

LES des transferts thermo-convectifs turbulents au sein d'un fluide d'Ostwald de Waele dans une conduite cylindrique chauffée

Sourou Paulin GNAMBODE

Paolo ORLANDI*, Myriem OULD ROUIS, Xavier NICOLAS

Modélisation et Simulation Multi Échelle (MSME) UMR CNRS 8208
Université Paris-Est, 77454 Marne-la-Vallée Cedex 2, France

*** Dipartimento di Ingegneria Meccanica e Aerospaziale**
Università La Sapienza, Rome, Italy

Objectifs

- ❑ Caractériser des modèles LES pour le fluide d'Ostwald de Waele
- ❑ Etude des transferts thermiques
- ❑ Influence de divers paramètres (n , Re , Pr , Pn)

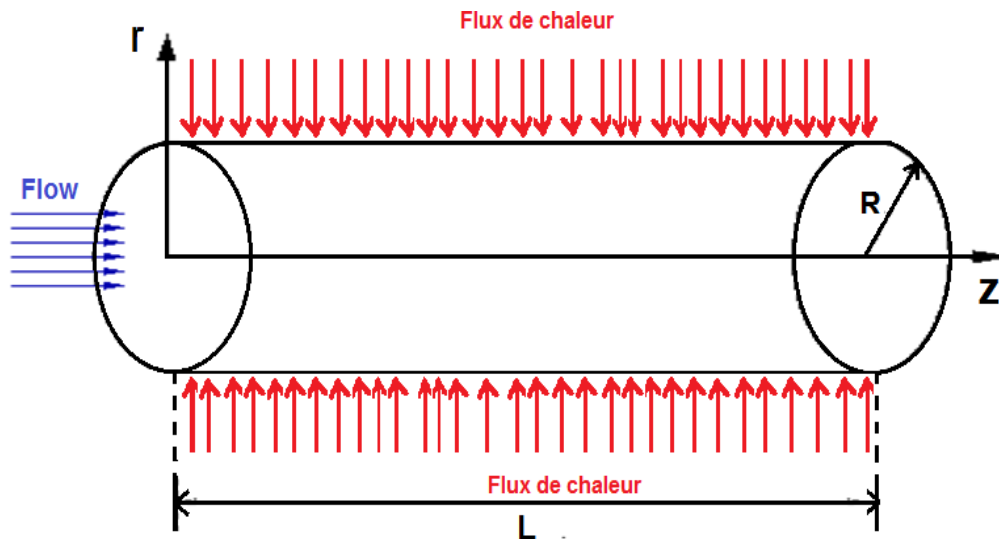
Contexte du travail

Fluide d'Ostwald de Waele : $\eta = K\dot{\gamma}^{n-1}$ $K = K_0 e^{Pn(\Theta - \Theta_{moy})}$ $\Theta = \frac{T_p - T}{T_{ref}}$

où le nombre de Pearson $Pn = bT_{ref}$ et $T_{ref} = \phi_p R / \lambda$

T_{ref} la température de référence, λ la conductivité thermique, ϕ_p le flux de chaleur
 b le paramètre de thermodépendance.

Remarques : - si $Pn=0$ \Rightarrow écoulement non-thermodépendant
- si $Pn \neq 0$ \Rightarrow écoulement thermodépendant



Conditions aux limites périodiques dans les directions axiale et azimutale

Contexte du travail

Bibliographie (écoulements turbulents, non-newtoniens)

- **Rudman et al. (2004)** : DNS, fluides d'Ostwald de Waele/Herschel-Bulkley en tube.
- **Malin (1997)** : RANS ($k-\epsilon$), fluides d'Ostwald de Waele en tube.
- **Scirocco et al. (1984)** : Expérience, écoulement et transfert de chaleur, fluide CMC en tube.
- **Ohta et Miyashita (2014)** : LES, fluides d'Ostwald de Waele/Casson dans un canal.
- **Thais et al. (2010)** : Modèle dynamique non-linéaire, fluide viscoélastique dans un canal.

Conclusion : Pas de travaux en LES, fluide d'Ostwald de Waele en tube.

Méthode LES

Principe: Séparation des échelles à l'aide d'un filtre $G_\Delta(x)$ de taille : $\Delta = (r\Delta r\Delta\theta\Delta z)^{1/3}$

Champs filtré: $\bar{f}(x,t) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(y,t)G_\Delta(x)dy$; **Filtre boîte:** $G(x) = \begin{cases} 1/\Delta & \text{si } |x| \leq \Delta/2 \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$

□ Equations filtrées (LES) :

Grandeurs de référence: $R, U_{cl}, \rho U_{cl}, R/U_{cl}, U_{cl}/R$ respectivement pour la distance, la vitesse, la pression, le temps et le taux de déformation

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_i} = 0$$

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t} + \frac{\partial \bar{u}_i \bar{u}_j}{\partial x_j} = -\frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \frac{1}{\text{Re}_s} \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\bar{\gamma}^{n-1} e^{Pn(\bar{\Theta} - \bar{\Theta}_b)} \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) \right] + \frac{\partial \bar{T}_{ij}}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{\tau}_{ij}}{\partial x_j}$$

$$\frac{\partial \bar{\Theta}}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\bar{u}_j \bar{\Theta}) - \bar{u}_z \frac{d}{dz} \langle \bar{T}_p \rangle = \frac{1}{\text{Pe}_s} \frac{\partial^2 \bar{\Theta}}{\partial x_k^2} + \frac{\partial \bar{\tau}_{\Theta j}}{\partial x_j}$$

Tenseur sous-maille
supplémentaire
pour non-newtonien

Tenseur
sous-maille

Flux de chaleur
sous-maille

Méthode LES

où

$$\dot{\gamma} = \sqrt{2\bar{S}_{ij}\bar{S}_{ij}} \quad \bar{S}_{ij} = \frac{1}{2} \left[\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right] \quad \text{Re}_s = \frac{\rho U_{cL}^{2-n} R^n}{K} \quad \text{Re}_{MR} = \frac{8\rho \bar{U}^{2-n} D^n}{K(6+2/n)^n}$$

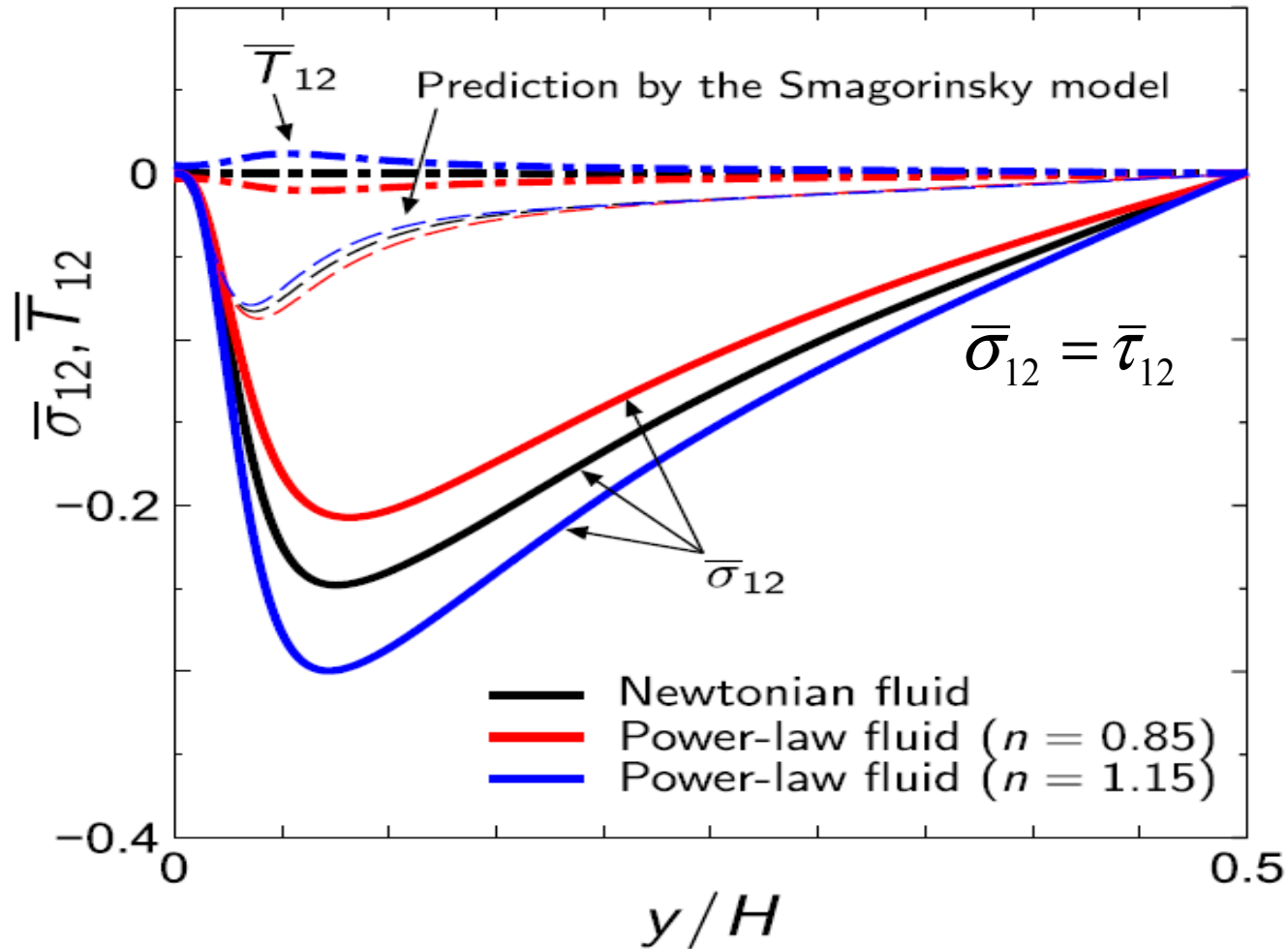
$$U_{cL} = \frac{(3n+1)\bar{U}}{n+1} \quad \text{Pr}_s = \frac{K_0}{\alpha \rho R^{n-1} U_{cL}^{1-n}} \quad \text{Pe}_s = \text{Re}_s \text{Pr}_s$$

\bar{T}_{ij} le tenseur sous-maille supplémentaire pour un fluide non-newtonien.

$$\bar{T}_{ij} = 2K \left(\overline{(2S_{kl}S_{kl})^{\frac{n-1}{n}}} S_{ij} + (2\bar{S}_{kl}\bar{S}_{kl})^{\frac{n-1}{n}} \bar{S}_{ij} \right)$$

Méthode LES

➤ Influence des deux tenseurs sous-maille dans l'écoulement :



Profils des tenseurs sous-maille (tiré de Ohta et Miyashita (2014))

Modélisation des termes sous-maille

□ Tenseur sous-maille : $\bar{\tau}_{ij}$

$$\bar{\tau}_{ij} = -2\nu_t \bar{S}_{ij} = -2C_d \Delta^2 \left[2\bar{S}_{kl} \bar{S}_{kl} \right]^{1/2} \bar{S}_{ij} \quad \text{avec} \quad \bar{S}_{ij} = \frac{1}{2} \left[\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right]$$

↓
Inconnue???

➤ Modèle dynamique (Germano (1991) et Lilly (1992)) :

$$C_d = \frac{1}{2\Delta^2} \frac{\langle L_{ij} M_{ij} \rangle}{\langle M_{ij} M_{ij} \rangle} \quad L_{ij} = -2C_d \Delta^2 M_{ij} \quad M_{ij} = \frac{\tilde{\Delta}^2}{\Delta^2} \left| \tilde{S} \right| \tilde{S}_{ij} - \left| \bar{S} \right| \bar{S}_{ij}$$

➤ modèle de Smagorinsky non-newtonien développé par Ohta et Miyashita (2014) :

$$\nu_t = (C_s f_s f_\eta \Delta)^2 \bar{S}_{ij} \quad \text{avec} \quad f_\eta = \frac{\eta}{\eta_w} \quad f_s = 1 - \exp\left(-\frac{Y^+}{25}\right) \quad C_s = 0,1$$

□ Flux de chaleur sous-maille : $\bar{\tau}_{\Theta j}$: modèle du nombre de Prandtl turbulent constant

$$\bar{\tau}_{\Theta j} = -\alpha_t \frac{\partial \bar{\Theta}}{\partial x_j} \quad \text{avec} \quad \alpha_t = \frac{\nu_t}{Pr_t}$$

□ Estimations (modèle dyn.) : $Pr_t=1,5$ pour $n=0,75$ et $Pr_t=0,7$ pour $n=1$ et $1,2$.

Méthode numérique

□ Code : DNS newtonien (P. Orlandi)

Ma contribution : adaptation au fluide d'Ostwald de Waele
programmation du modèle de Smagorinsky non-newtonien

□ Maillage ($N_\theta \times N_r \times N_z$) : 65x65x65

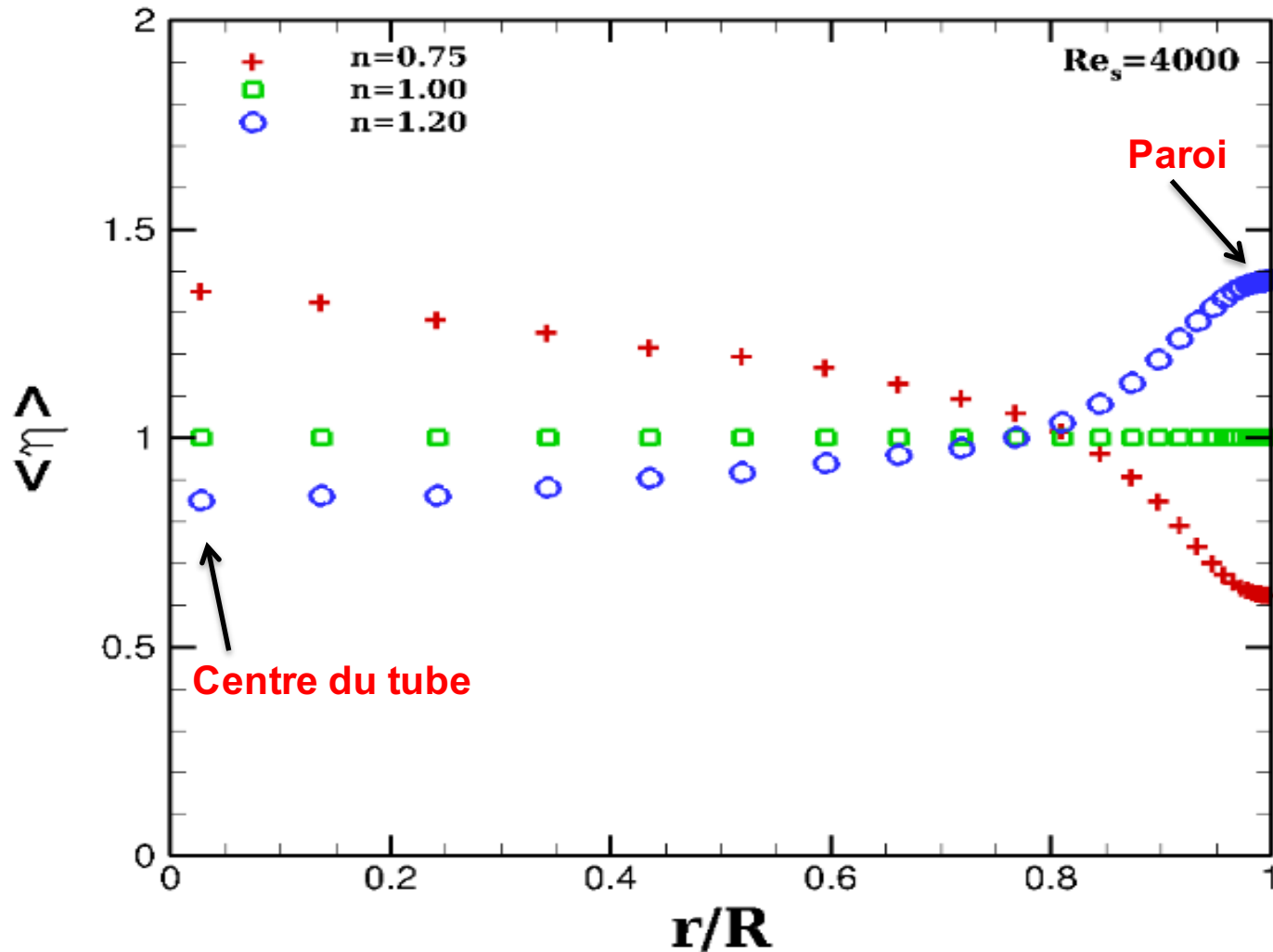
□ Discrétisation des équations : différences finies, schéma centré d'ordre 2 en espace et en temps.

□ Méthode de résolution : méthode à pas de temps fractionné de Kim et Moin (1985) et modifiée par Verzicco et Orlandi (1996) ; schéma hybride de Runge-Kutta/Crank-Nicolson (termes convectif/diffusif).

□ Pas de temps adimensionnel : $\Delta t^* = \frac{\Delta t \cdot U_{cL}}{R} \approx 10^{-2}$

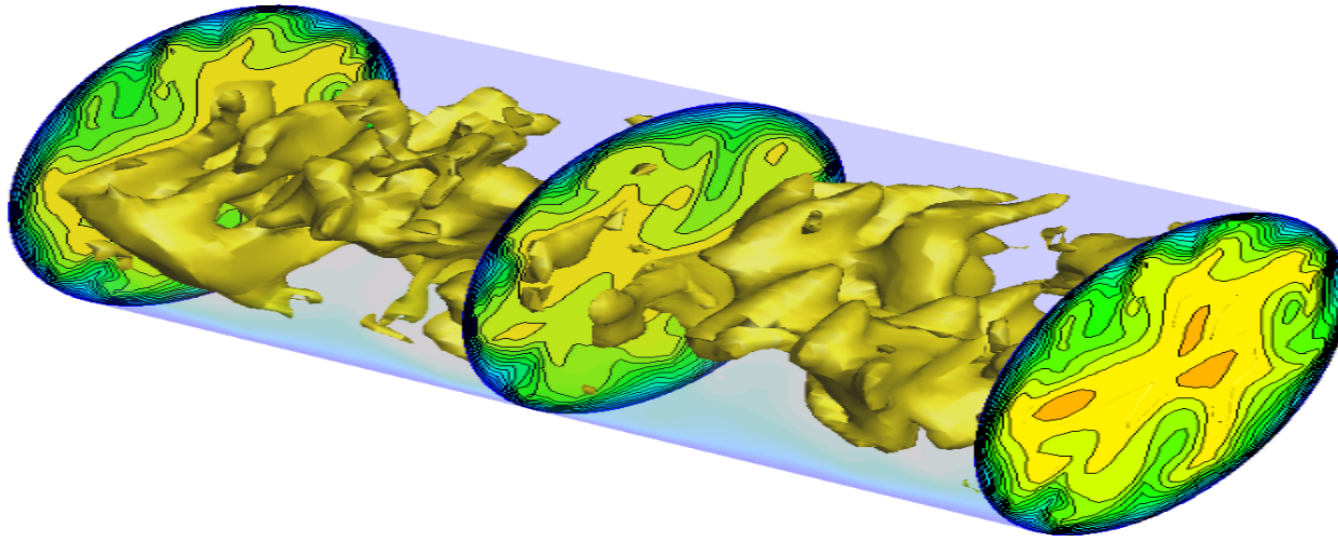
Résultats et validations (Pn=0)

✓ Viscosité moyenne : $\eta = K\dot{\gamma}^{n-1}$

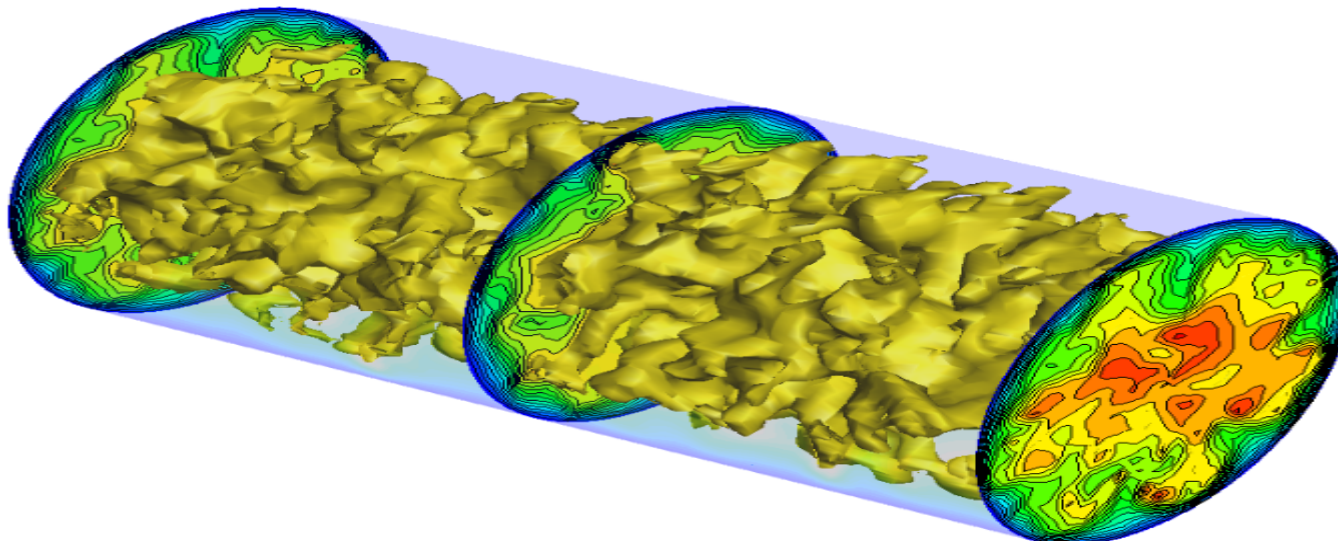


Résultats et validations (Pn=0)

✓ Visualisation 3D des fluctuations de V_z :



$n=0,69$

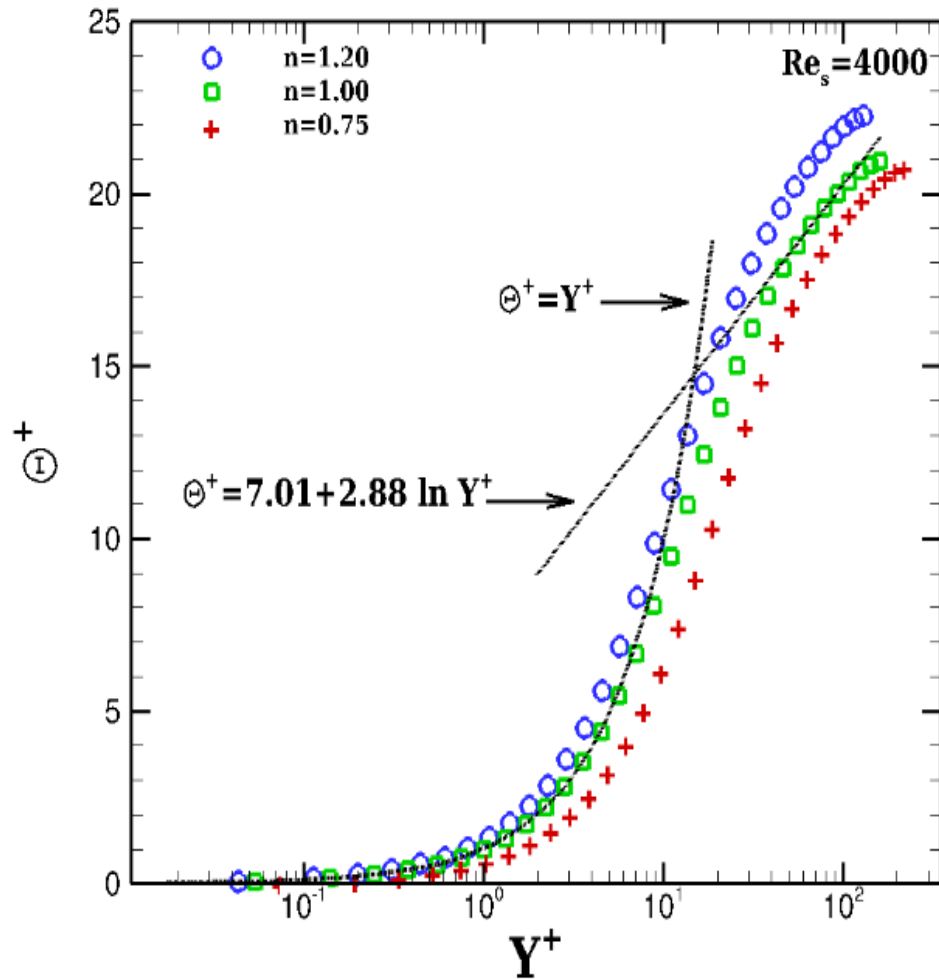
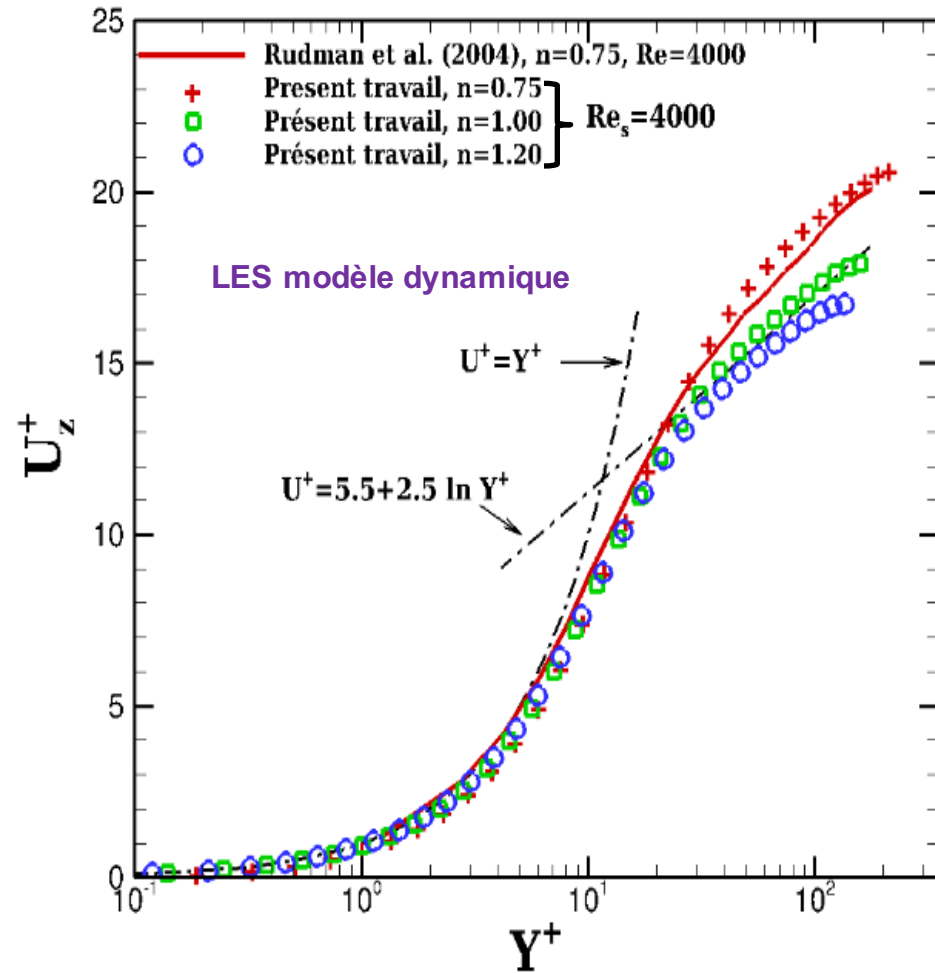


$n=1,40$

Résultats et validations (Pn=0)

✓ Vitesse et température moyenne :

$$U_z^+ = \frac{U_z}{U_\tau} \text{ et } \Theta^+ = \frac{\Theta}{T_\tau} \text{ avec } U_\tau = (\tau_w / \rho)^{1/2} \text{ et } T_\tau = \Phi_p / \rho C_p U_\tau$$

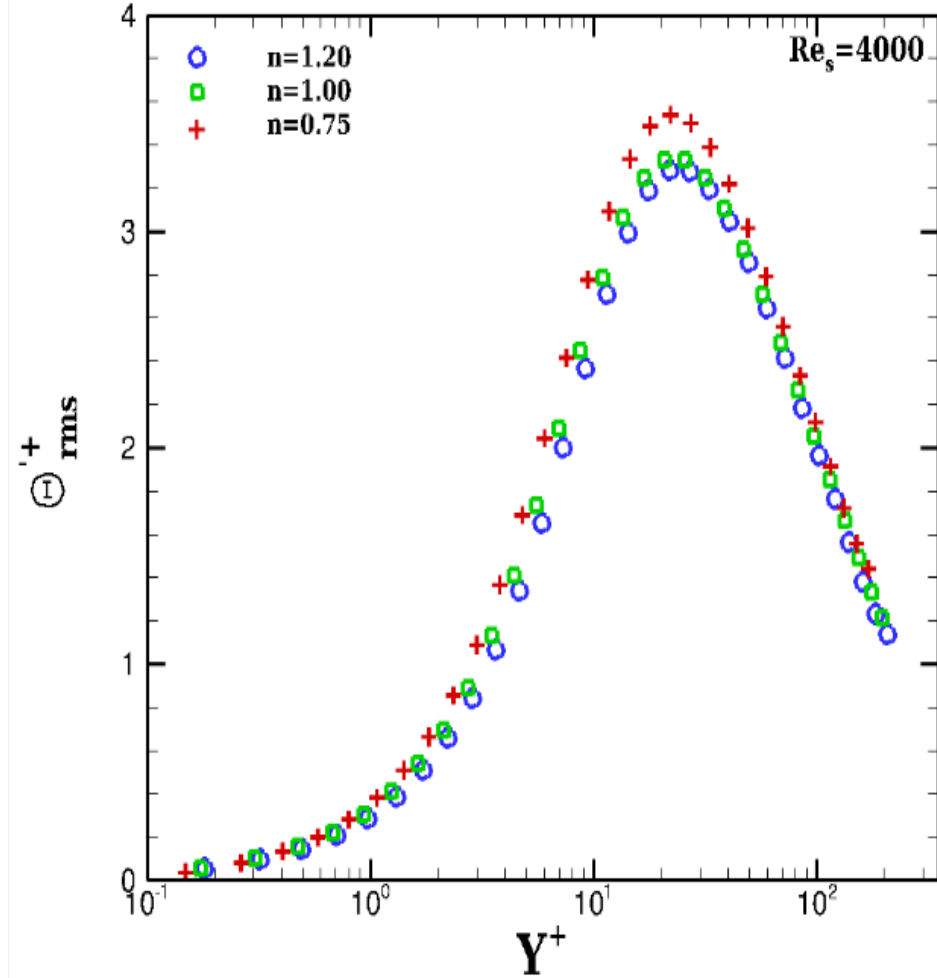
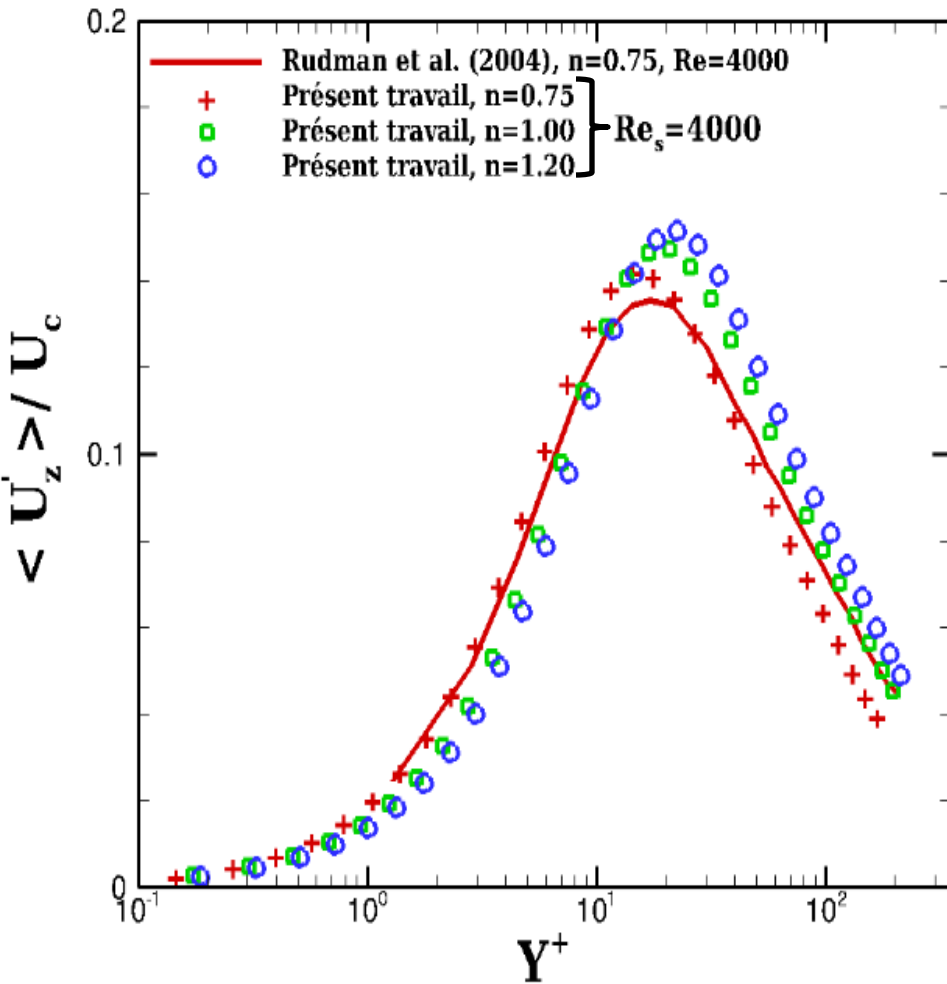


$$Y^+ = \rho U_\tau (r - R) / \eta_w$$

Résultats et validations (Pn=0)

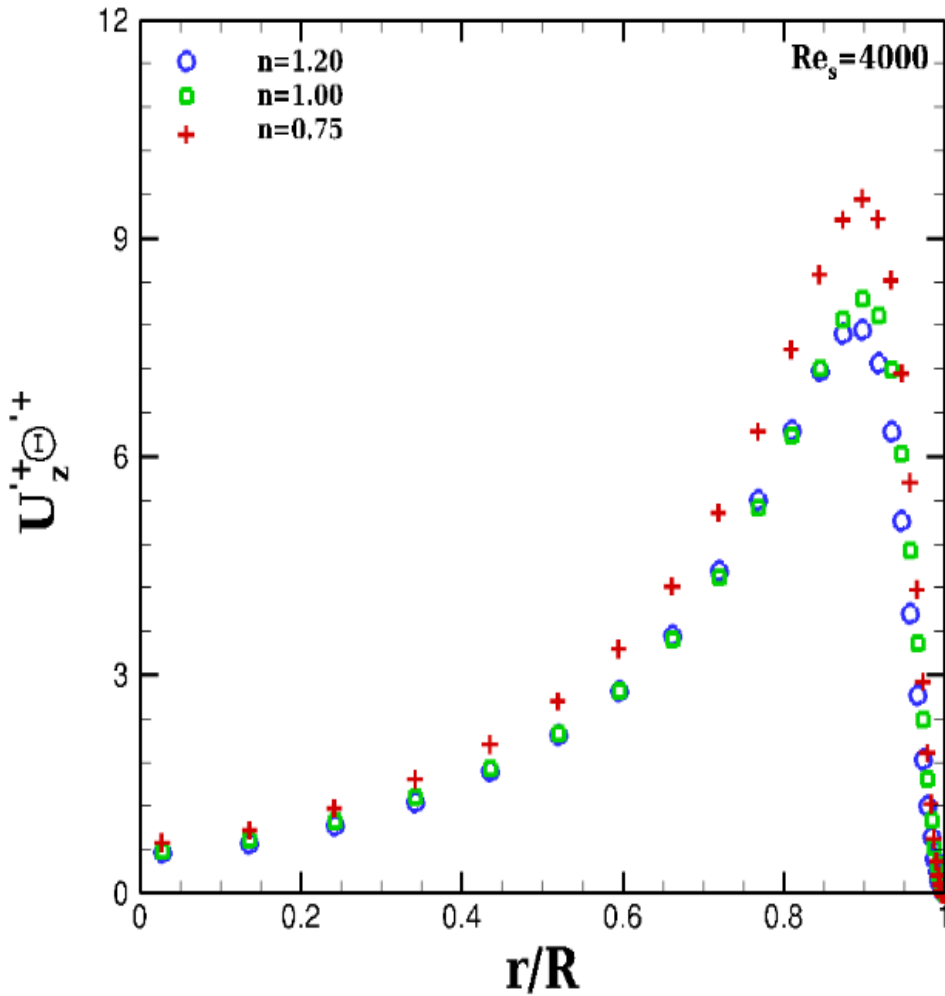
✓ RMS des fluctuations de vitesse et de température :

Elles sont définies par : $RMS(U'_i) = \sqrt{\overline{U'_i{}^2}}$; $RMS(\Theta') = \sqrt{\overline{\Theta'{}^2}}$ où $i = r, \theta, z$

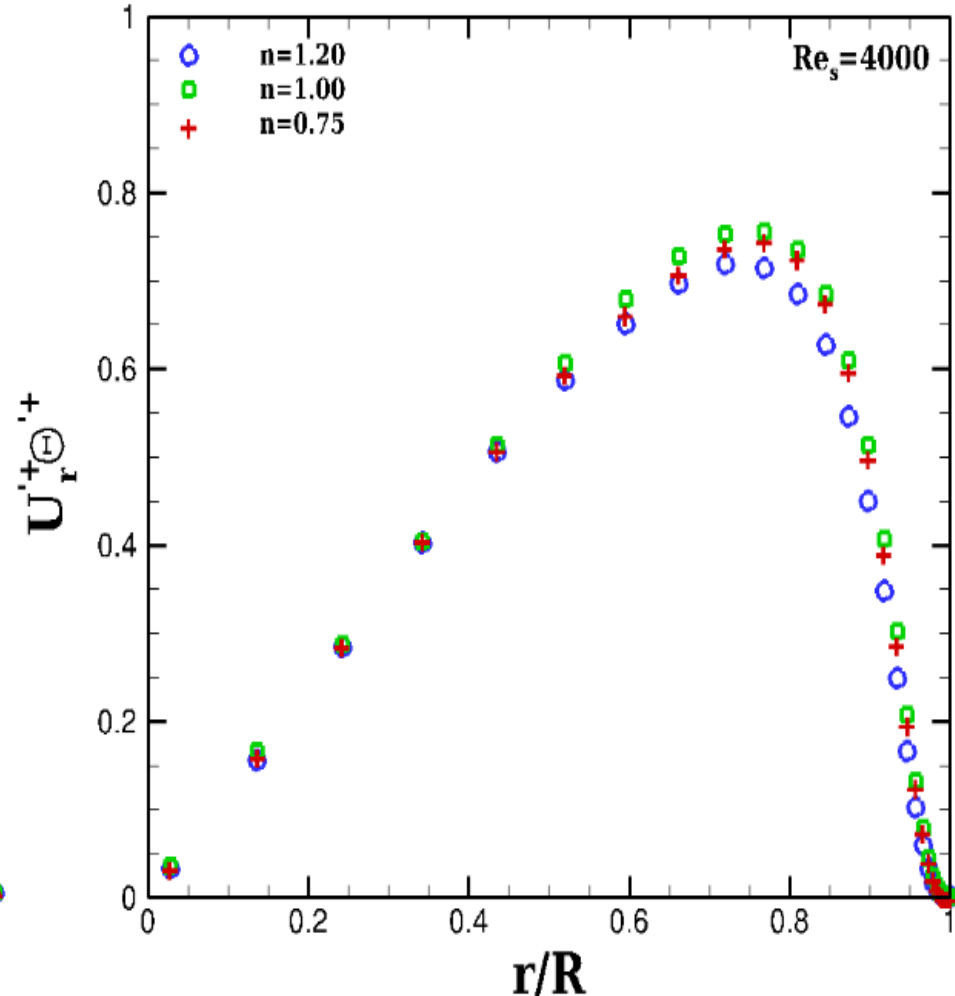


Résultats et validations (Pn=0)

✓ Flux de chaleur turbulent :



Flux axial



Flux radial

Résultats et validations (Pn=0)

✓ Coefficient de frottement ($Re_s=4000$) :

$$f = 2\tau_w / (\rho \bar{U}^2)$$

	f.10 ³	n=0,75	n=1,00	n=1,20
LES	Présent travail	8,85	10,46	12,54
Corrélation exp.	Dodge et Metzner (1959) : f_{DM}	7,75	9,58	10,53
Corrélation exp.	Frank, Schuk et Gomes (1987) : f_{FSG}	8,06	8,44	-
Corrélation exp.	Ostwald de Waele et Gomes (1987) : f_{OWG}	8,25	9,99	-
Corrélation exp.	Hanks et Ricks (1975) : f_{HR}	8,18	9,73	-
DNS	Rudman et al. (2004)	8,05	-	-
Ecart relatif DNS/LES		10%	-	-
Ecart relatif maximum avec les expériences		14%	23%	19%

$$f_{DM} = a / Re_{MR}^b \quad \text{avec } a = 0,0665 + 0,0175n \text{ et } b = 0,365 - 0,177n + 0,062n^2$$

$$f_{FSG} = 0,11n^{0,616} Re_{MR}^{-0,287}; f_{OWG} = 0,069n^{0,666} Re_{MR}^{-0,233}; f_{HR} = 0,0682n^{-0,5} / Re_{MR}^{1/(1,87+2,39n)}$$

Résultats et validations (Pn=0)

✓ Nombre de Nusselt ($Re_s=4000$) : $Nu = hD/k$

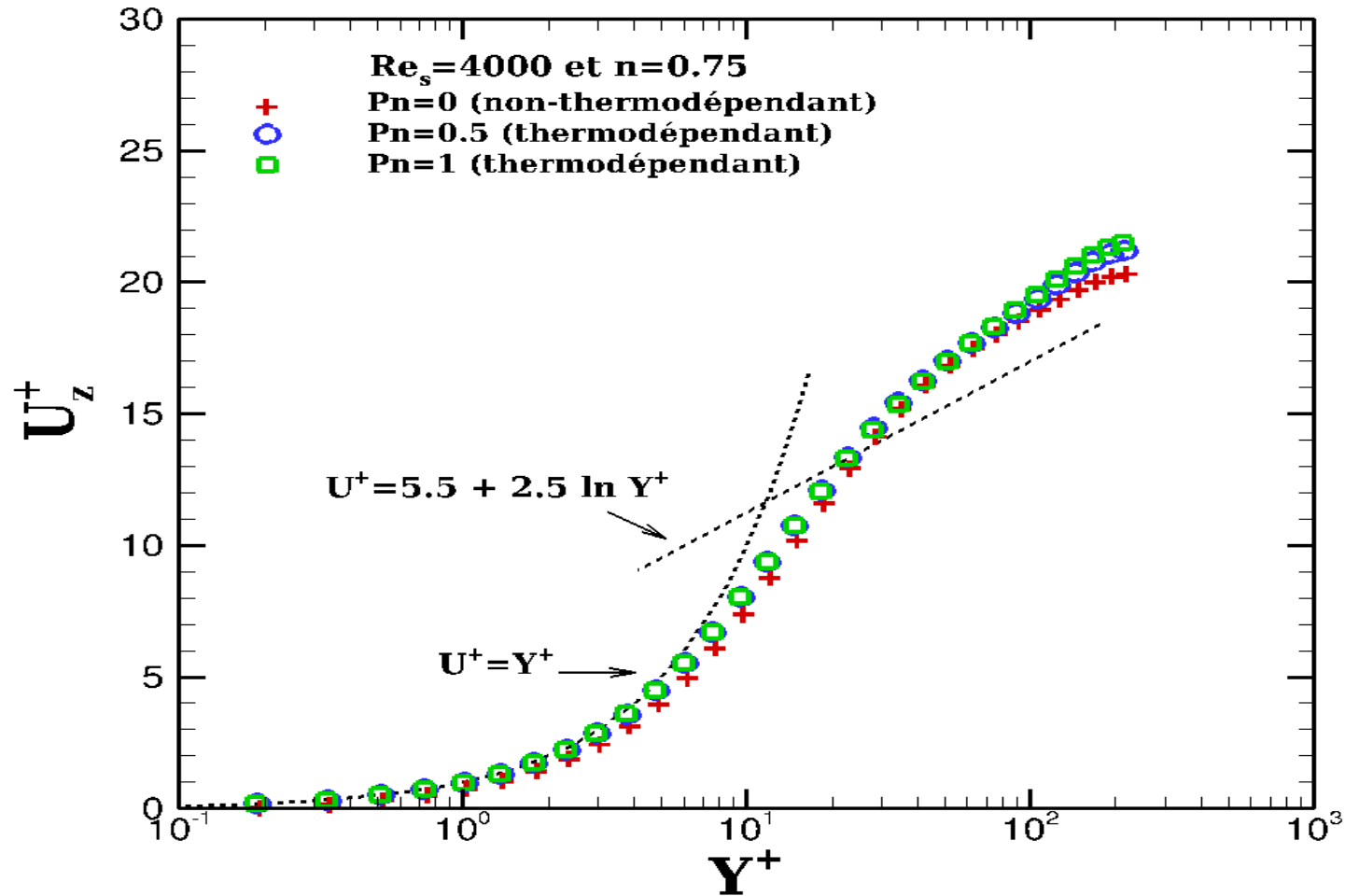
n	Pr_s	Présent travail	Quaresma (1998) (numérique)	Pinho et Coelho (2010) (exp.)
0,70	100	109,69	111,94	96,43
0,70	11	45,41	45,30	45,21
1,00	1	18,45	-	18,30
1,20	1	17,75	-	14,77
Ecart relatif maximum LES/références			0,2% ($Pr_s=11$) 2% ($Pr_s=100$)	0,8% à 18,7% ($Pr_s=1$) 0,2% ($Pr_s=11$) à 13,7% ($Pr_s=100$)

- **Pinho et Coelho (2010)** : $Nu = 0,0152 Re_{MR}^{0.845} Pr_{MR}^{0.3334}$

✓ Influence du nombre de Prandtl :

- Pas d'influence sur la vitesse, les rms de fluctuations de vitesse et la tension de Reynolds,
- Forte augmentation de la température lorsque le nombre Prandtl croît,
- Au même nombre de Prandtl, les fluides rhéoépaississants sont plus chauds que les fluides rhéofluidifiants.

Ecoulements thermodépendants ($Pn \neq 0$)



Conclusion et perspectives

✓ Conclusion :

- Bon accord de nos prédictions LES avec les résultats de la littérature (DNS, expériences et solutions analytiques);
- Les prédictions du modèle de Smagorinsky non-newtonien (Ohta et Miyashita (2014)) sont meilleures que celles du modèle dynamique de Germano et al. (1991) et Lilly (1992);
- Nos prédictions LES pour $n < 0,7$ confirment les conclusions de Rudman et al. (2004) qui ont rapporté que la turbulence est moins développée pour cet indice d'écoulement.

✓ perspectives :

- Etude de l'effet de Pr et Re en écoulement thermodépendant turbulent;
- Etude de l'effet de la thermodépendance sur l'écoulement turbulent d'un fluide dilatant ($n=1,2$)
- Utilisation d'autres modèles LES pour approcher les termes sous-maillages.
- Simulation numérique directe pour simuler ces écoulements

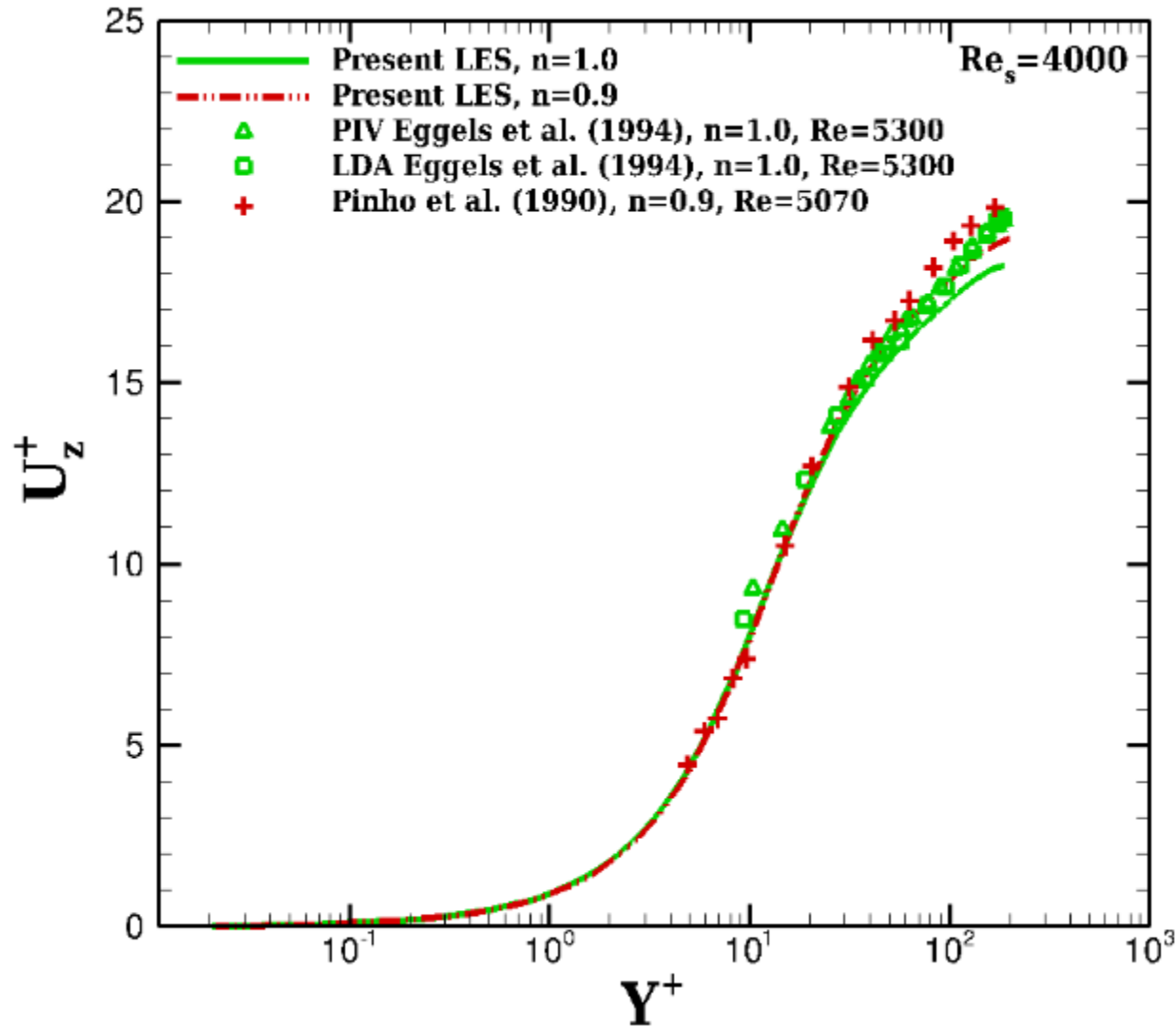
**Merci pour
votre attention**

Écoulements thermodépendants ($P_n \neq 0$)

Nombre d'itérations	P_n	Coef. frottement (10^{-3})	Nbre de Nusselt	Viscosité au centre du tube	Viscosité à la paroi
convergé	0	8,850	17,16	1,342	0,628
200	0,5	7,796	17,22	1,272	0,541
310	0,5	8,199	17,28	1,171	0,546
200	1	7,391	14,95	1,367	0,530
310	1	7,679	15,08	1,228	0,545

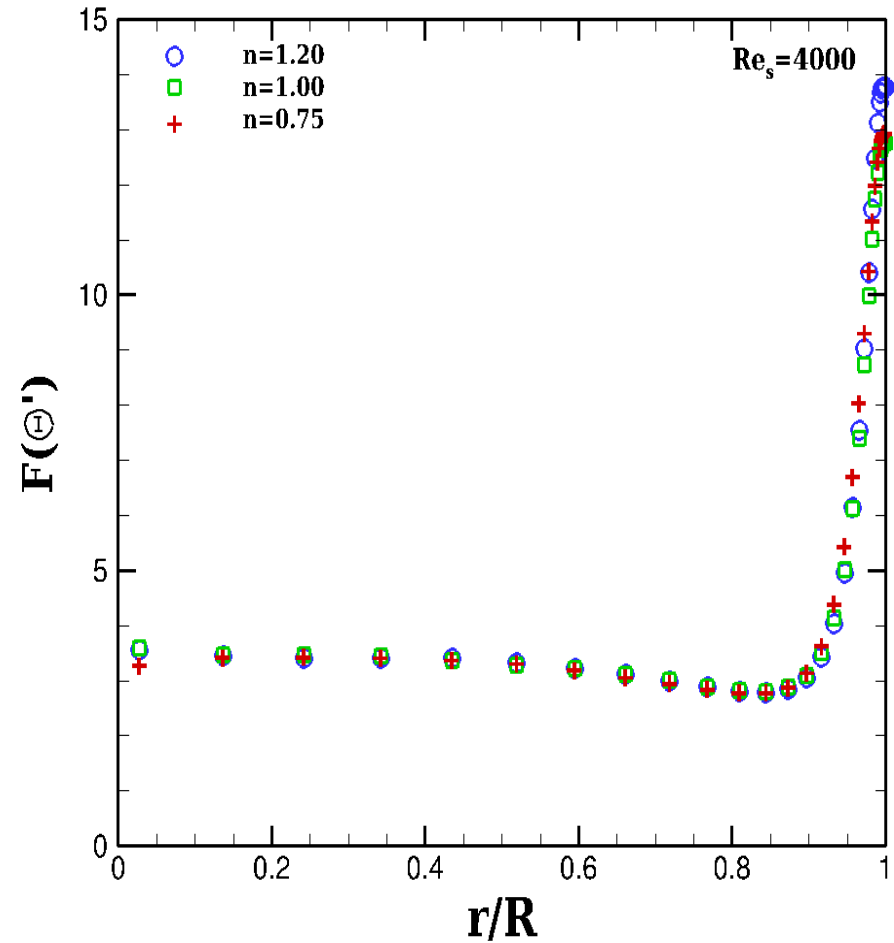
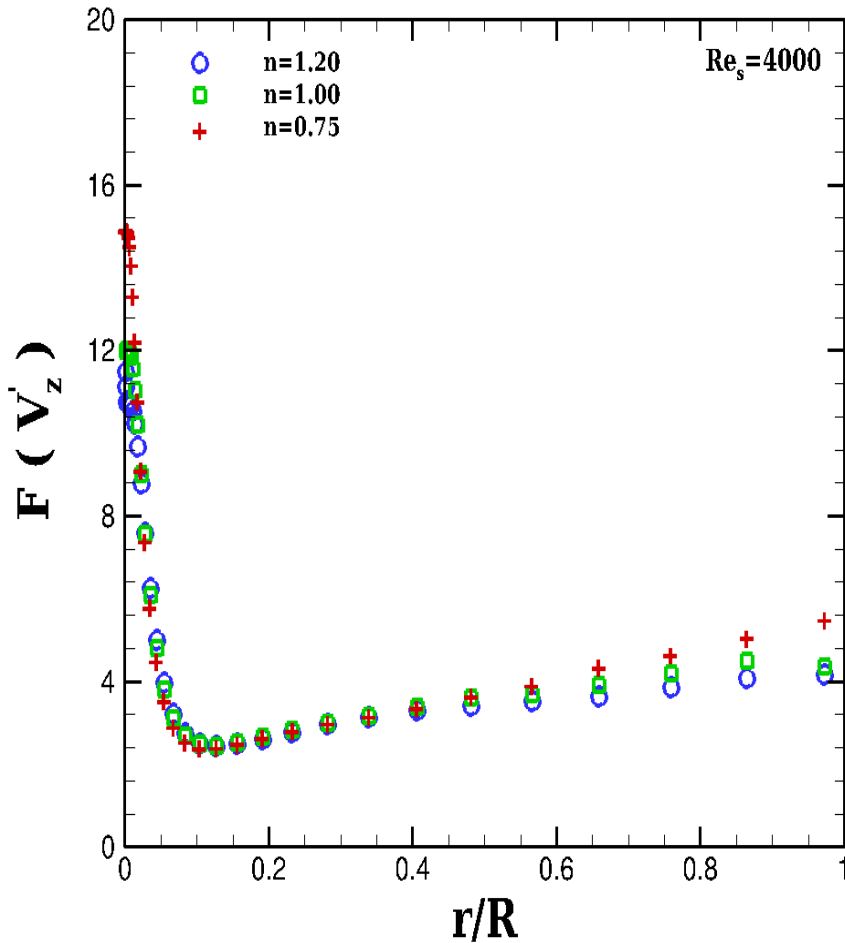
Résultats et validations

✓ Vitesse moyenne (validation expérimentale) :



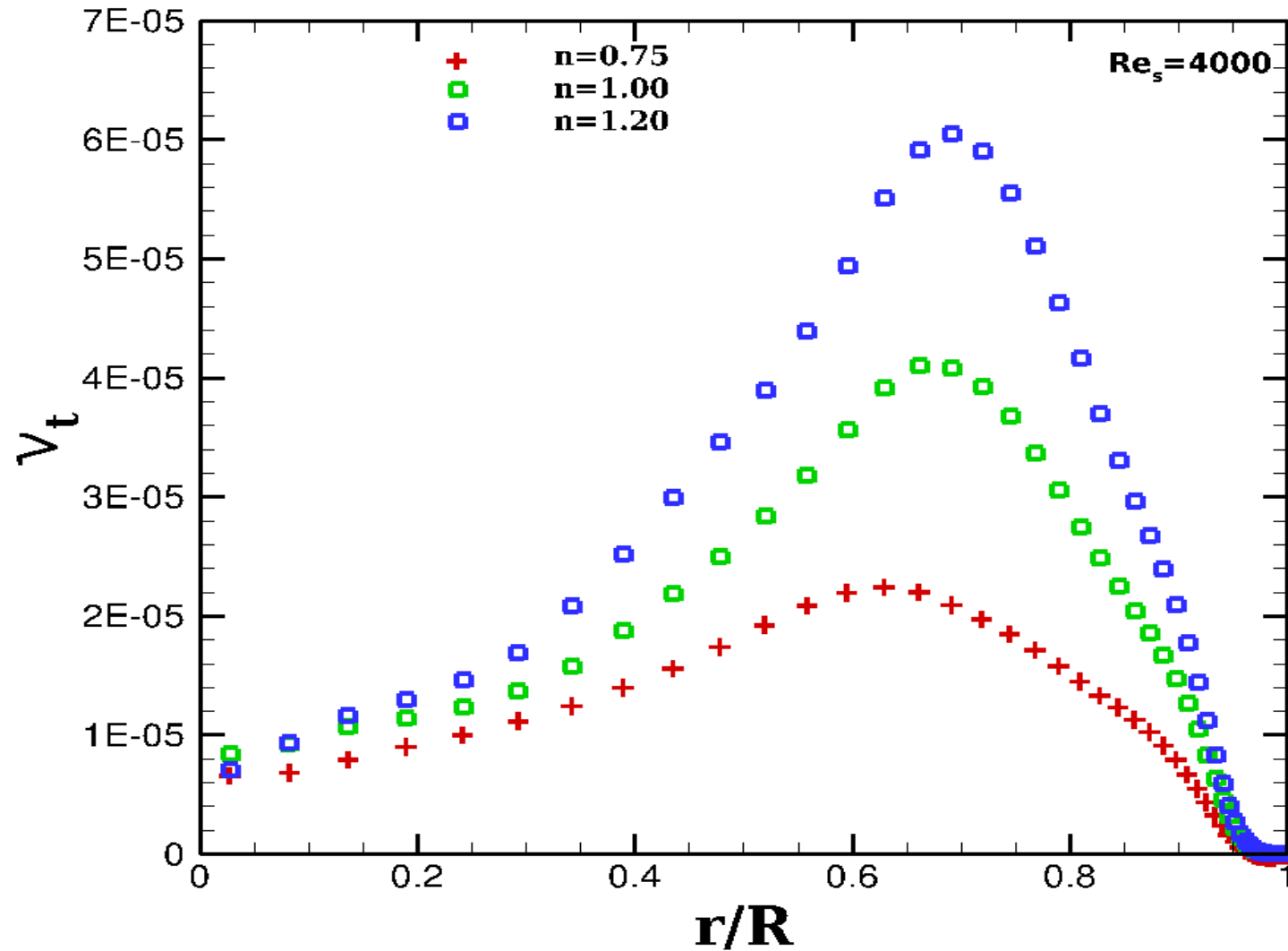
Résultats et validations

✓ Coefficients de dissymétrie et d'aplatissement :



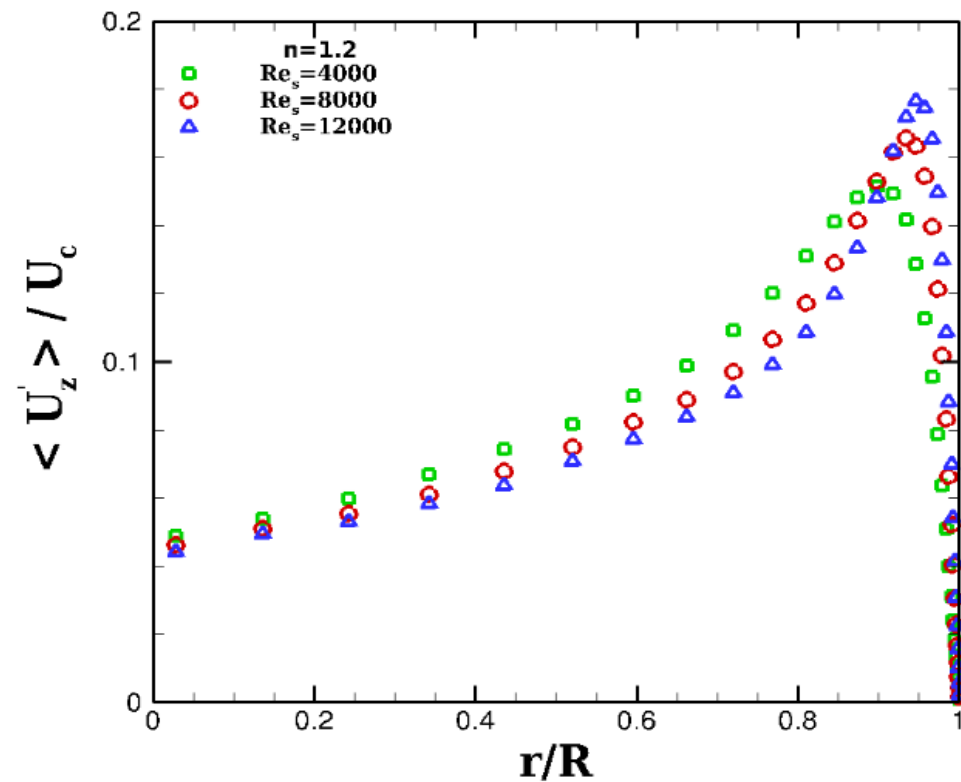
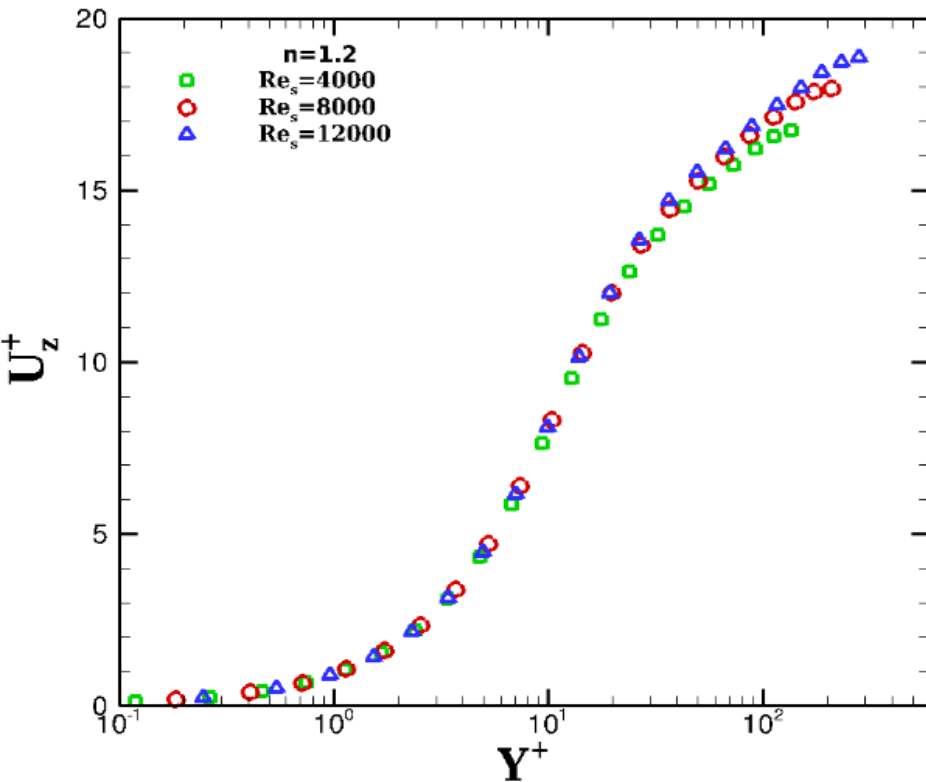
Résultats et validations

✓ Evolution de la viscosité turbulente



Résultats et validations

✓ Influence du nombre de Reynolds :



Coef. frottement	$n=0,8$	$n=1,0$	$n=1,2$
$Re_s=4000$	9,24	10,46	12,69
$Re_s=8000$	7,18	8,23	10,94
$Re_s=12000$	6,03	7,05	9,52

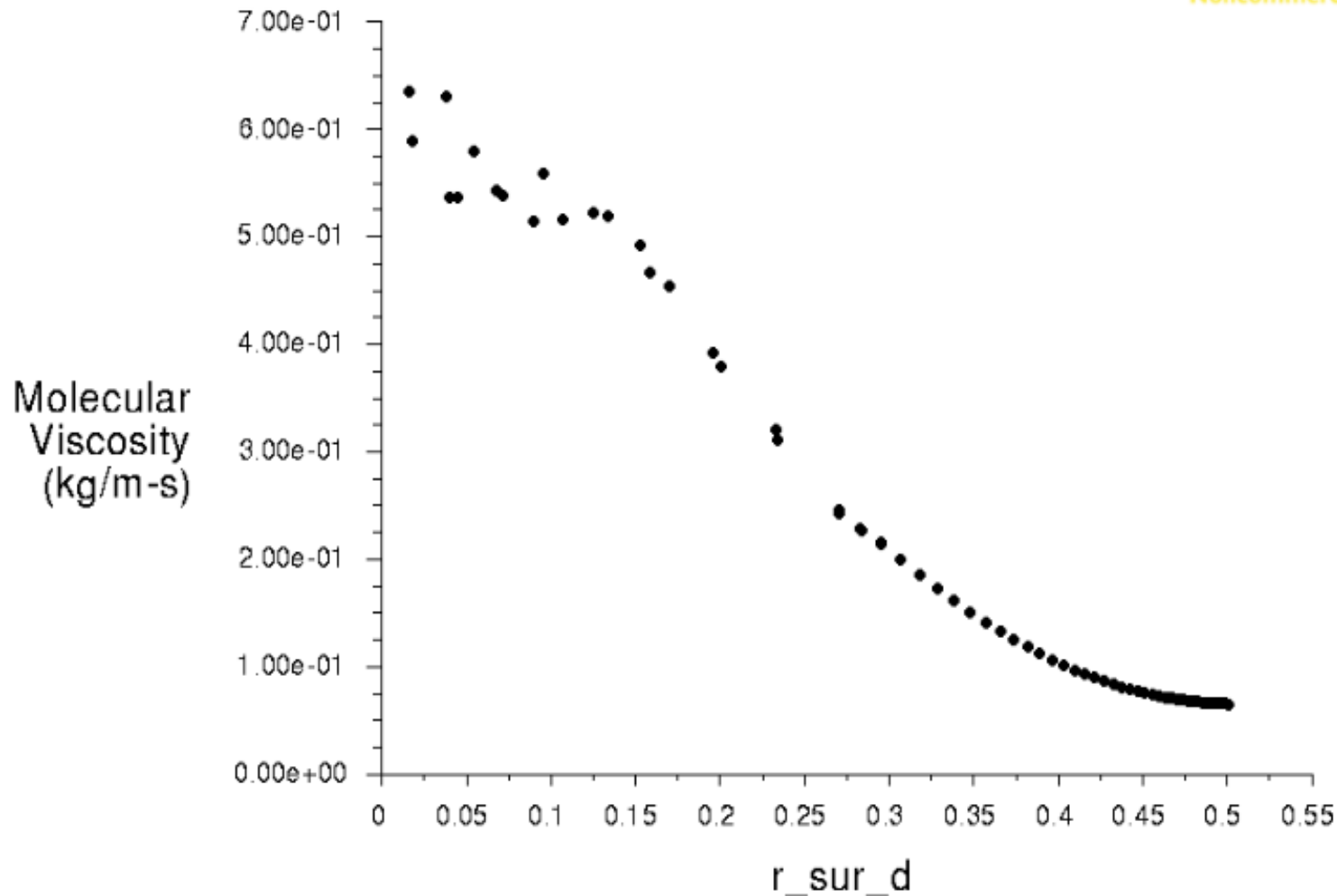
Simulations sous ANSYS-FLUENT CFD

Propriétés du fluide : $n=0,75$; $K=0,32 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{s}^{-1}$; $\rho=992 \text{ kg}/\text{m}^3$

Vitesse moyenne=3,24 m/s et intensité de turbulence : IT=2%

Résultats avec le modèle LES, modèle dynamique

Noncommerc



Coef. frottement

Fluent : 0,07613

Code LES : 0,00885

Rudman et al. (2004) : 0,00805

Influence de Pr pour n=1; Res=4000: Tableau

Pr	Présent travail	Redjem (2008)	Gnielinski (1976)	Dittus et Boelter (1930)
0,71	18,87	19,36	18,02	20,81
1,00	21,18	22,30	20,69	23,87
1,50	25,86	-	24,24	28,07
2,00	29,23	-	27,05	31,49
3,00	34,76	-	31,47	37,04
7,00	49,51	-	42,78	51,99
8,00	52,30	-	44,86	54,87

n	Rurtempérature	Ruruz	Ruztempérature
0,75	0,407	0,461	0,902
1,00	0,421	0,469	0,851
1,20	0,429	0,450	0,828
Redjem (2008) n=1, Re=5500 et Pr=0,71	0,460	0,470	-
Ecart relatif entre DNS/LES	9,52%	0,2%	