

Effet de l'advection chaotique sur les temps de refroidissement et la cristallisation de corps magmatiques

Maurizio Petrelli¹, Kamal El Omari², Yves Le Guer² and Diego Perugini¹

*¹ Petro-Volcanology Research Group - Department de Physics and Geology -
University of Perugia - Italy*

²Laboratoire SIAME (IPRA-CNRS) – Université de Pau et des Pays de l'Adour

Journée thématique « Instabilités, transferts dans les fluides non newtoniens » - Paris 19 novembre 2015

Marcel Veron

Jean-Baptiste Biot

Pierre Louis Dulong

Pierre Vernotte

Joseph Fourier

Sadi Carnot

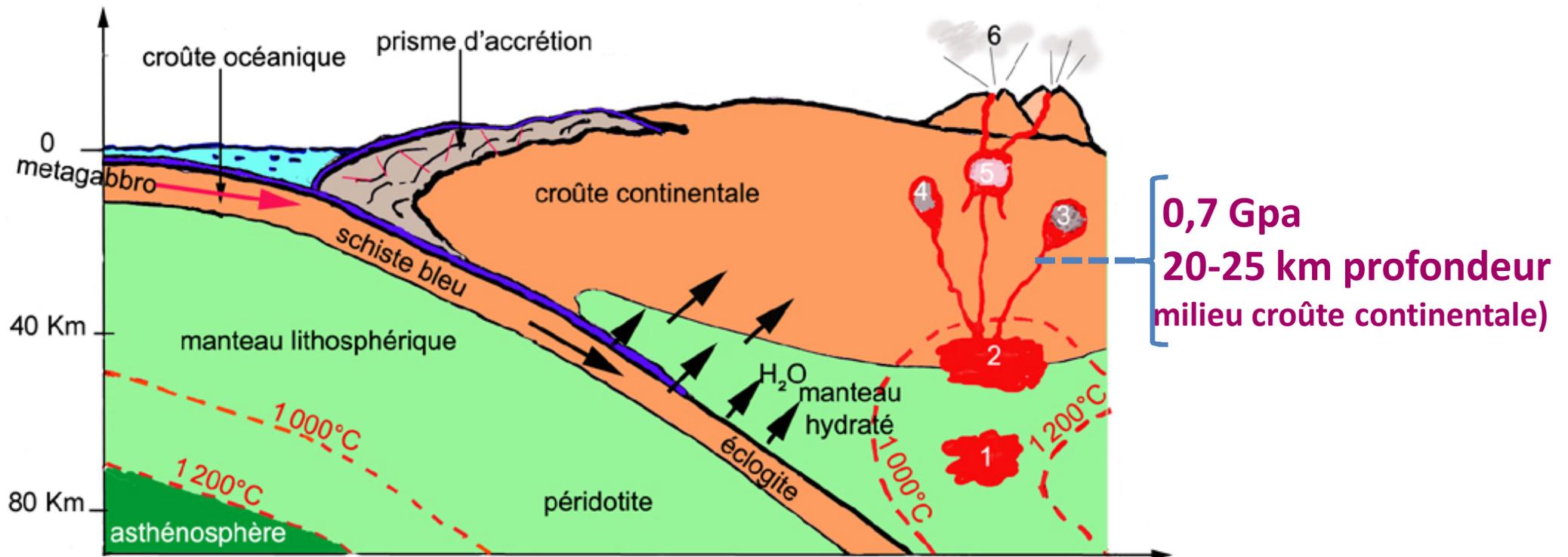
Société Française de Thermique



SFT

Contexte et objectifs

- **Situation** : on s'intéresse au refroidissement et à la cristallisation d'un magma en zone de subduction



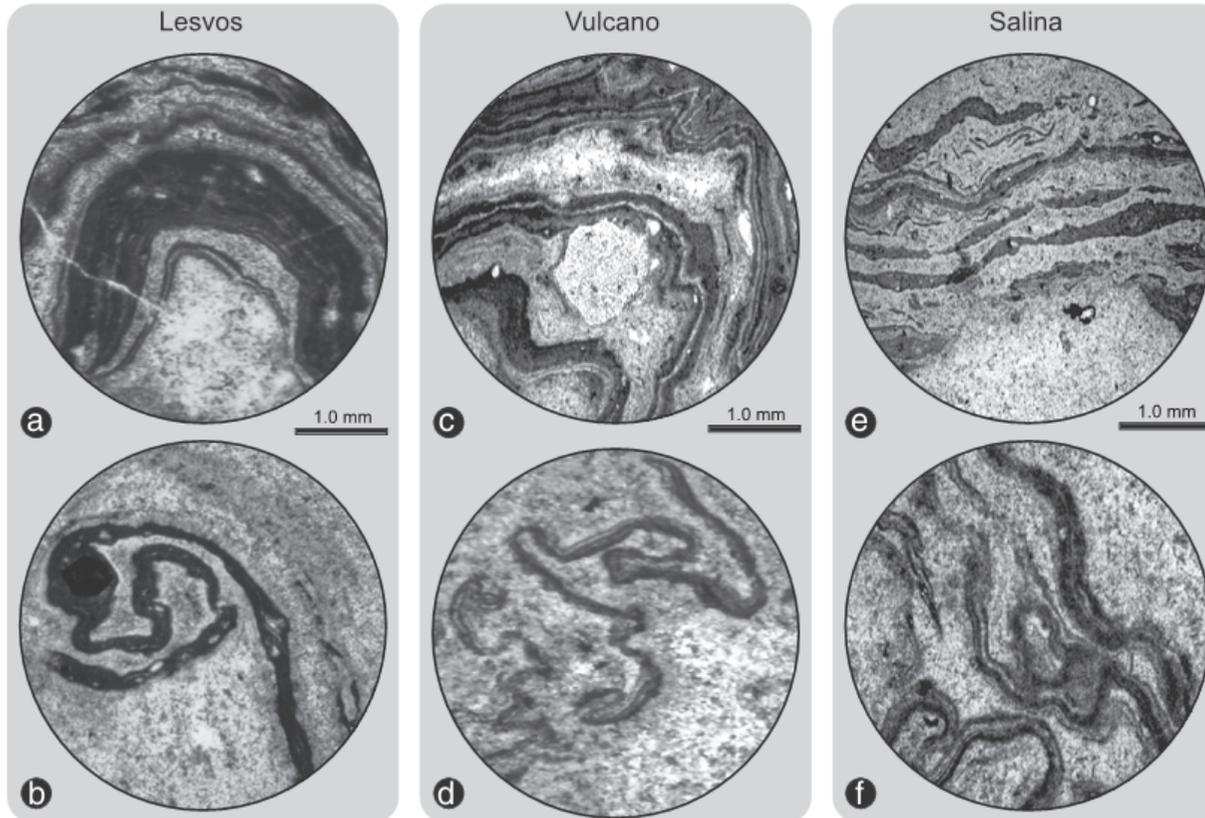
1 = zone de fusion partielle des péridotites et de la croûte océanique; 2 = fusion partielle de la base de la croûte continentale;
3 = granodiorite; 4 = pluton granitique; 5 = magma intermédiaire; 6 = andésite

Zone de subduction : enfoncement d'une plaque lithosphérique océanique sous une autre plaque de nature variable, continentale (Amérique du Sud) ou océanique (arcs de l'ouest du Pacifique)



Contexte et objectifs

- Les systèmes magmatiques qui présentent de grandes hétérogénéités de compositions sont nombreux



Exemples de **structures**
type “**mélange**
chaotique” dans des
laves ou plutons

Perugini et al., Lithos (2012)

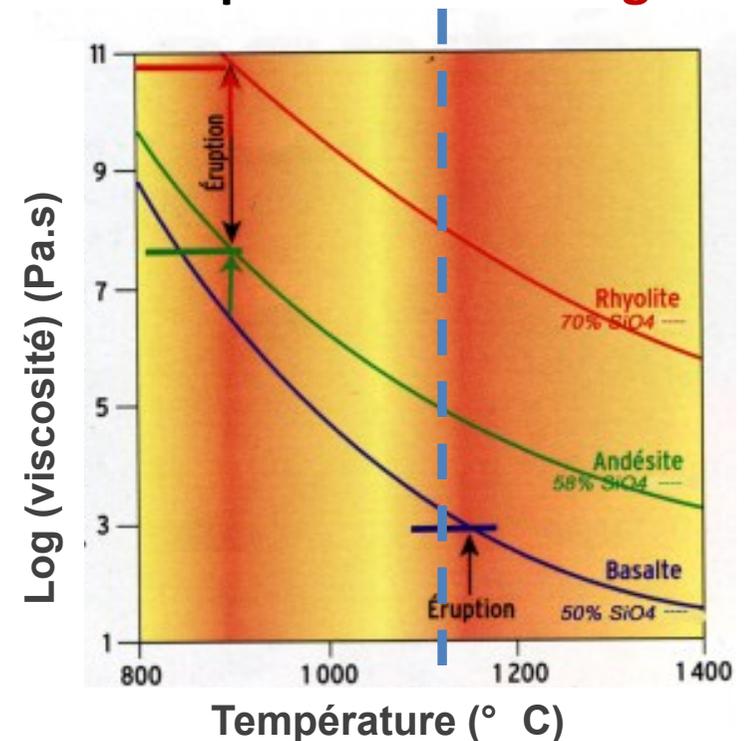
➔ Historiquement, les hétérogénéités observées ont été attribuées à l'interaction entre des magmas de composition différentes



- Notre approche est différente :

- Étude du refroidissement d'une **masse magmatique unique** sujette à de la **convection naturelle** ou **mixte** (+ **advection chaotique**)
- Modulation du **champ thermique** par l'écoulement → **cristallisation**
- **Rhéologie complexe** du magma est prise en compte en **fonction de la température**
- Effet de l'advection chaotique sur la possibilité de produire un **magma andésitique** à partir d'un **magma basaltique**
- L'extrusion d'un magma andésitique conduit à des phénomènes explosifs **plus violents** donc **plus dangereux**

Magma : mélange complexe silicaté dont la viscosité est principalement liée au % en silice

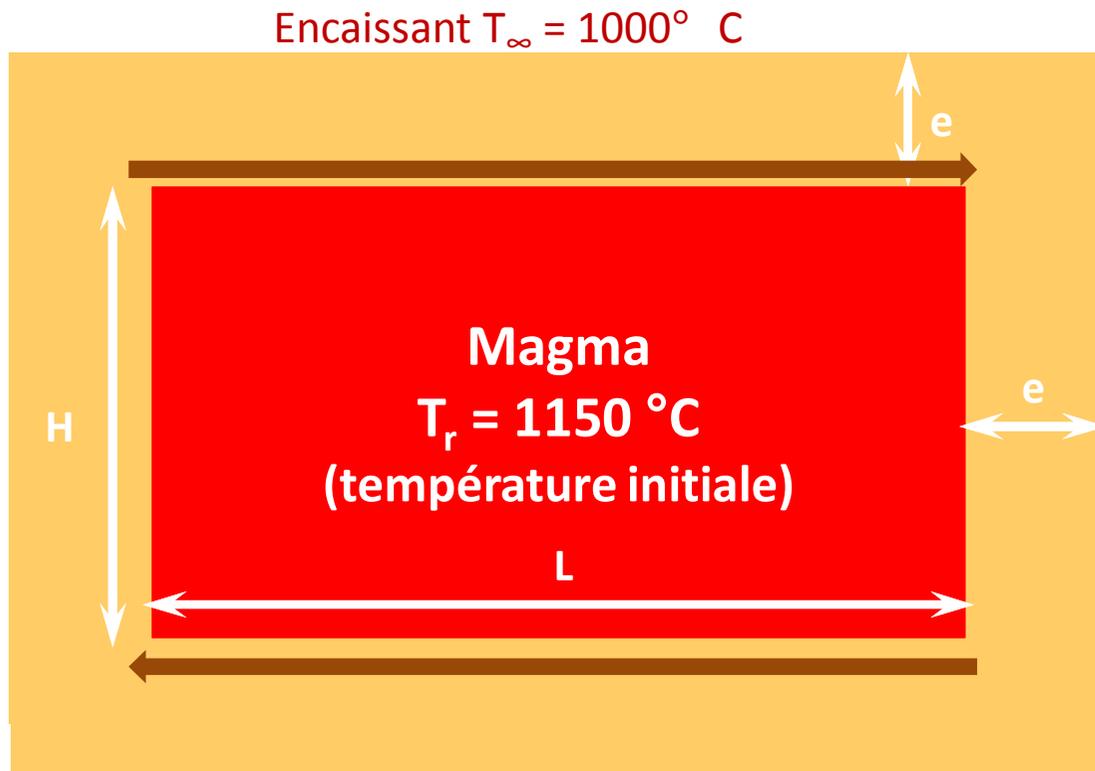


D'après P. Richet (Pour la Science, 2010)



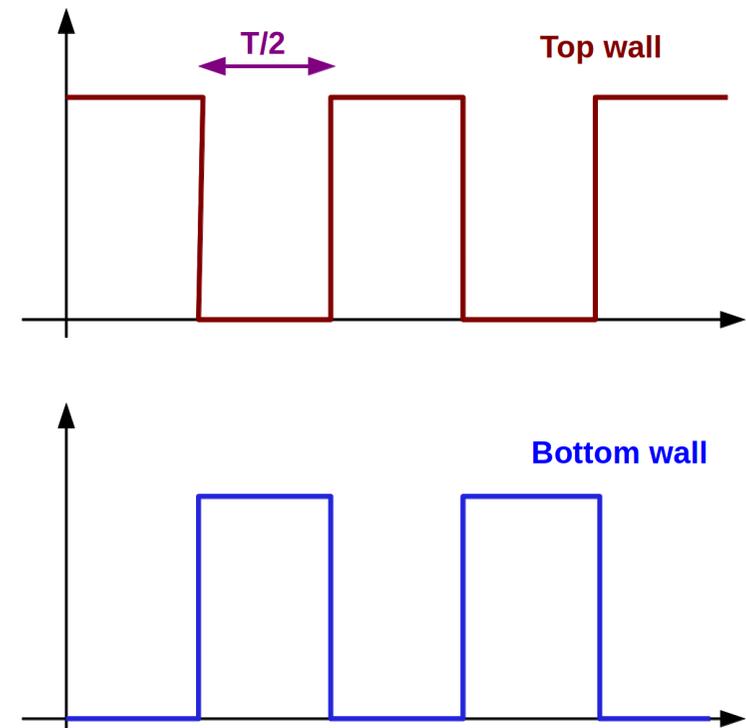
La chambre magmatique

- Une géométrie 2D : cavité rectangulaire de rapport d'aspect $H/L = 0,6$



- Application d'un cisaillement simple

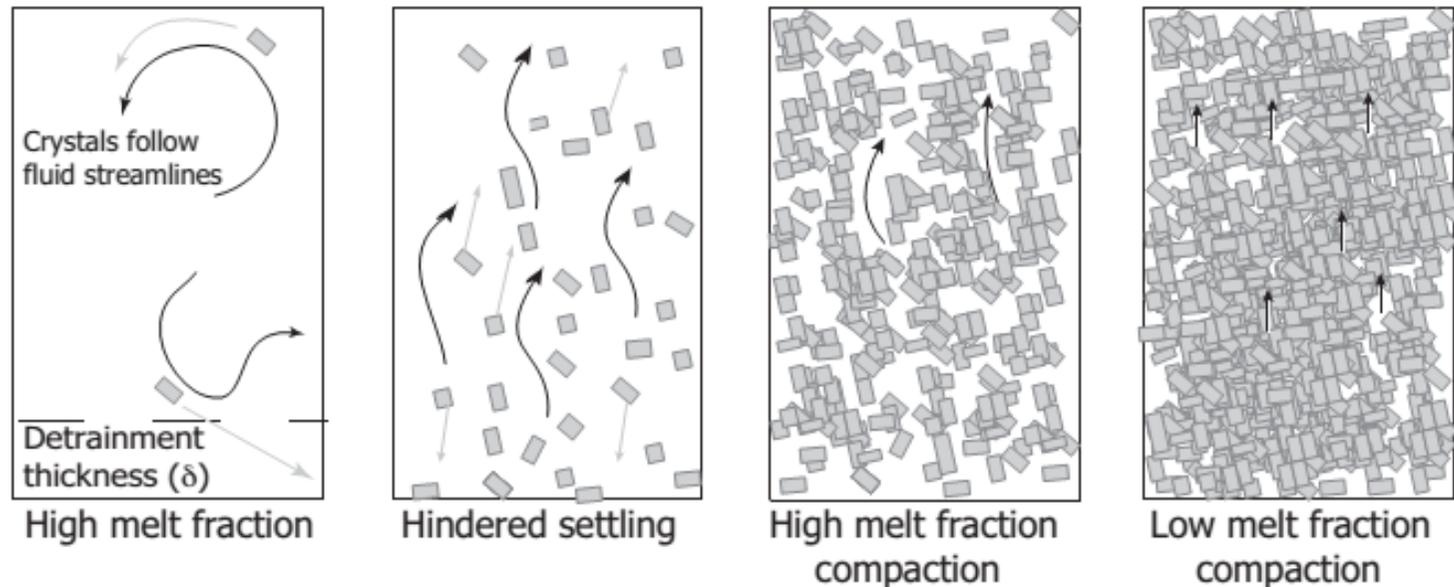
- Les parois haute et basse se déplacent alternativement



Modèle rhéologique du magma

- Modèle conceptuel de la dynamique d'une solution magmatique pour différentes fractions cristallines

Increasing crystallinity →



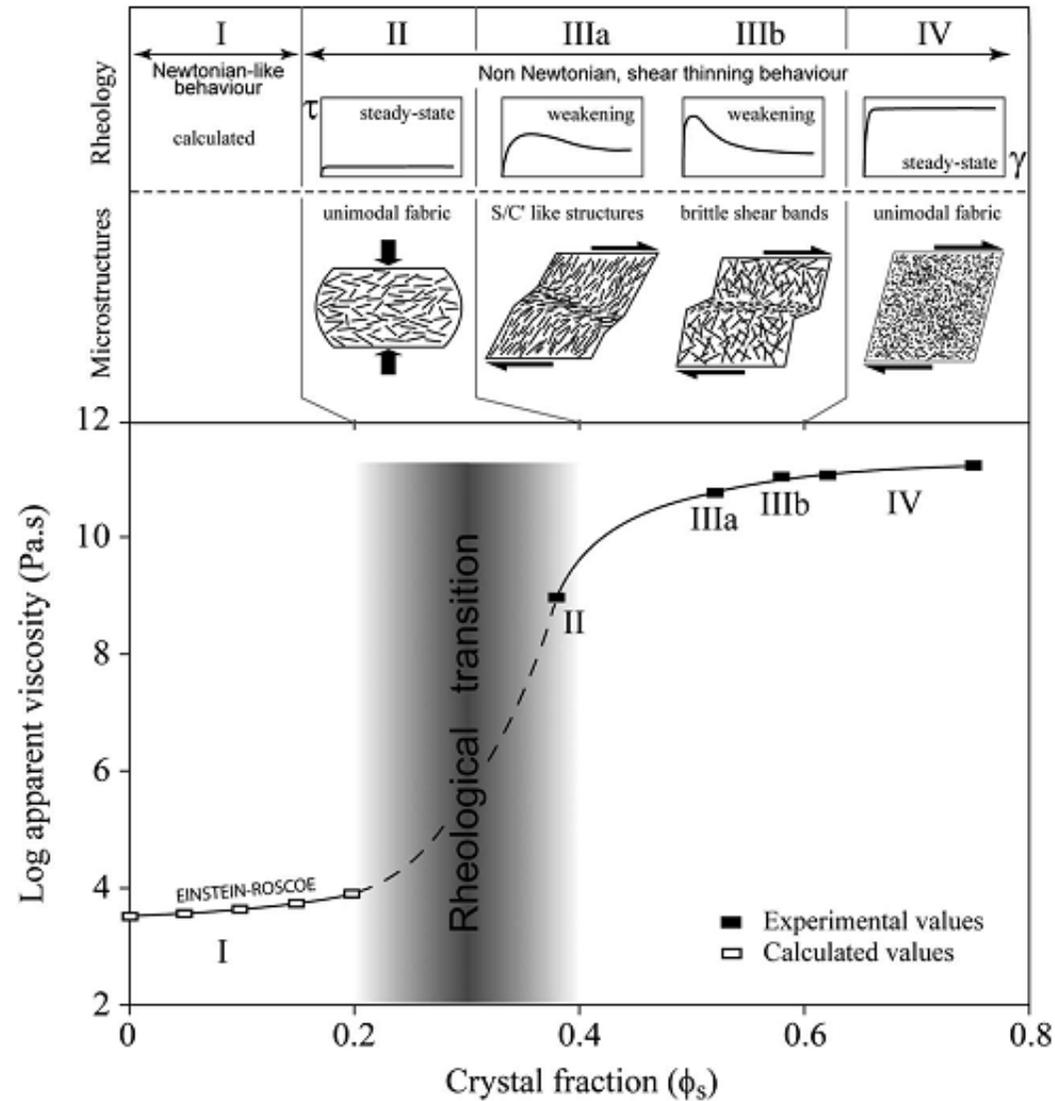
Dufek et
Bachmann,
Geology (2010)



Modèle rhéologique du magma

- La viscosité apparente est liée à la fraction volumique cristalline présente dans la solution magmatique

Picart et al., *J. Geophys. Res.*
(2013)

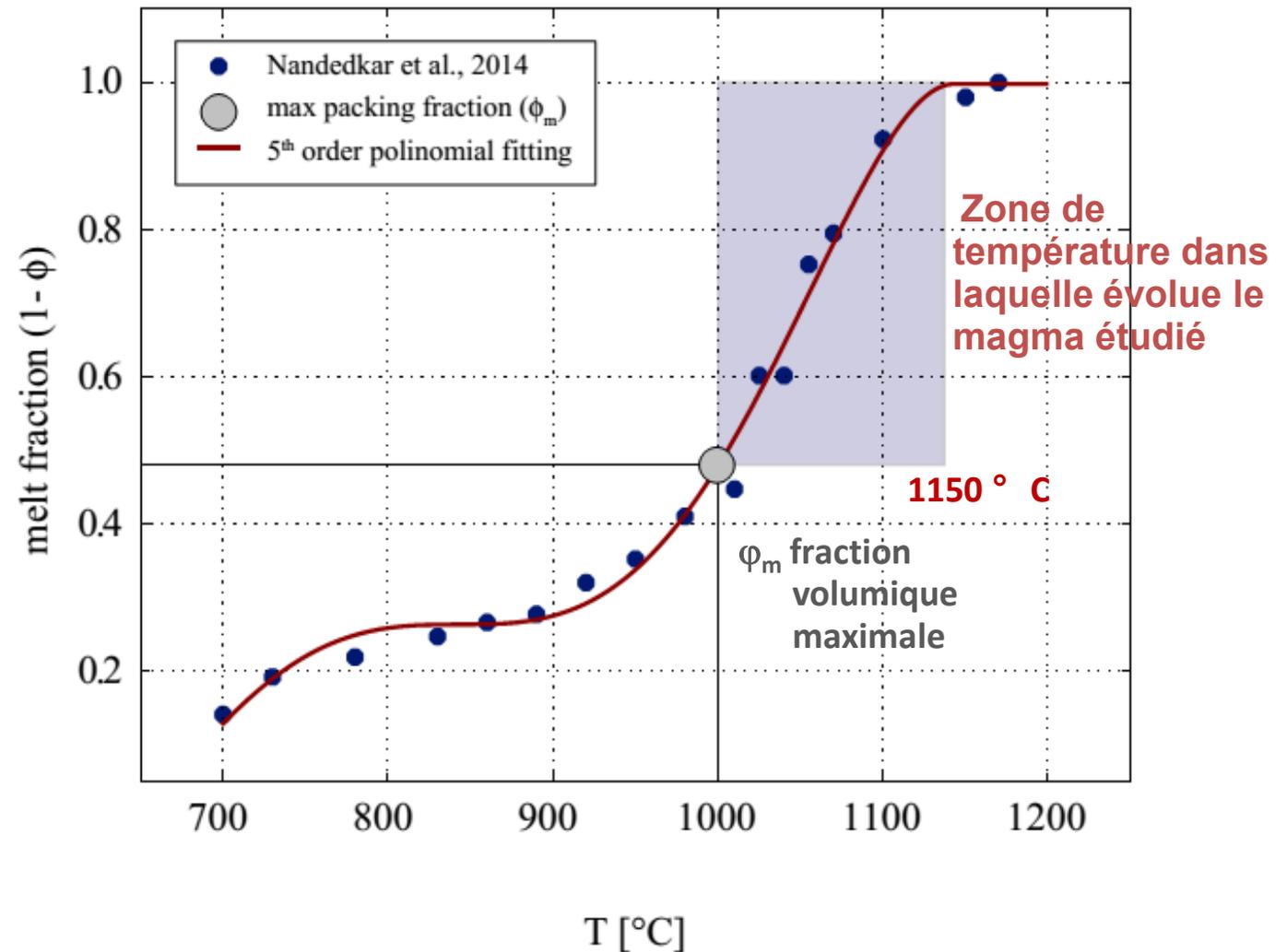


Le modèle rhéologique du magma

Composition initiale du magma (Nandedkar et al. (2014))

Element	wt. %
SiO₂	48,40
TiO ₂	0,70
Al ₂ O ₃	15,20
FeO _t	8,20
MnO	0,15
MgO	10,10
CaO	11,60
Na ₂ O	1,90
K ₂ O	0,60
P ₂ O ₅	0,10
H ₂ O	3,00
Tot	100,0

Relation entre la fraction volumique fondue du magma et la température (Nandedkar et al. (2014))



Le modèle rhéologique du magma

Loi de Herschel-Bulkley :

$$\eta = K \dot{\gamma}^{n-1} + \frac{\tau_0}{\dot{\gamma}}$$

Indice de consistance :

$$K = \eta_0 \left(1 - \frac{\varphi}{\varphi_m} \right)^{-2}$$

Seuil de contrainte :

$$\tau_0 = \tau^* \left[\left(1 - \frac{\varphi}{\varphi_m} \right)^{-2} - 1 \right]$$

φ_m : fraction maximale d'empilement (Mader et al., *J. Volc. Geotherm. Res.*, 2013)

$$\varphi_m = 0.55 \exp \left[-\frac{(\log_{10} r_p)^2}{2} \right]$$

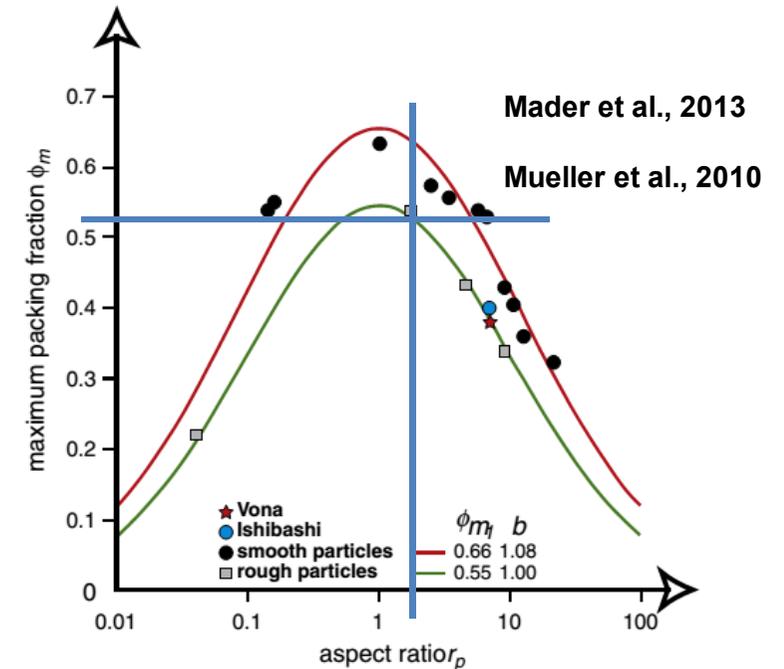
$$\log_{10}(\eta_0) = A + \frac{B}{T(K) - C}$$

η_0 : viscosité newtonnienne de la **solution fondue** (Giordano et al., 2008)

Indice de comportement (rhéofluidifiant) :

$$n = 1 - 0.2 r_p \left(\frac{\varphi}{\varphi_m} \right)^4$$

$r_p = 2$: rapport d'aspect des cristaux (distribution monomodale)



Formulation du problème

Code CFD Tamaris développé
par K. El Omari

- **Hypothèses :**

- Formulation **2D** instationnaire
- Modèle **biphasique** à **un fluide homogène**
- Magma basaltique **rhéofluidifiant** (avec seuil d'écoulement)
- **La viscosité apparente** est **dépendante de la température**
- L'inertie est prise en compte
- **La gravité** est **normale** aux **parois mobiles**
- L'approximation de **Boussinesq** est considérée pour la **variation de masse volumique**
- On impose un **gradient géothermique** de 10° C/km



Equations :

- Les équations de conservation suivantes (masse, quantité de mouvement et énergie) sont résolues (ici sous forme adimensionnelle) :

$$\nabla \cdot \vec{V} = 0$$

$$\frac{\partial(\vec{V})}{\partial\tau} + (\vec{V} \cdot \nabla)\vec{V} = -\nabla P + \nabla \cdot \left(\frac{\eta^*}{Re} \left((\nabla \vec{V}) + (\nabla \vec{V})' \right) \right) + \frac{Ra}{Re^2 Pr} T^* \vec{g}$$

$$\frac{\partial T^*}{\partial\tau} + \nabla(T^* \vec{V}) = \nabla \cdot \left(\frac{1}{Re Pr} \nabla T^* \right)$$

- Le transfert de chaleur convectif lors du refroidissement du magma est gouverné par 3 nombres adimensionnels :

➤ Re, Pr et Ra (les nombres de Reynolds, Prandtl et Rayleigh)

➤ La temperature adimensionnelle est T^* :

$$T^* = \frac{T - T_\infty}{\Delta T_r}$$

avec

$$\Delta T_r = T_r - T_\infty$$

$$T^* = 1$$

: au début du refroidissement

$$T^* = 0$$

: si $T_r = T_\infty$



Régularisation :

$$\begin{cases} \eta = K\dot{\gamma}^{n-1} + \frac{\tau_0}{\dot{\gamma}} & \text{si } \tau > \tau_0 \\ \eta = \infty & \text{si } \tau < \tau_0 \end{cases}$$



$$\eta = K\dot{\gamma}^{n-1} + \frac{\tau_0}{\dot{\gamma}} \left[1 - \exp(-M\dot{\gamma}) \right]$$

Modèle de Herschel-Bulkley régularisé par
l'équation de Papanastasiou (1987)

- Le nombre de Reynolds est construit à partir de la **viscosité initiale du magma chaud** ($T^*=1$)

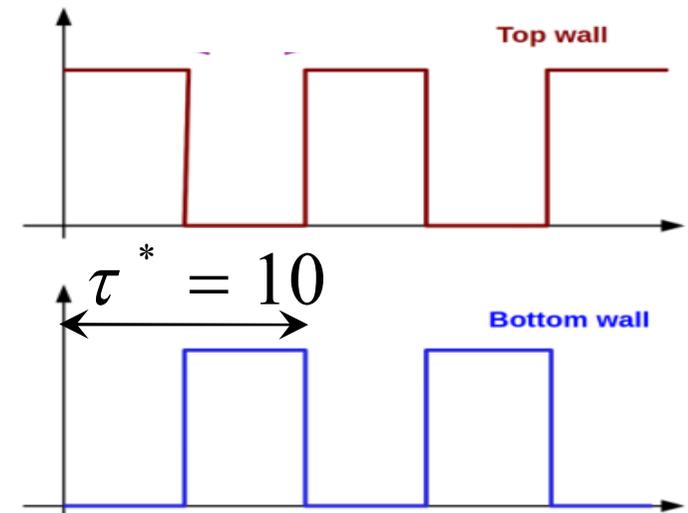
$$Re = \frac{U.L}{\nu}$$

- Un écoulement fortement laminaire est choisi :

$$Re = 1$$

- Exemple pour une chambre magmatique:

$$L = 1000 \text{ m}$$



$$Re = 1$$

Unité de temps
L/U

temps réel pour
une période 10.L/U

$$L = 1000 \text{ m}$$

15,38 années

153,8 années



Choix du nombre de Rayleigh :

Propriétés initiales

Basalte

Masse volumique (kg.m ³)	2750
Viscosité dynamique initiale (Pa.s)	100
Conductivité thermique (W.m ⁻¹ .K ⁻¹)	2,2
Diffusivité thermique (m ² /s)	8 10 ⁻⁷
Chaleur spécifique (J. kg ⁻¹ .K ⁻¹)	1000
Viscosité dynamique (Pa.s)	5,67

Nombre de Prandtl
élevé :

→ Pr = 45450

$$Ra = \frac{\rho_r g \beta \Delta T_r L_r^3}{\alpha_r \eta_r}$$

Choix : Ra₀ = 10⁸

Ra(t) ?

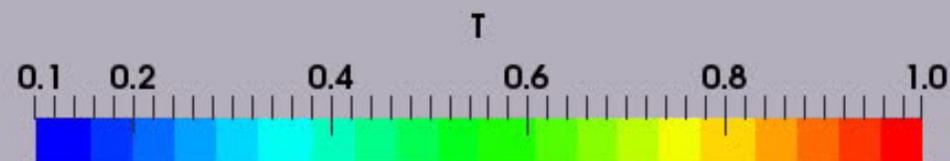


Résultats :

Convection naturelle



Convection + advection chaotique



Résultats :

Convection naturelle

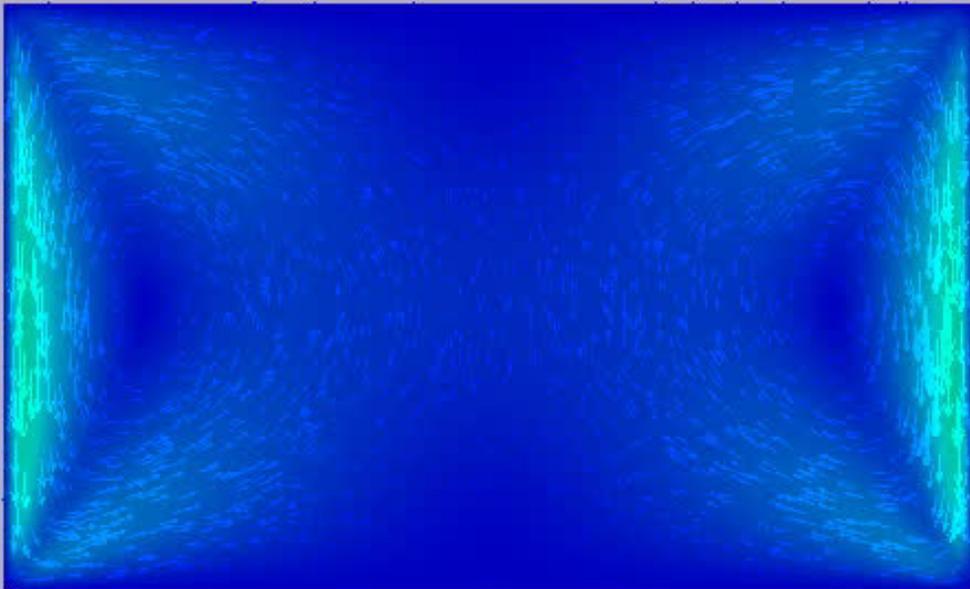


Convection + advection chaotique

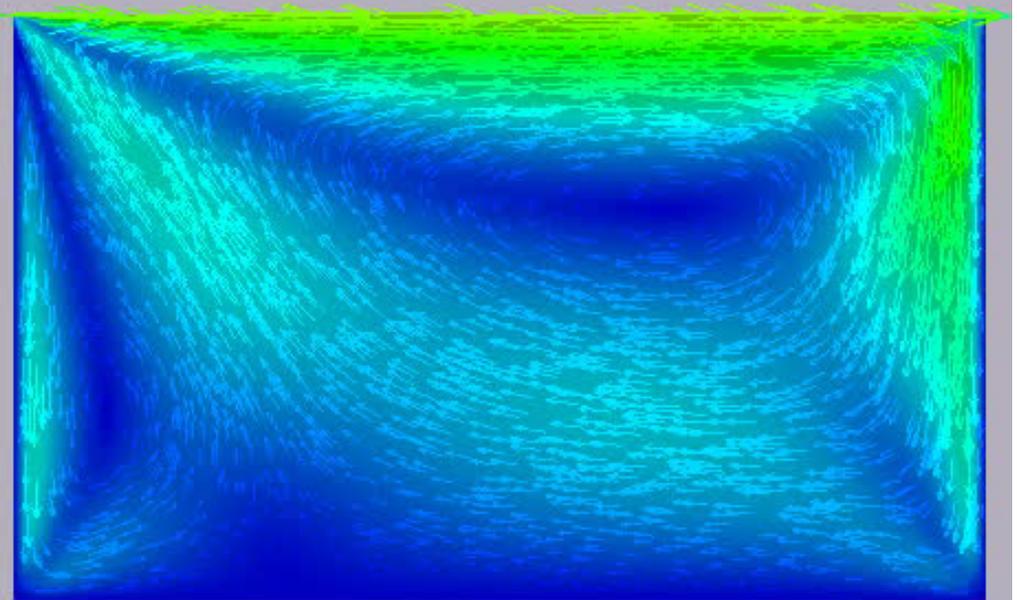


Résultats :

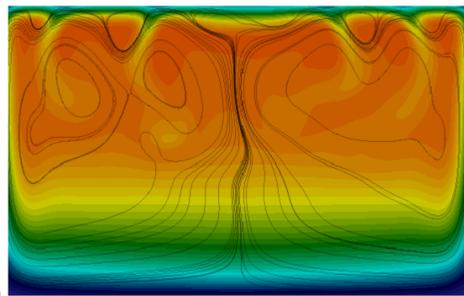
Convection naturelle



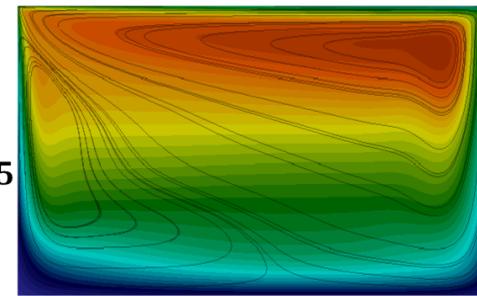
Convection + advection chaotique



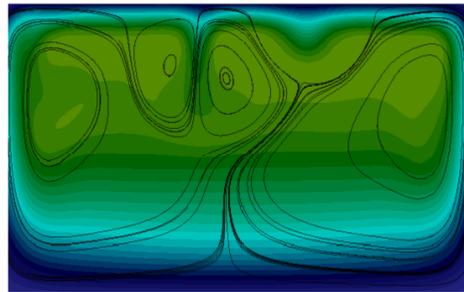
Evolution spatio-temporelle des champs de la température adimensionnelle T^*



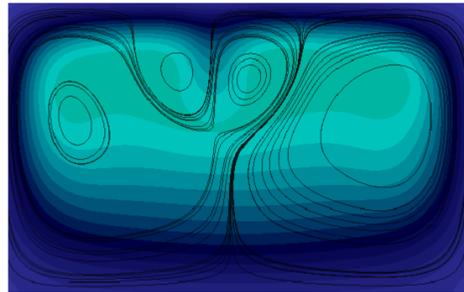
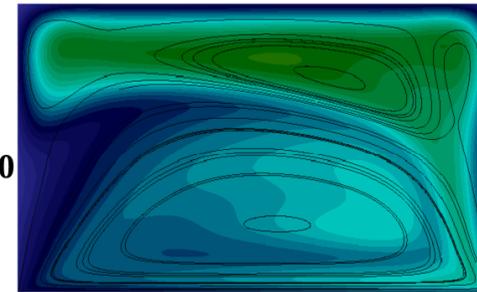
Convection naturelle



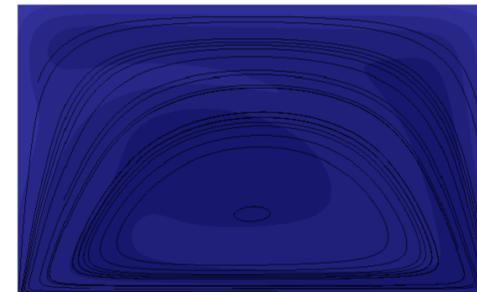
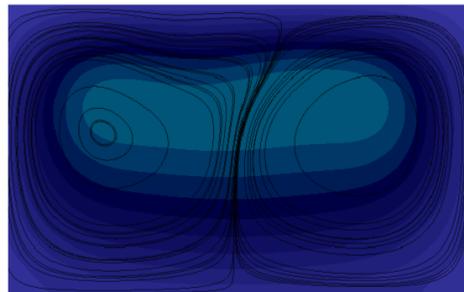
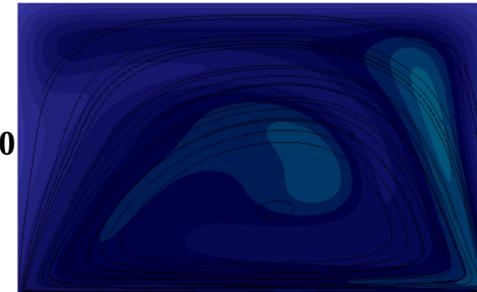
Convection + advection chaotique



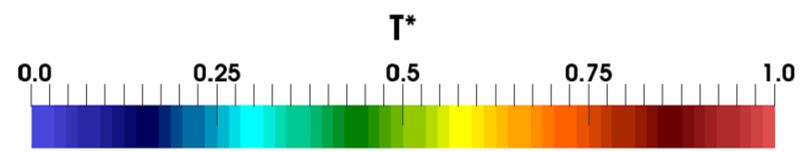
$\tau = 30$



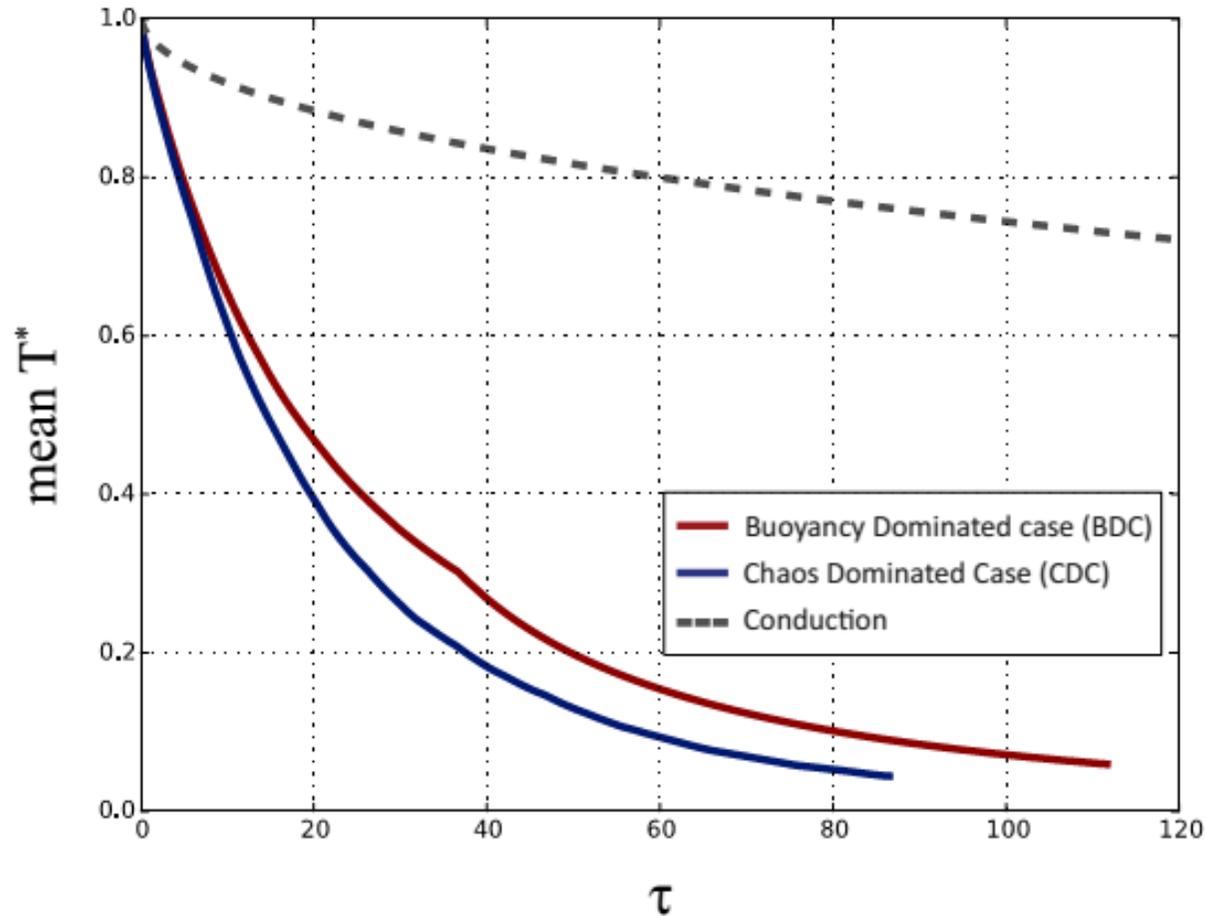
$\tau = 50$



Temps



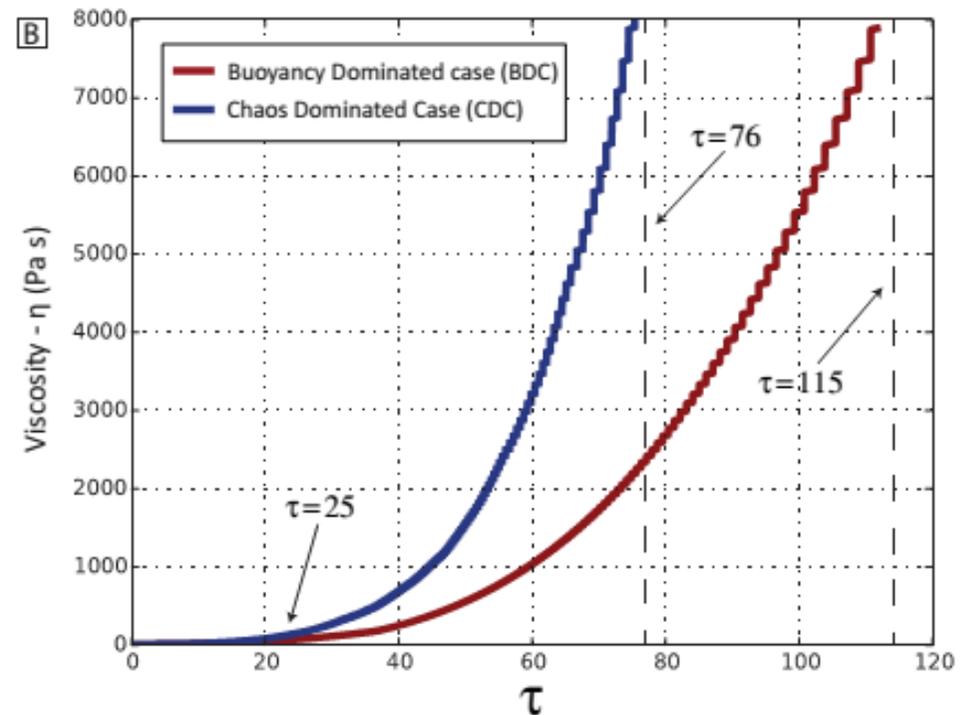
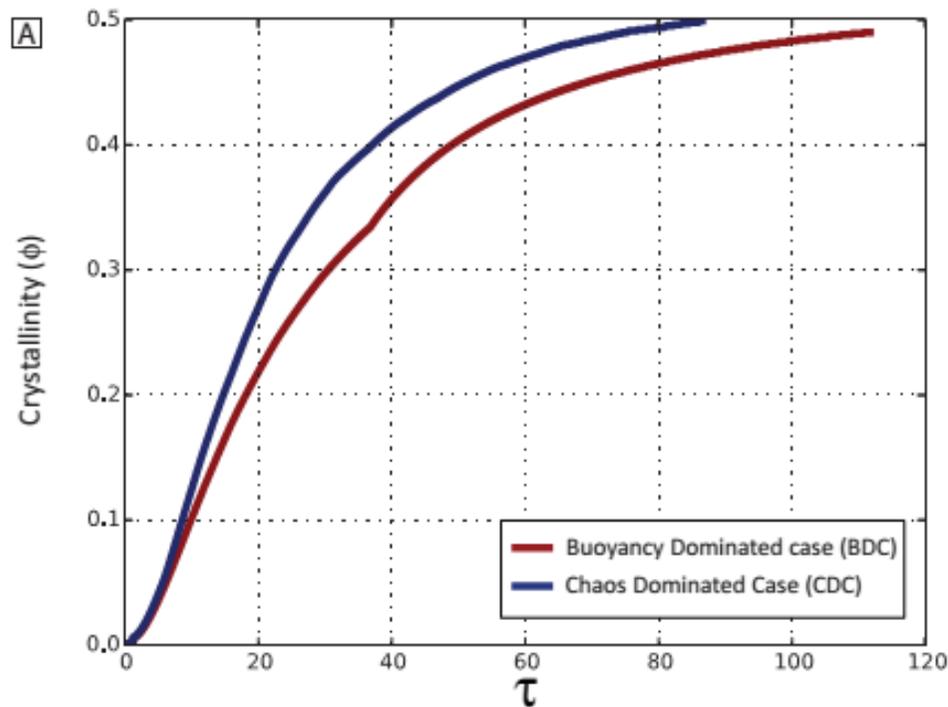
Evolution de la température moyenne adimensionnelle T^* en fonction du temps adimensionnel



— Convection naturelle
— Convection + advection chaotique



Evolution du taux moyen de cristallinité ϕ et de la viscosité en fonction du temps adimensionnel

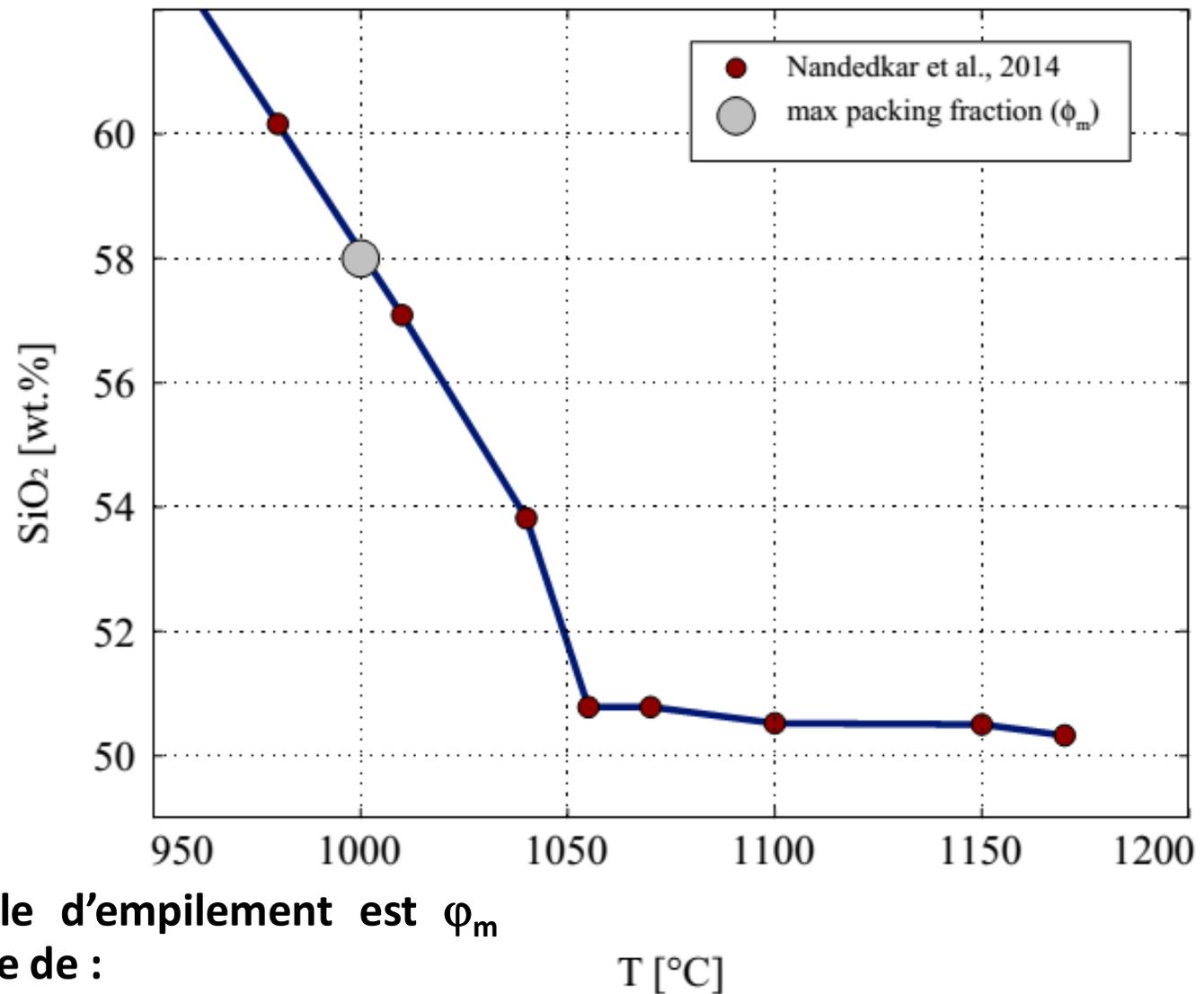


— Convection naturelle
— Convection + advection chaotique



Relation entre la concentration en SiO_2 dans le magma résiduel et la température

Nandedkar et al.,
*Contrib. Mineral
Petrol.* (2014)



La fraction maximale d'empilement est ϕ_m
donnée par le modèle de :
Mader et al., *J. Volcanol. Geotherm* (2013)

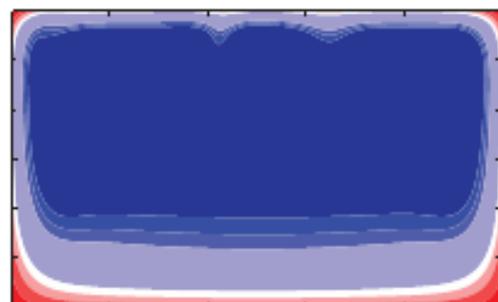


Evolution spatio-temporelle des champs de concentration en SiO_2 dans le magma résiduel

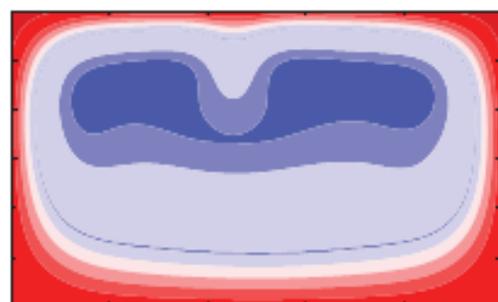
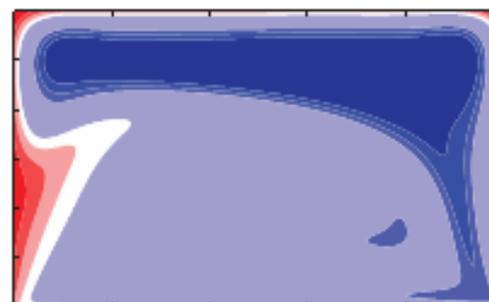
Convection naturelle

Convection + advection chaotique

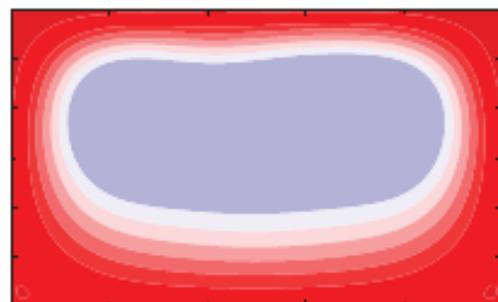
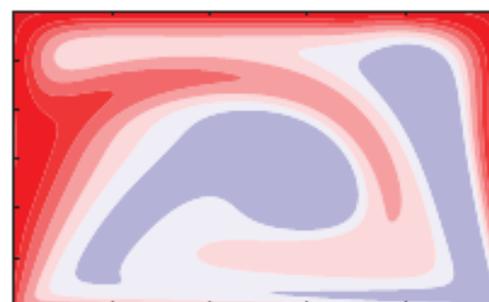
Temps



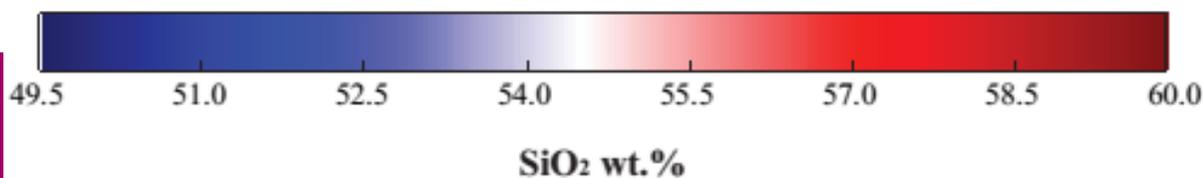
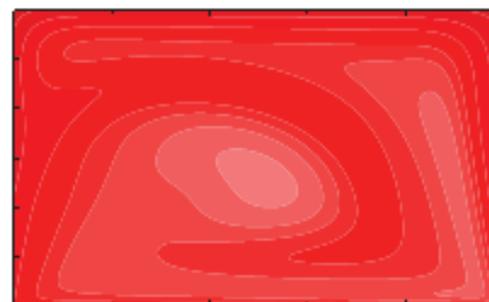
$\tau = 30$



$\tau = 50$

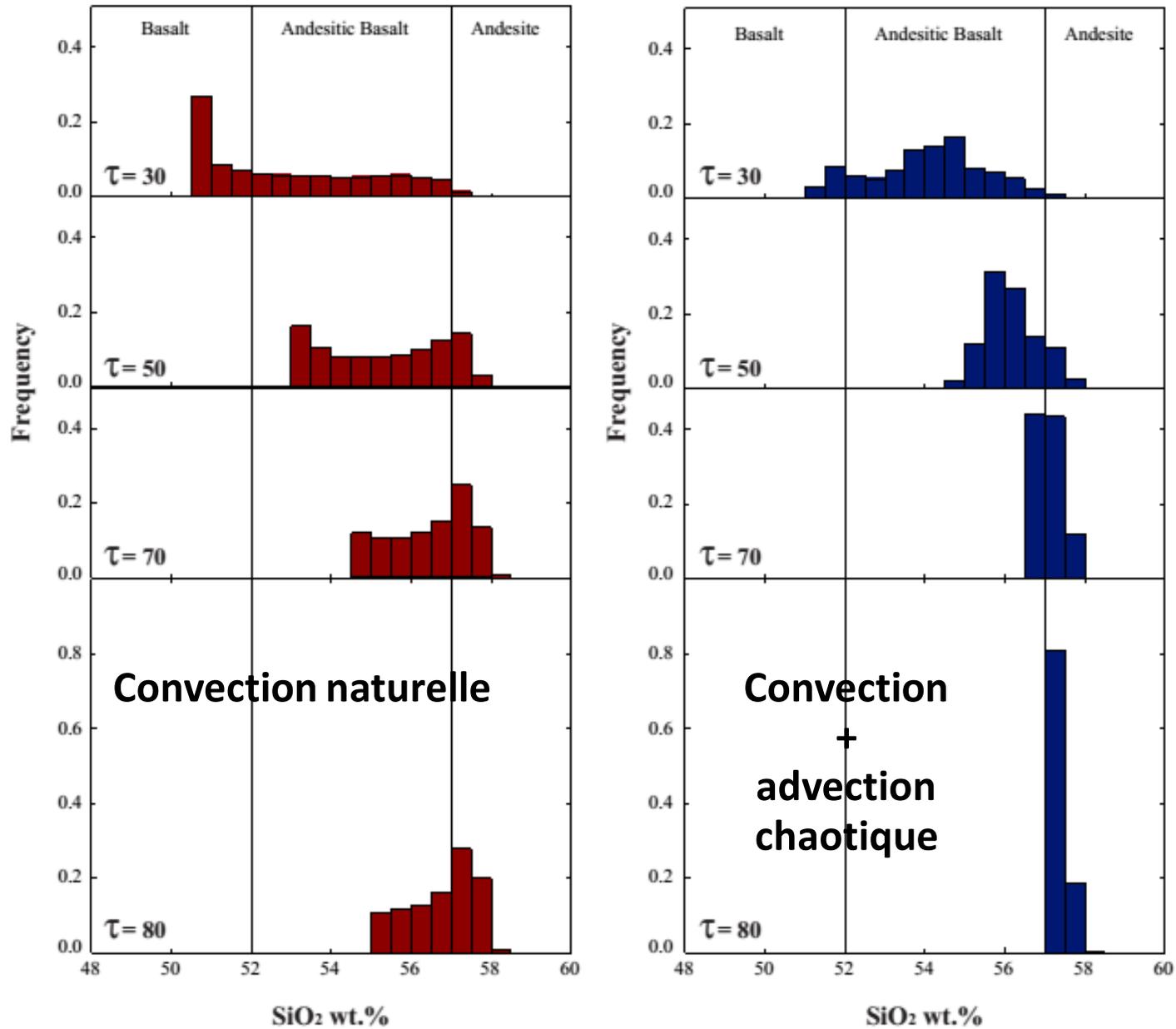


$\tau = 70$

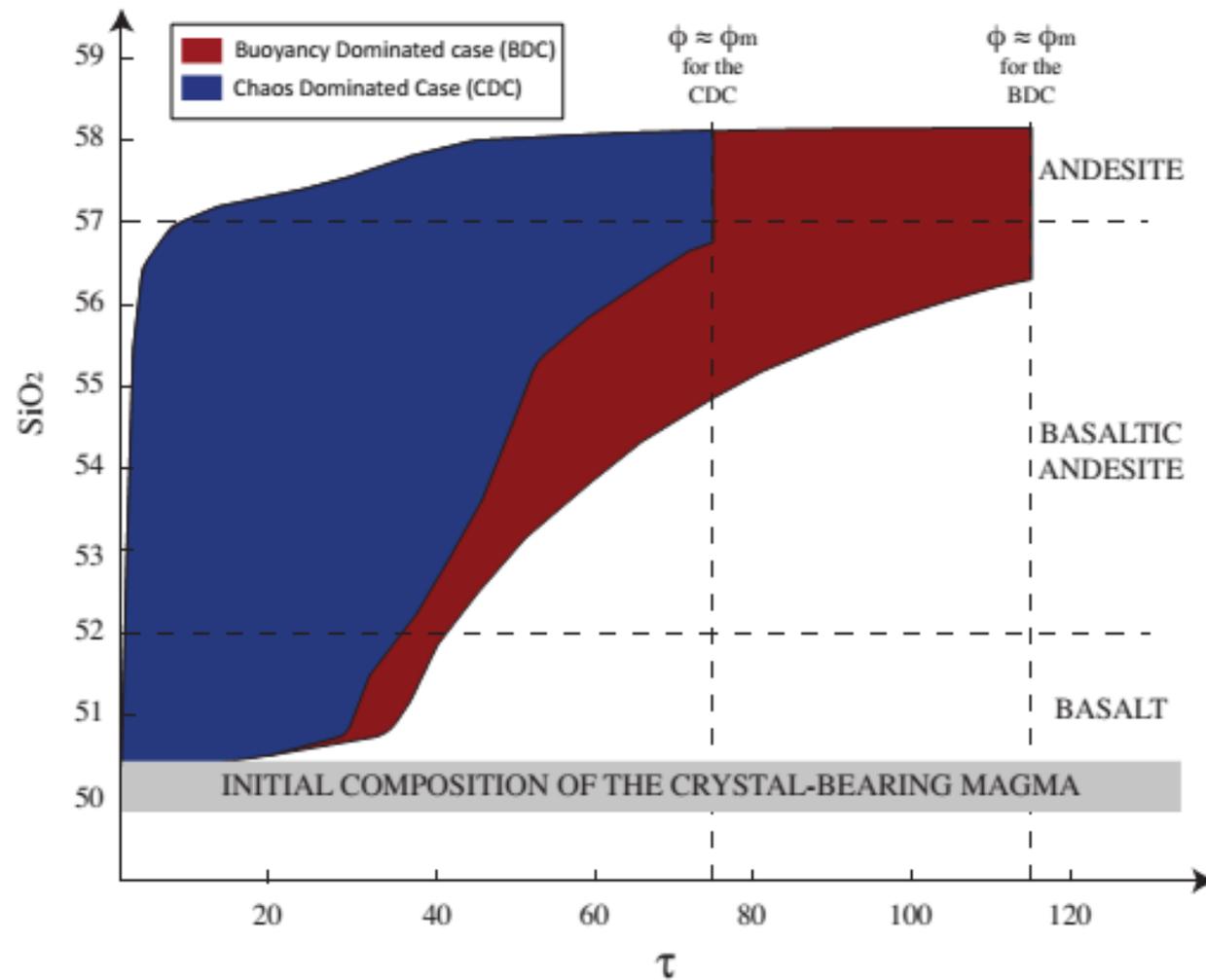


PDF de SiO_2 présent dans le magma

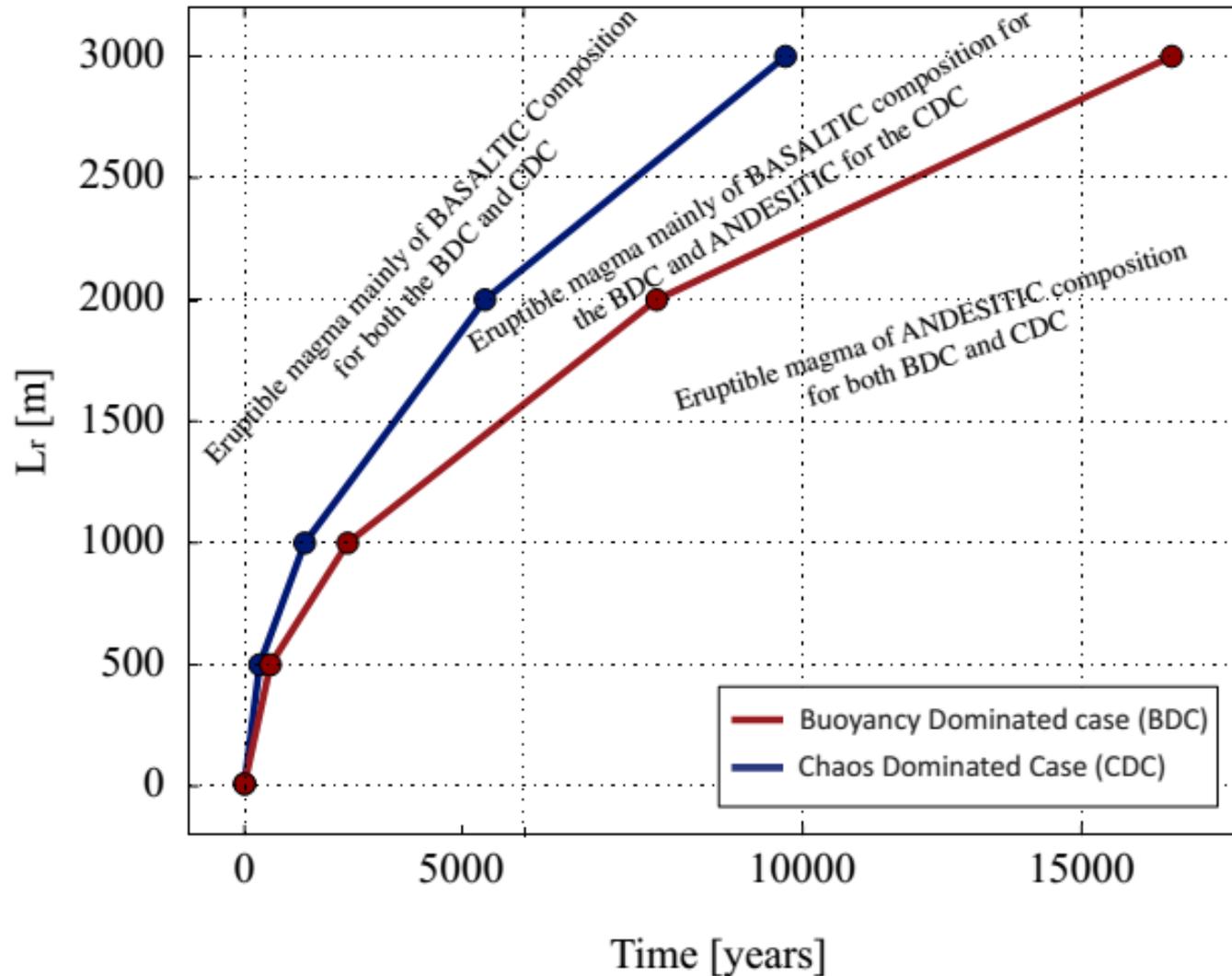
Temps



Composition en SiO_2 dans le magma en fonction du temps adimensionnel



Temps requis pour atteindre ϕ_m en fonction de la dimension de la chambre magmatique



Merci pour votre attention

CONTACTS

Yves Le Guer

Laboratoire SIAME – Université de Pau et des Pays de l'Adour (UPPA)

yves.leguer@univ-pau.fr

Kamal El Omari

Kamal.elomari@univ-pau.fr

Maurizio Petrelli

maurizio.petrelli@unipg.it

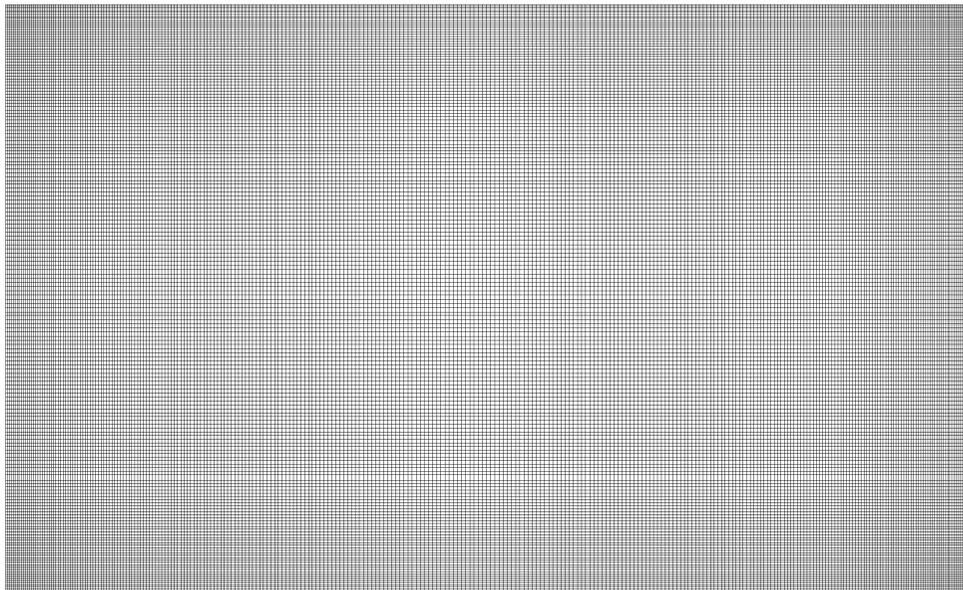
Diego Perugini

diego.perugini@unipg.it



Numerical method

- In-house **CFD Tamaris** solver of K. El Omari
- The unsteady 2D Navier-Stokes and energy conservation equations are solved with an unstructured FV method
- Special care for limiting numerical diffusion in convective scheme (high resolution non-linear CUBISTA scheme)
- Bingham viscoplastic model regularized by Papanastasiou equation (1987)



$$\tau = \left\{ \frac{\tau_0 [1 - \exp(-m \dot{\gamma})]}{\dot{\gamma}} + \mu \right\} \dot{\gamma},$$

Computational mesh

54000 cells