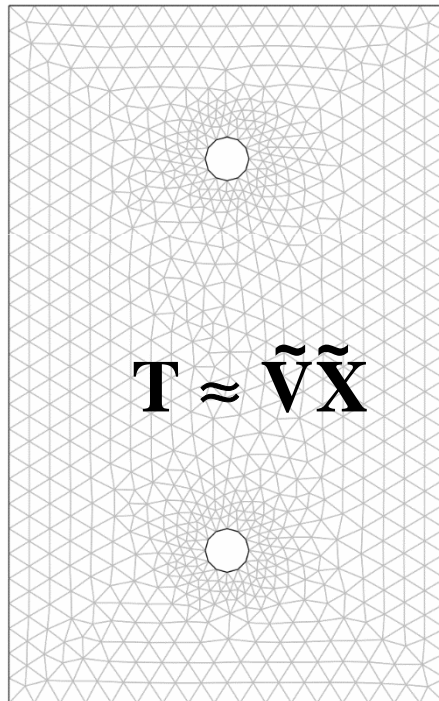
2. Construction du modèle réduit : méthode d'amalgame



Méthode BERM
principe de réduction modale

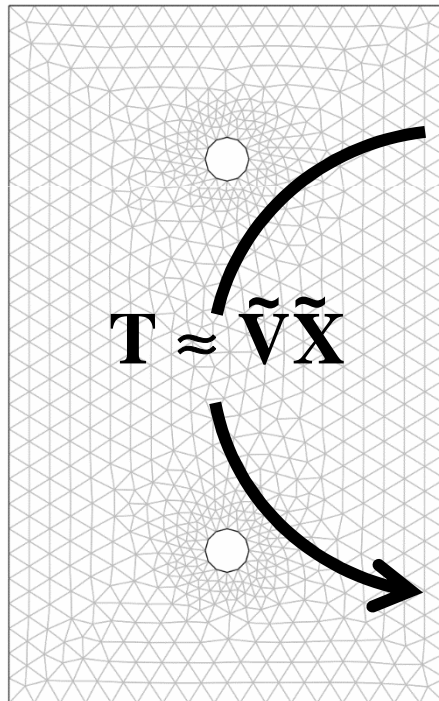
$$T(M, t) = \sum_{i=1}^N x_i(t) V_i(M) \approx \sum_{i=1}^{\tilde{n} \ll N} \tilde{x}_i(t) \tilde{V}_i(M)$$

2. Construction du modèle réduit : méthode d'amalgame



Méthode BERM principe de réduction modale

2. Construction du modèle réduit : méthode d'amalgame



$$\mathbf{C} \frac{d\mathbf{T}}{dt} = (\mathbf{A} + \mathbf{H}) \mathbf{T} + \mathbf{U}_0$$

$$[\mathbf{N} \times \mathbf{N}]$$

$$\mathbf{L} \frac{d\tilde{\mathbf{X}}}{dt} = (\mathbf{M}_A + \mathbf{M}_H) \tilde{\mathbf{X}} + \mathbf{N}_0$$

$$[\tilde{\mathbf{n}} \times \tilde{\mathbf{n}}]$$

- Application 1 : 2D axisymétrique
- Isolant isotrope
- $N \sim 20\,000$ nœuds

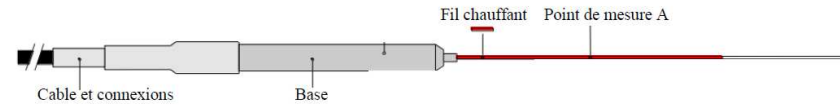
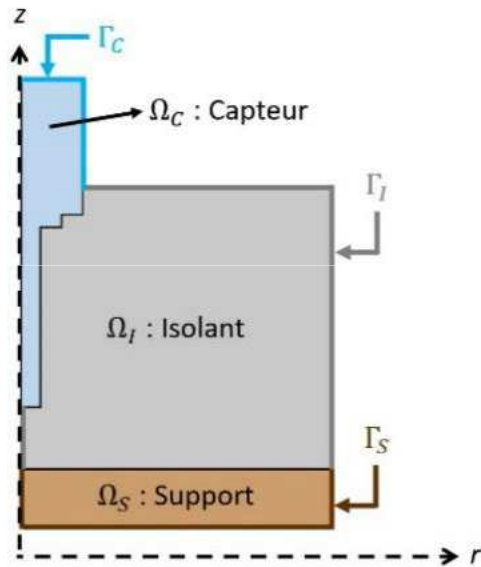
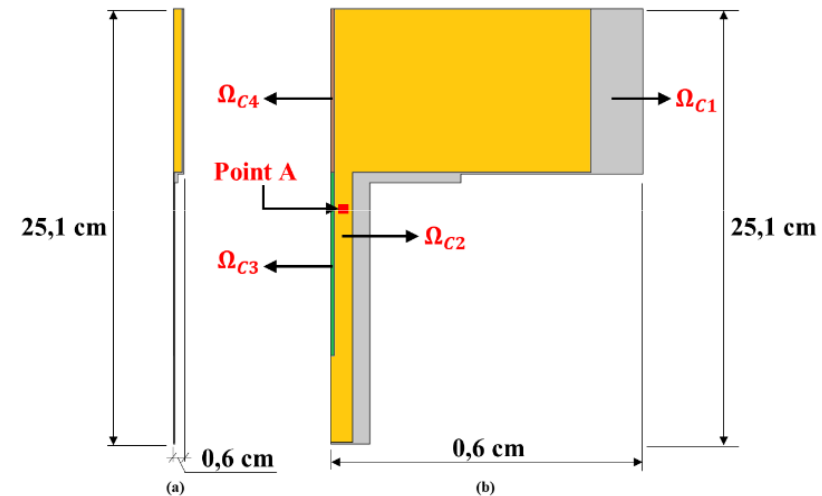


Figure 1 : Sonde TP02 Hukseflux



Représentation du problème physique



Représentation des composantes du capteur (a) proportions exactes (b) échelle radiale dilatée

$$(c_I \mathbf{L}_I + \mathbf{L}) \dot{\tilde{\mathbf{X}}} = (k_I \mathbf{M}_I + \mathbf{M}) \tilde{\mathbf{X}} + \mathbf{N}$$

$$\mathbf{Y} = \mathbf{E} \mathbf{T} \approx \mathbf{E} \tilde{\mathbf{V}} \tilde{\mathbf{X}}$$

Observable : point A

Résultats de réduction pour deux cas :

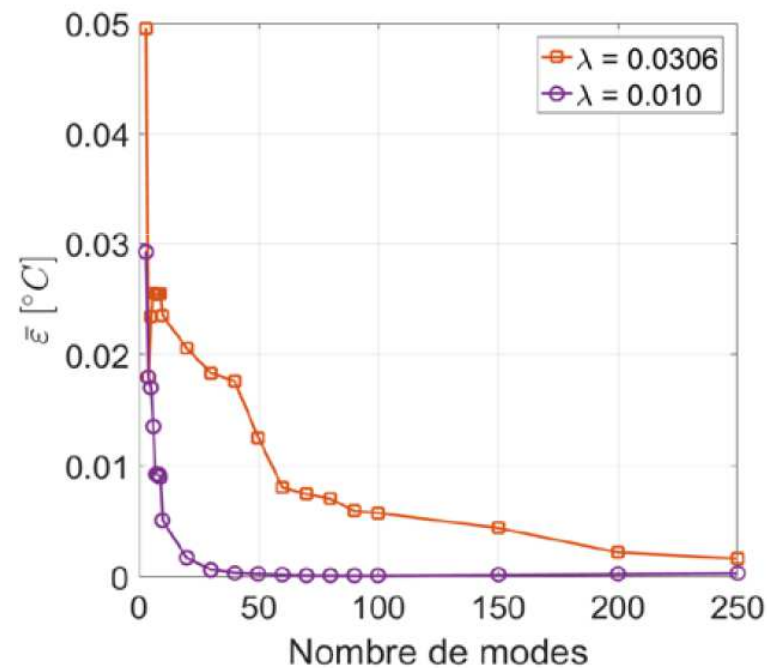
Cas 1 : $k = 0,01 \text{ W.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$ et $c = 25000 \text{ J.m}^{-3}.\text{K}^{-1}$

Cas 2 : $k = 0,0306 \text{ W.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$ et $c = 30878 \text{ J.m}^{-3}.\text{K}^{-1}$

Résultats de réduction pour deux cas :

Cas 1 : $k = 0,01 \text{ W.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$ et $c = 25000 \text{ J.m}^{-3}.\text{K}^{-1}$

Cas 2 : $k = 0,0306 \text{ W.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$ et $c = 30878 \text{ J.m}^{-3}.\text{K}^{-1}$

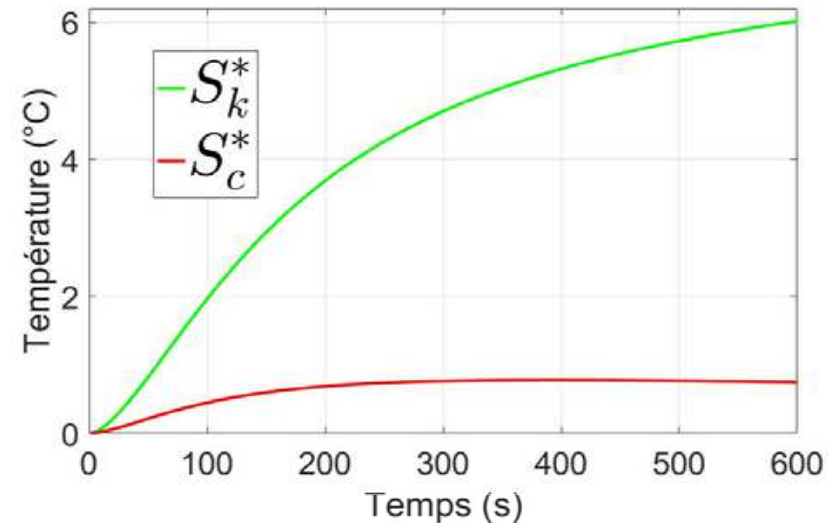


Comparaison Modèle Complet/ Modèle Réduit : Evolution de l'erreur moyenne

Etude de sensibilité

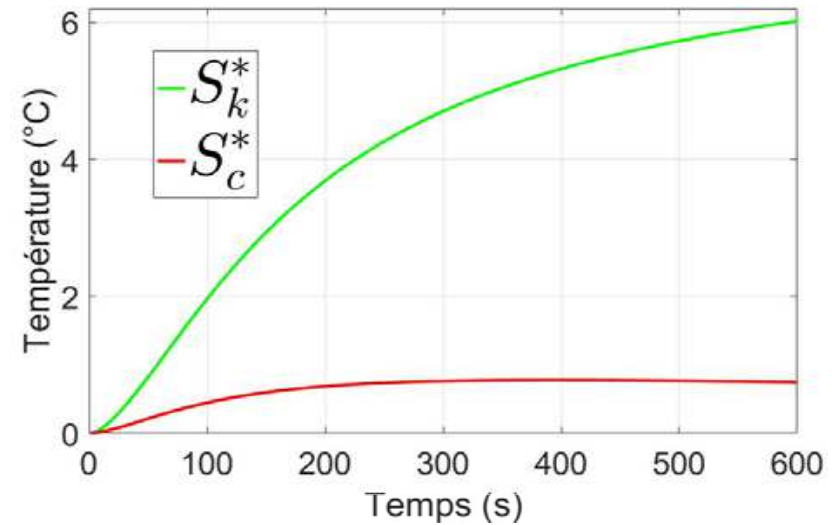
$$S_c^* = c \frac{\partial Y}{\partial c}$$

$$S_k^* = k \frac{\partial Y}{\partial k}$$



Etude de sensibilité

$$S_c^* = c \frac{\partial Y}{\partial c} \quad S_k^* = k \frac{\partial Y}{\partial k}$$



Résultats de l'identification sans bruit de mesure

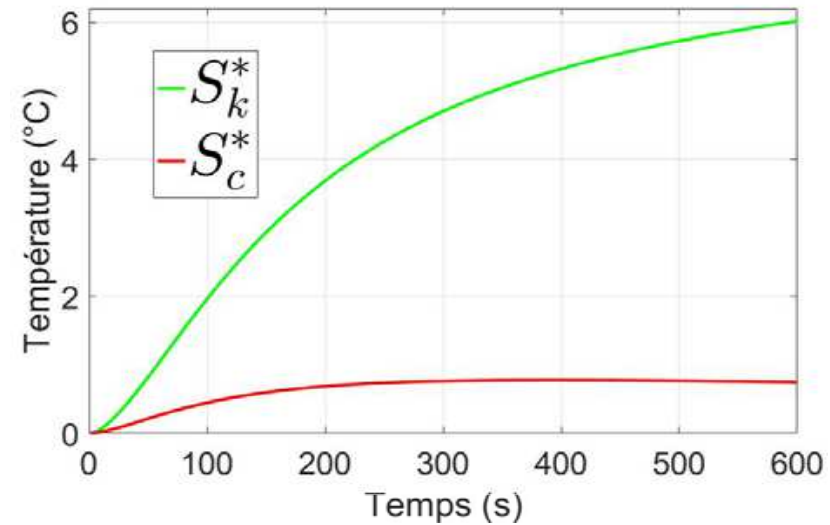
n	\hat{k}_I	σ_k	\hat{c}_I	σ_c	t_{cpu} (s)
30	0,0299	2,3%	40151	30%	0,4
100	0,0303	1%	36966	20%	2,3
200	0,0309	1%	27299	11,5%	4,4
Modèle complet	0,0309	1%	28203	8.6%	1105

$$\sigma_k = \frac{|\hat{k}_I - k_{exact}|}{k_{exact}}$$

$$\sigma_c = \frac{|\hat{c}_I - c_{exact}|}{c_{exact}}$$

Etude de sensibilité

$$S_c^* = c \frac{\partial Y}{\partial c} \quad S_k^* = k \frac{\partial Y}{\partial k}$$



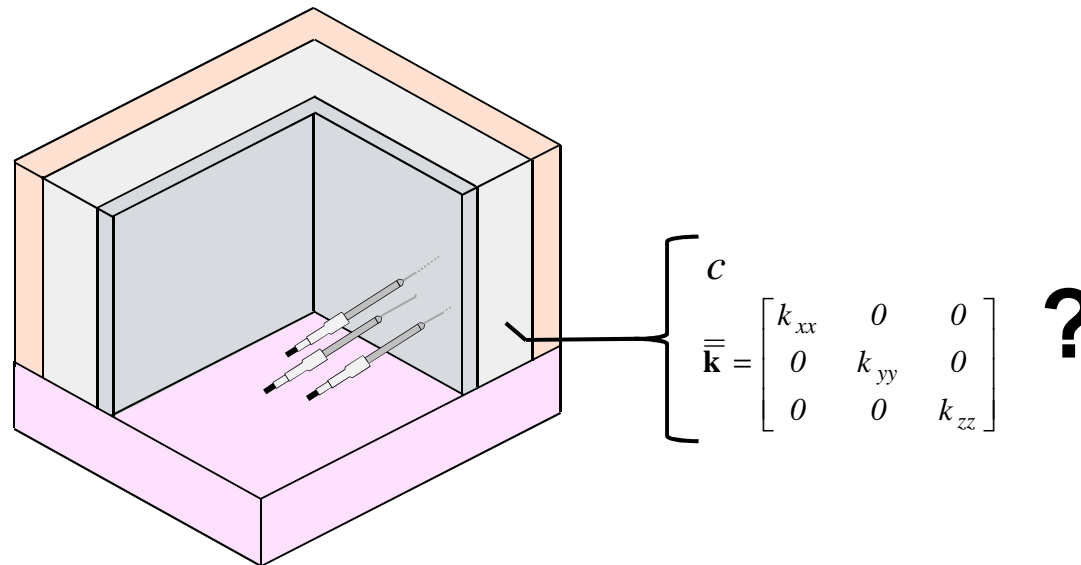
Résultats de l'identification avec un bruit de mesure de 0,1°C

σ_B (°C)	n	\bar{k}_I	std_k	σ_k	c_I	std_c	σ_c
0,1	30	0,0299	$0,096 \cdot 10^{-3}$	2,3%	40188	798	30,1%
	100	0,0303	$0,110 \cdot 10^{-3}$	1%	36999	866	19,8%
	200	0,0310	$0,13 \cdot 10^{-3}$	1,3%	27240	791	11,8%

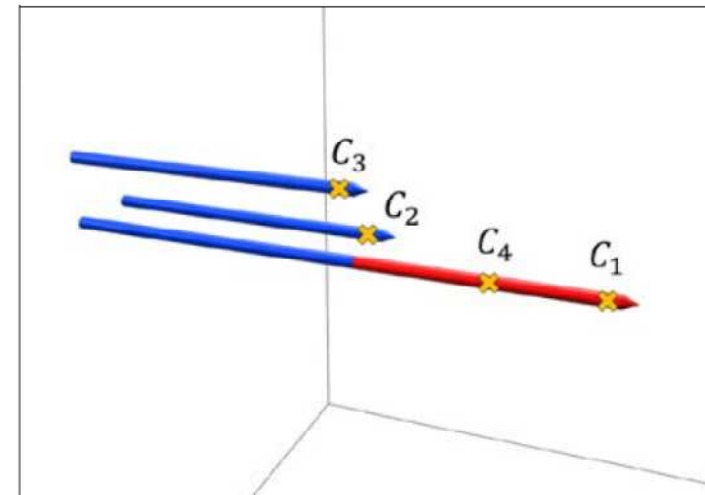
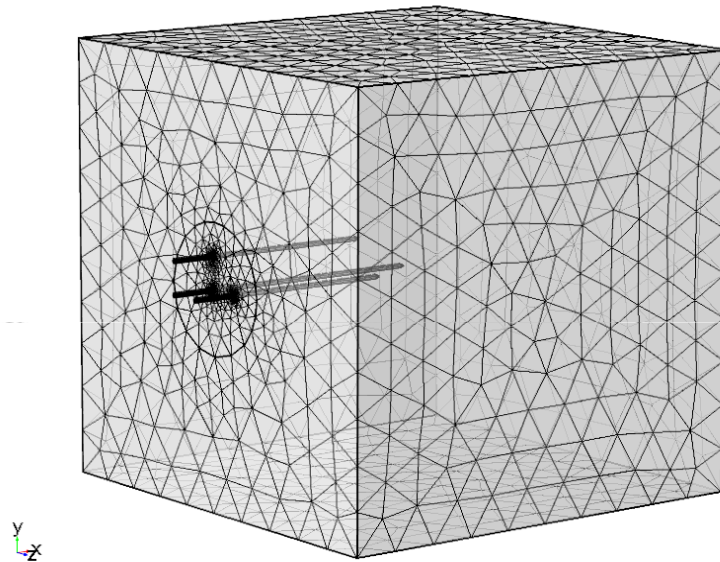
$$\sigma_k = \frac{|\bar{k}_I - k_{exact}|}{k_{exact}}$$

$$\sigma_c = \frac{|\hat{c}_I - c_{exact}|}{c_{exact}}$$

- **Application 2** : 3D
- Isolant orthotrope



- Application 2 : 3D
- Isolant orthotrope
- N ~ 56 000 nœuds

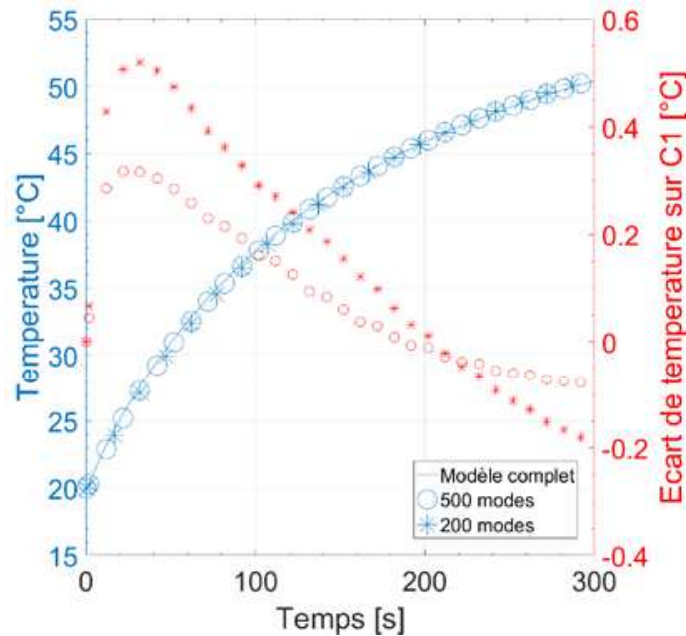


$$(c\mathbf{L}_I + \mathbf{L}) \tilde{\mathbf{X}} = (k_{xx} \mathbf{M}_{Ix} + k_{yy} \mathbf{M}_{Iy} + k_{zz} \mathbf{M}_{Iz} + \mathbf{M}) \tilde{\mathbf{X}} + \mathbf{N}$$

$$\mathbf{Y} = \mathbf{E}\mathbf{T} \approx \mathbf{E}\tilde{\mathbf{V}}\tilde{\mathbf{X}}$$

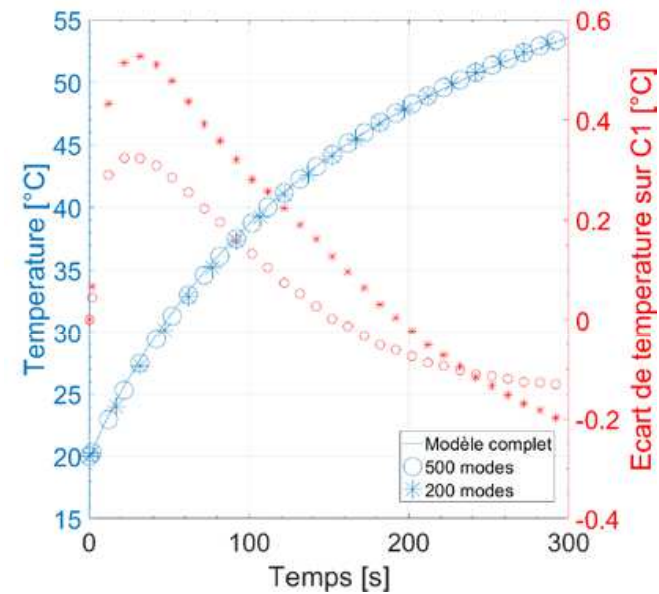
Observables : 4 points de mesure

Résultats de réduction pour deux cas :



Cas 1 : $k_{xx} = k_{yy} = k_{zz} = 0.03 \text{ W.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$

$c = 30000 \text{ J.m}^{-3}.\text{K}^{-1}$



Cas 2 : $k_{xx} = 0.04$, $k_{yy} = 0.03$ et $k_{zz} = 0.02 \text{ W.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$

$c = 30000 \text{ J.m}^{-3}.\text{K}^{-1}$

Comparaison Modèle Complet/ Modèle Réduit au point C1

Résultats de l'identification pour un bruit de mesure de 0,1°C:

Cas 1 :

	Identification de \mathbf{k} et c					
	k_{xx}	k_{yy}	k_{zz}	c	$\hat{\sigma}$ (°C)	t_{CPU} (s)
Valeurs exactes	0,03	0,03	0,03	30000	-	-
ε_{β_i} complet	0,7%	0,6%	0,6%	0,2%	0,10	10135
ε_{β_i} 500 modes	2,2%	1,2%	0,9%	6,9%	0,13	65,2
ε_{β_i} 200 modes	0,4%	2,9%	1,5%	10,2%	0,16	8

$$\hat{\sigma} = \sqrt{\frac{J(\boldsymbol{\beta})}{N_{mes} \cdot N_{pts}}}$$

Résultats de l'identification pour un bruit de mesure de 0,1°C:

		Identification de k et c					
		k_{xx}	k_{yy}	k_{zz}	c	$\hat{\sigma}$ (°C)	t_{CPU} (s)
Cas 1 :	Valeurs exactes	0,03	0,03	0,03	30000	-	-
	ε_{β_i} complet	0,7%	0,6%	0,6%	0,2%	0,10	10135
	ε_{β_i} 500 modes	2,2%	1,2%	0,9%	6,9%	0,13	65,2
	ε_{β_i} 200 modes	0,4%	2,9%	1,5%	10,2%	0,16	8
Cas 2 :	Valeurs exactes	0,04	0,03	0,02	30000	-	-
	ε_{β_i} complet	0,1%	0,3%	0,2%	0,2%	0,10	10162
	ε_{β_i} 500 modes	9,2%	0,4%	1,7%	7,1%	0,13	67
	ε_{β_i} 200 modes	6,5%	0,5%	3,2%	11,0%	0,16	8

$$\hat{\sigma} = \sqrt{\frac{J(\beta)}{N_{mes} \cdot N_{pts}}}$$

Conclusions

- Intérêt des modèles réduits dans un processus d'identification
- Premiers résultats prometteurs

Perspectives

- Améliorer la procédure d'amalgame en intégrant la phase de réduction dans la procédure inverse.
- Conception optimale d'expérience par modèle réduit

**Caractérisation thermique de matériau
isolant par sonde de température et
utilisation de modèle réduit intrinsèque**

**Merci de votre
attention**

