Modes critiques des écoulements viscoélastiques dans le système de Couette-Taylor

Yang BAI, Olivier Crumeyrolle, Innocent MUTABAZI

LOMC, Le Havre

UNIVERSITÉ LE HAVRE

LABORATOIRE ONDES et MILIEUX COMPLEXES

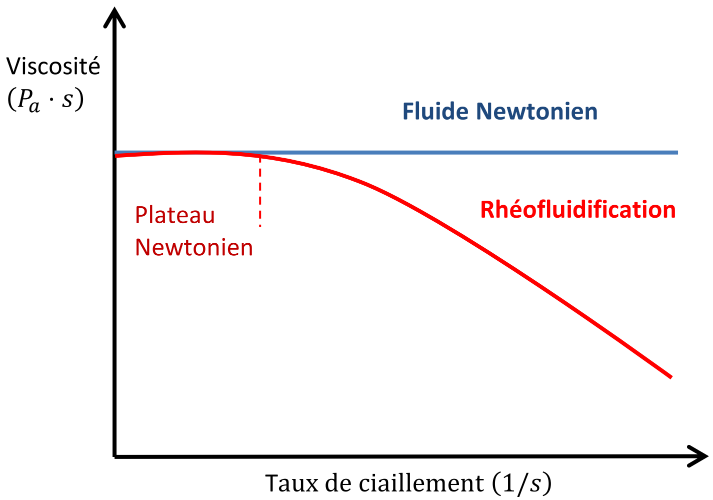
cnrs dépasser les frontières

REGION HAUTE NORMANDIE

SFT, Paris, 19/11/2015

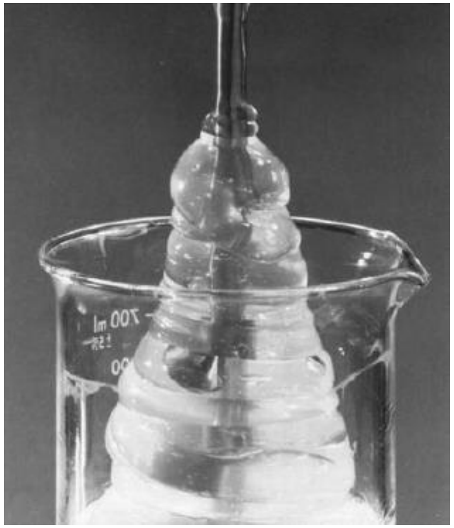
Fluide viscoélastique

Effet rhéofluidification



- ❑ Viscosité diminue avec le taux de cisaillement
- ❑ Mais le fluide viscoélastique de modèle d'Oldroyd-B n'est pas rhéofluidifiant

Effet de Weissenberg



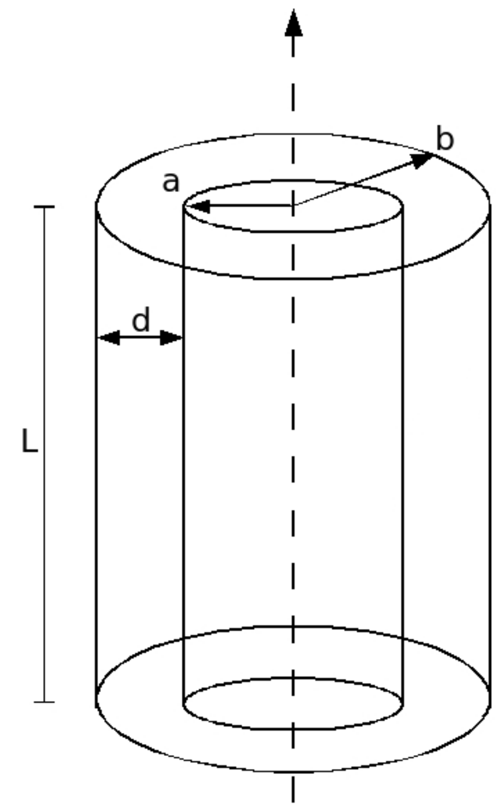
Fluide monte le long une tige en rotation à cause d'une différence de contraintes normales non nulle

Instabilité purement élastique

Écoulement déstabilisé au nombre de Taylor négligeable.
$Ta = 9.6 \times 10^{-8}$
[Larson1990]

Paramètres de contrôle

- Paramètres géométrique:
  - Rapport de rayon : $\eta = \frac{a}{b}$
  - Courbure : $\delta = \frac{2d}{a+b}$
- Propriétés viscoélastique:
  - Elasticité : $E = \frac{\tau}{\tau_\nu} = \frac{\tau(\mu_p+\mu_s)}{\rho d^2}$
  - Rapport de viscosité : $S = \frac{\mu_p}{\mu_t}$
- Paramètres de rotation:
  - Rapport de rotation : $\mu = \frac{\Omega_b}{\Omega_a}$
  - Taux de cisaillement : $\dot{\gamma} = \frac{|\Omega_b b - \Omega_a a|}{d}$
  - Nombre de Reynolds : $Re = \dot{\gamma}\tau_\nu = \frac{\rho|\Omega_b b - \Omega_a a|d}{\mu_p+\mu_s}$
  - Nombre de Weissenberg : $Wi = \dot{\gamma}\tau = \frac{\tau|\Omega_b b - \Omega_a a|}{d} = ReE$
  - Nombre de Taylor : $Ta = Re\sqrt{\delta}$



Analyse de stabilité linéaire (ASL)

- Équation du modèle d'Oldroyd-B

$$\begin{cases} \nabla \cdot \vec{U} = 0 \\ Re\left(\frac{\partial \vec{U}}{\partial t} + \vec{U} \cdot \nabla \vec{U}\right) = -\nabla(\Pi) + \nabla \cdot \bar{\bar{T}} + (1-S)\nabla^2 \vec{U} \\ \bar{\bar{T}} + Wi[\frac{\partial \overline{\overline{Tp}}}{\partial t} + \vec{U} \cdot \nabla \bar{\bar{T}} - \left(\nabla \vec{U}\right)^T \cdot \bar{\bar{T}} - \bar{\bar{T}} \cdot \nabla \vec{U}] = S[\nabla \vec{U} + (\nabla \overrightarrow{U})^T] \end{cases}$$

- Écoulement de base

$$\vec{\mathrm{U}} = \mathrm{V}(\mathrm{r})\overrightarrow{e_\theta} = (Ar + B/r)\overrightarrow{e_\theta}$$

$$\bar{\bar{T}} = \begin{pmatrix} 0 & T_{r\theta}(r) & 0 \\ T_{r\theta}(r) & T_{\theta\theta}(r) & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -2SB/r^2 & 0 \\ -2SB/r^2 & 8Wi\,SB^2/r^4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$N_1 = T_{\theta\theta}(r) - T_{rr}(r) = 8Wi\frac{SB^2}{r^4}$$

$$N_2 = T_{zz}(r) - T_{rr}(r) = 0$$

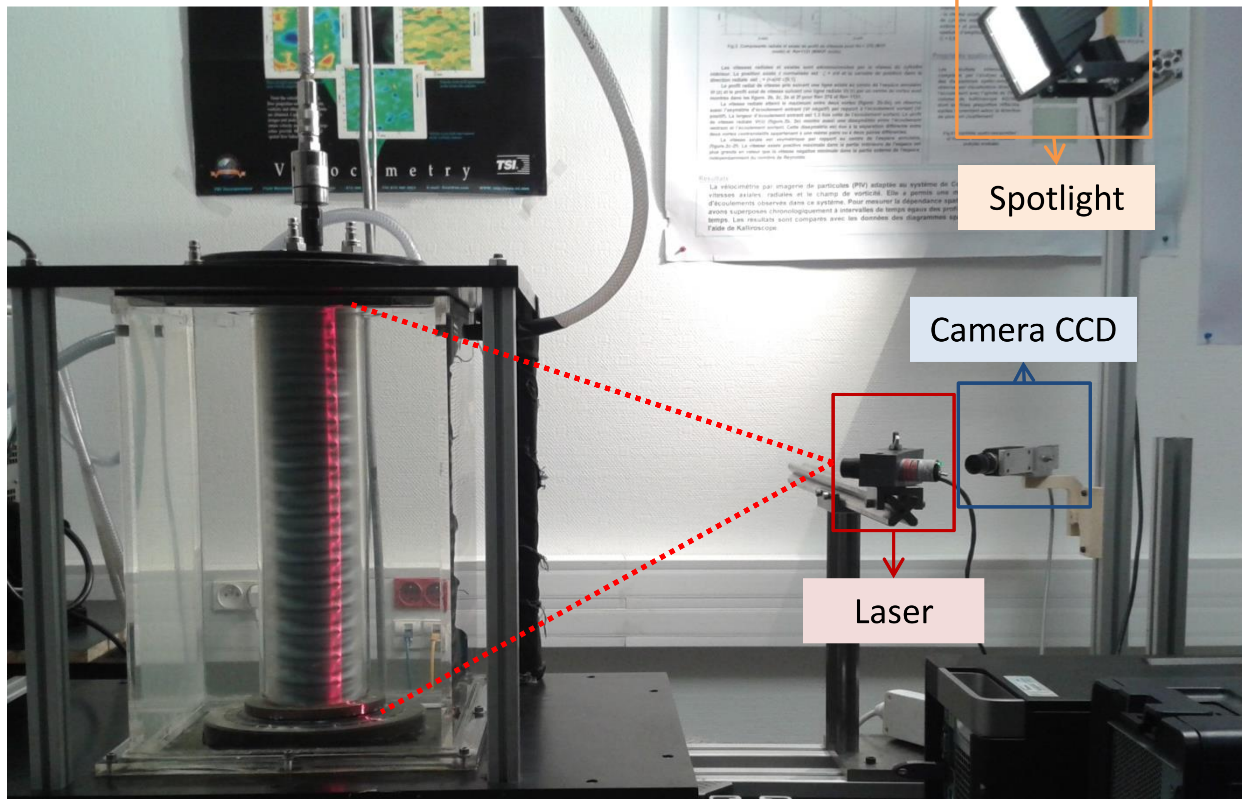
$$\mathrm{A} = \frac{\mu - \eta^2}{\eta(1+\eta)} \qquad \mathrm{B} = \frac{(1-\mu)\eta}{(1-\eta)(1-\eta^2)}$$

- Perturbation

$$e^{(st+im\theta+iqz)}$$

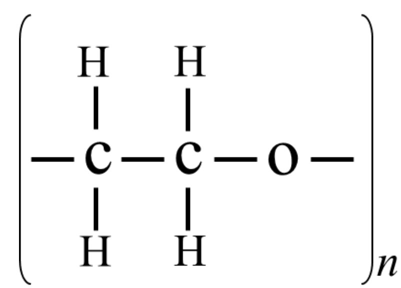
Expérience de Couette-Taylor

- Paramètres
  - $a = 4cm \quad b = 5cm$
  - $\eta = 0.8$
  - $h = 45cm$
  - $\Gamma = 45$
  - $T = 20°C \pm 0.2°C$
- Visualisation
  - Kalliroscope(2%)
  - Laser
  - Spotlight



- Solution de polymère :
  - L'eau dégazé et délinéarisé
  - alcool isopropylique (IPA) (2.5%)
  - Polyéthylène glycol (PEG) (2 10^3 g/mol) [concentration varies, 2.5%-25%]

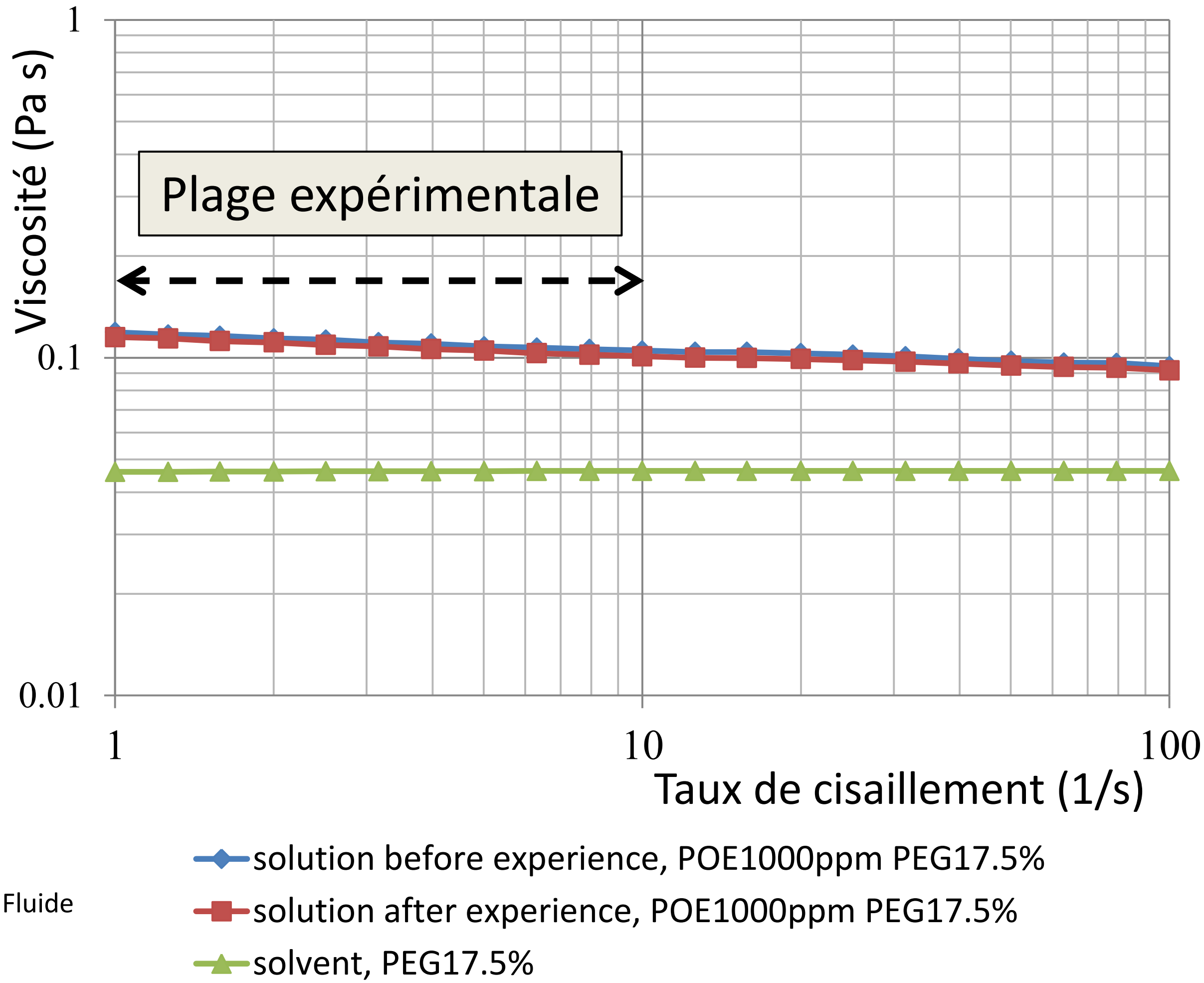
Solvant

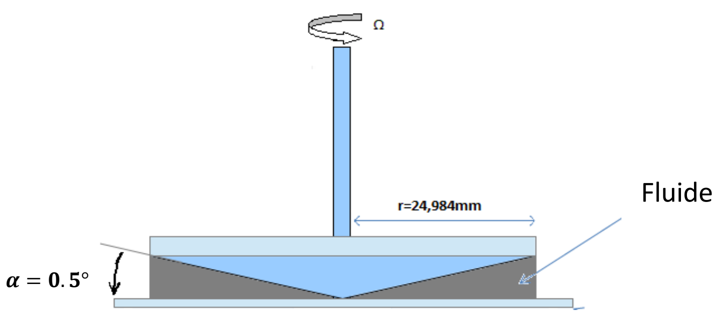


  - Polyéthylène oxyde(POE) (8 10^6 g/mol) [concentration fixé au 1000ppm]

Viscosité

- Modèle d'Oldroyd-B validé par tests rhéologique de cisaillement (type cône-plan)



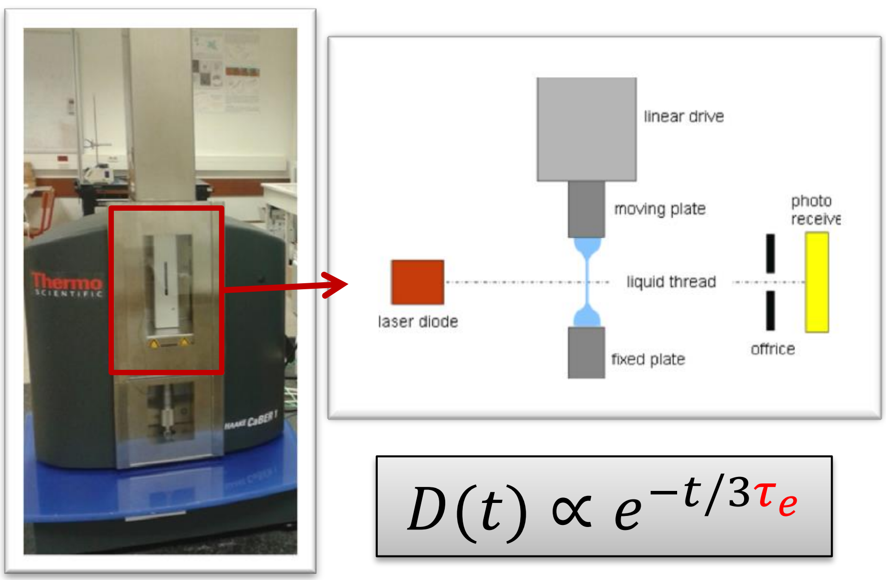


Nos solutions : $0.45 < S < 0.9$

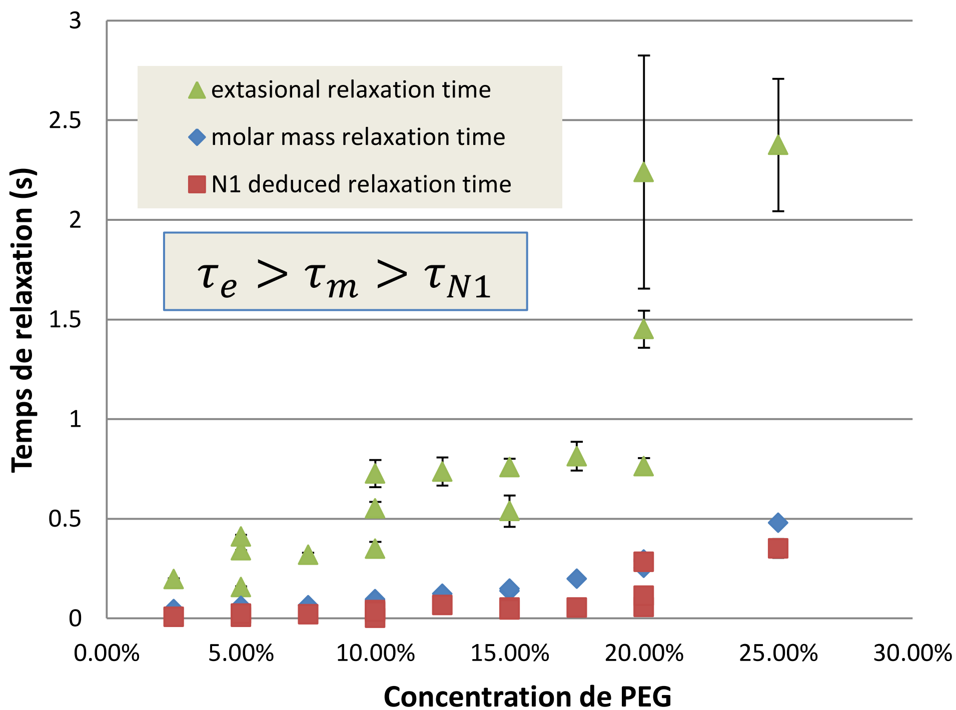
Temps de relaxation

- Trois temps de relaxation
  - Mesuré par an Rhéomètre extensionnel (CaBER): : τ_e
  - Estimé par la masse molaire et la viscosité polymérique: : $\tau_m \equiv \frac{\mu_p}{C_i RT}$
  - Estimé par la première différence normal N_1 : $\tau_{N1} \equiv \frac{N_1}{2\mu_p \dot{\gamma}^2}$
- Trois élasticité expérimentales : E_e, E_m, E_{N1}

CaBER



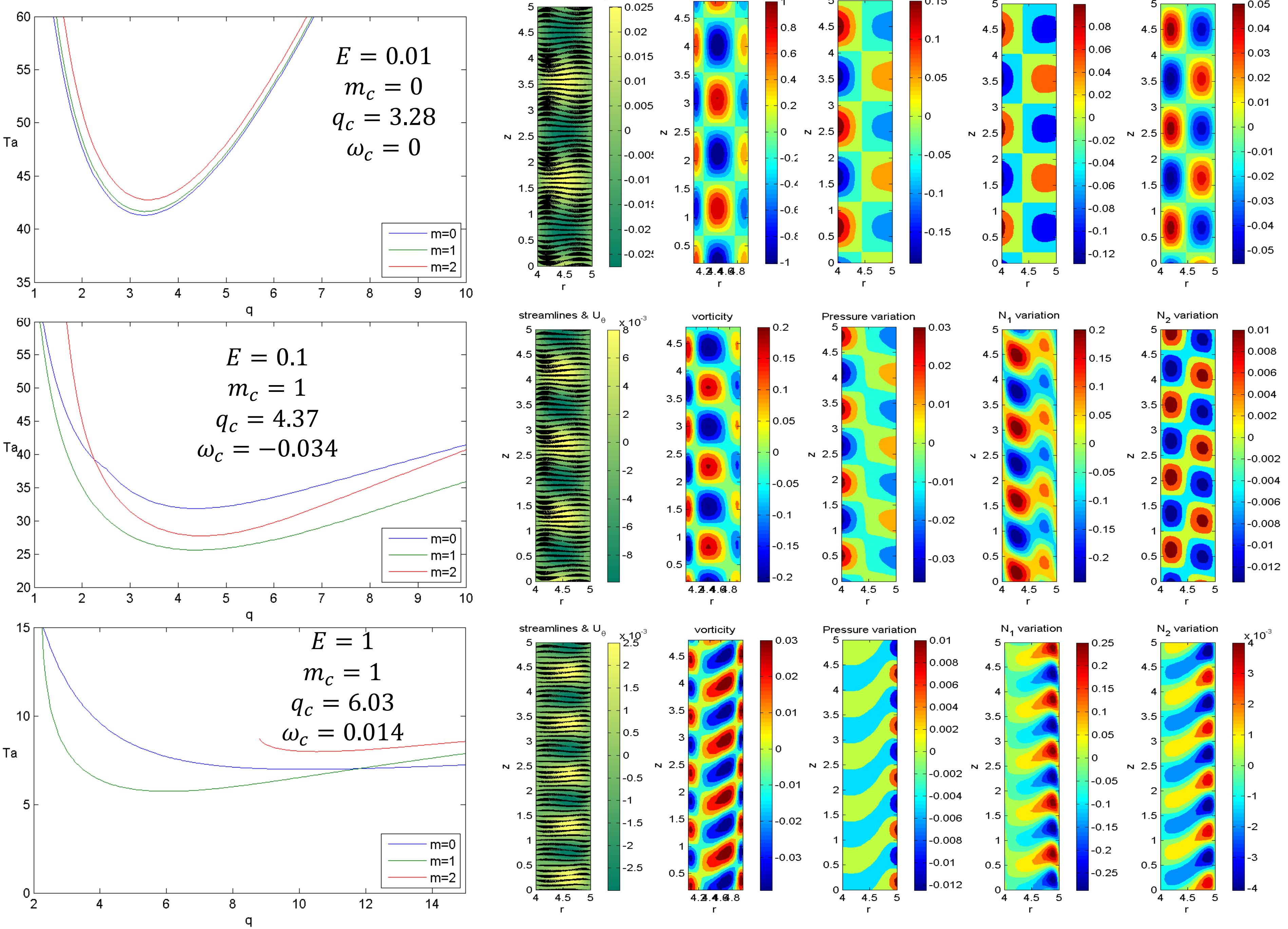
$$D(t) \propto e^{-t/3\tau_e}$$



RÉSULTATS $\mu = 0$

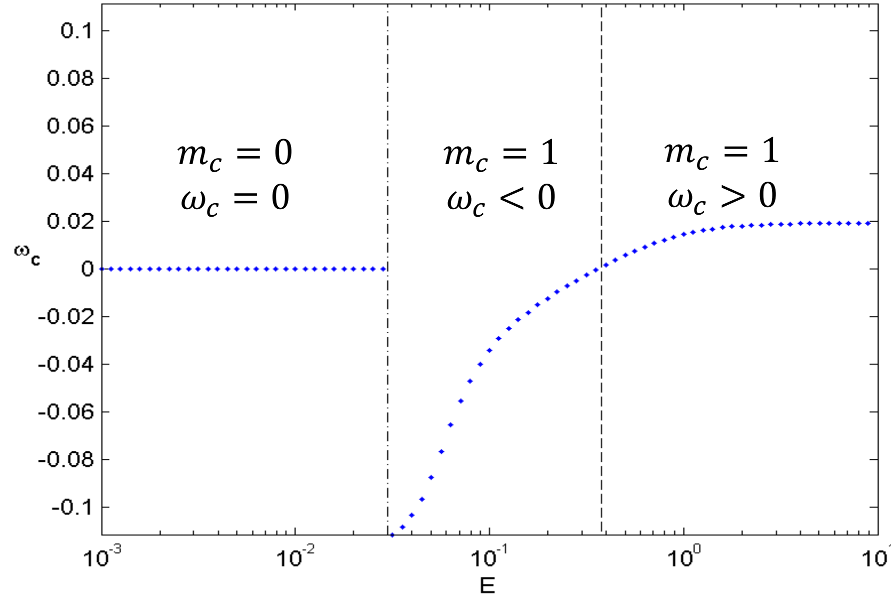
- Cylindre intérieur tourné, extérieur fixé $\mu = 0$
  - ASL
  - Expériences

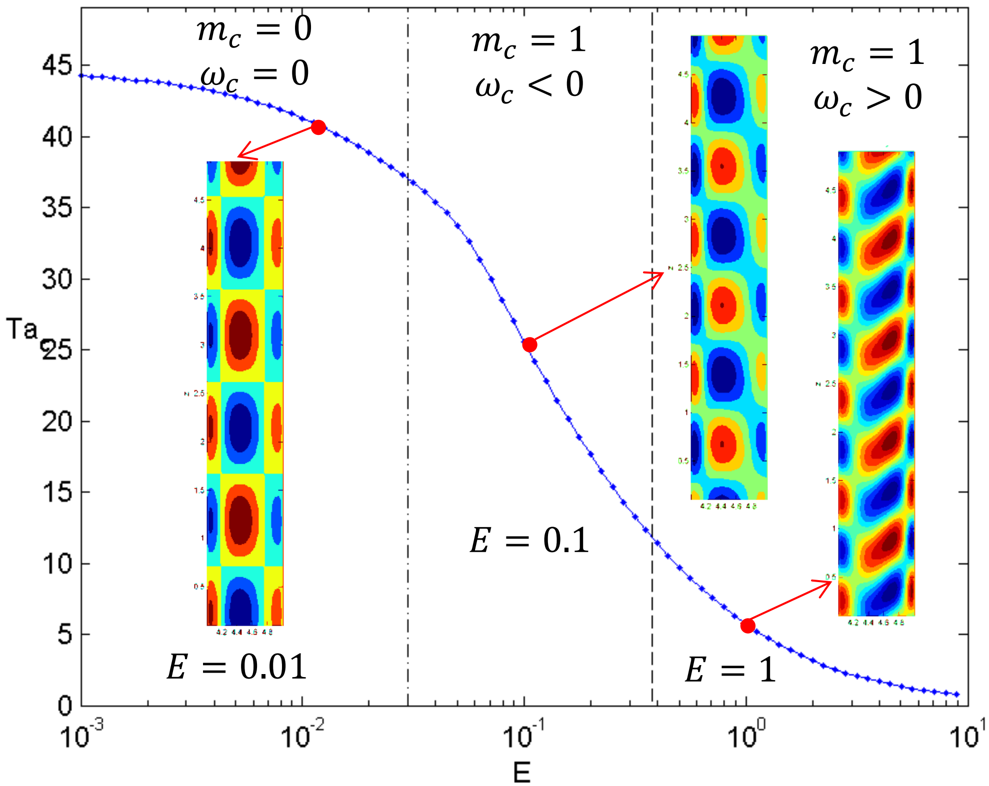
Modes critiques ASL $\mu = 0 S = 0.6$

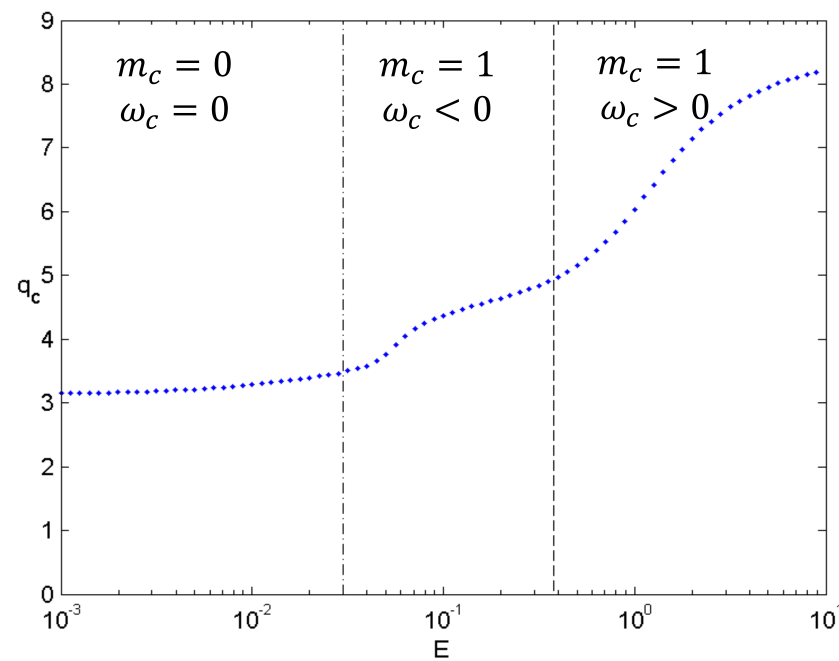


Modes critiques ASL pour $\mu = 0, S = 0.6$

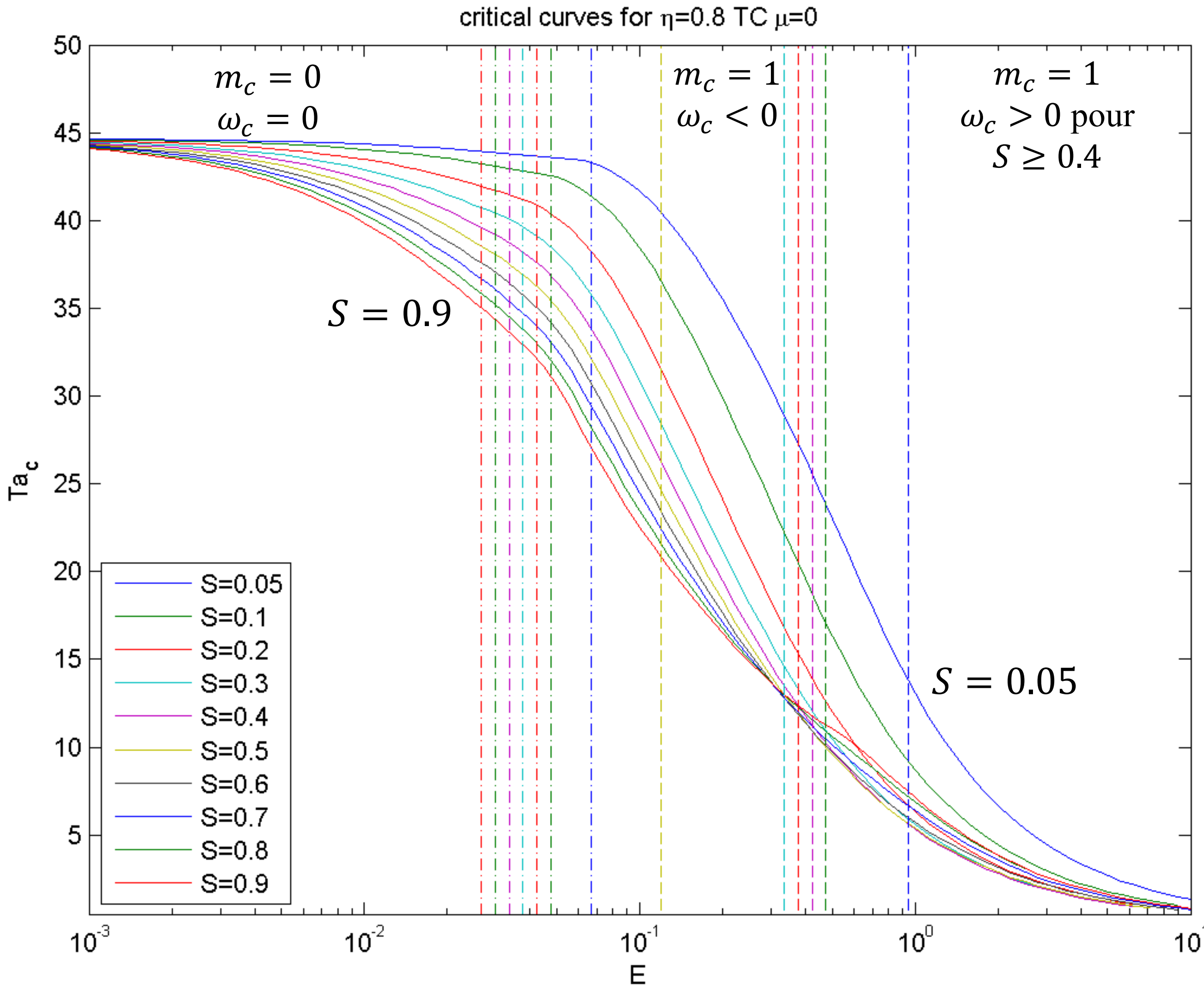
- $Ta_c \searrow \quad E \nearrow$
- $q_c \nearrow \quad E \nearrow$
- Modes critiques séparé par $m_c = 0$ ou $m_c = 1$
- Modes critiques séparé par la signe de ω_c pour $S \geq 0.4$





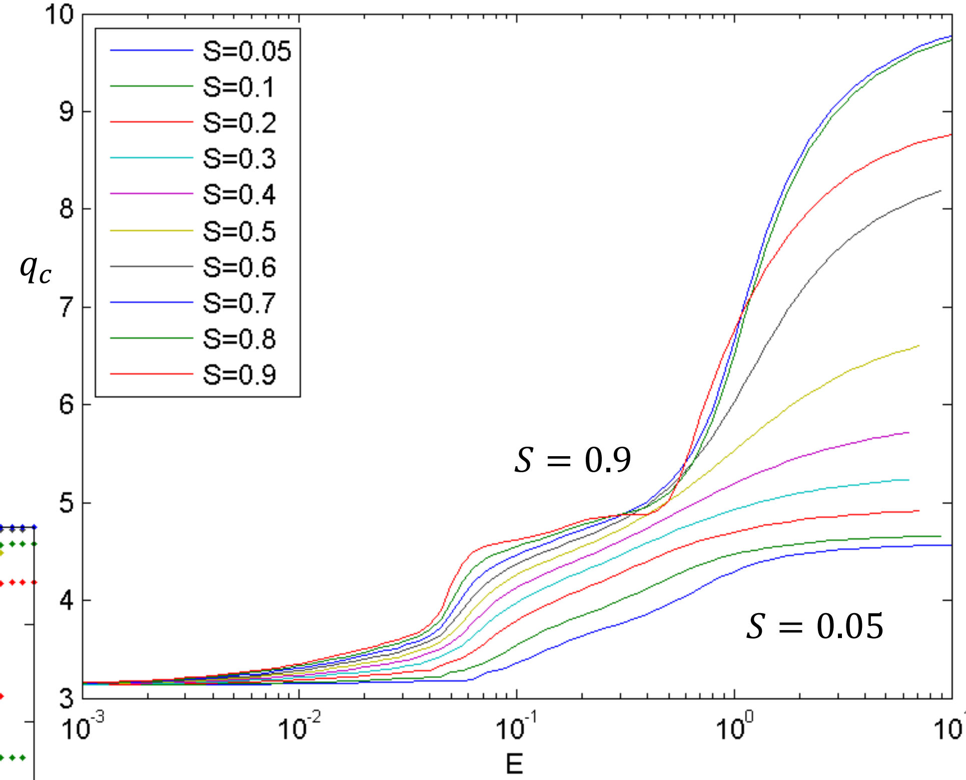


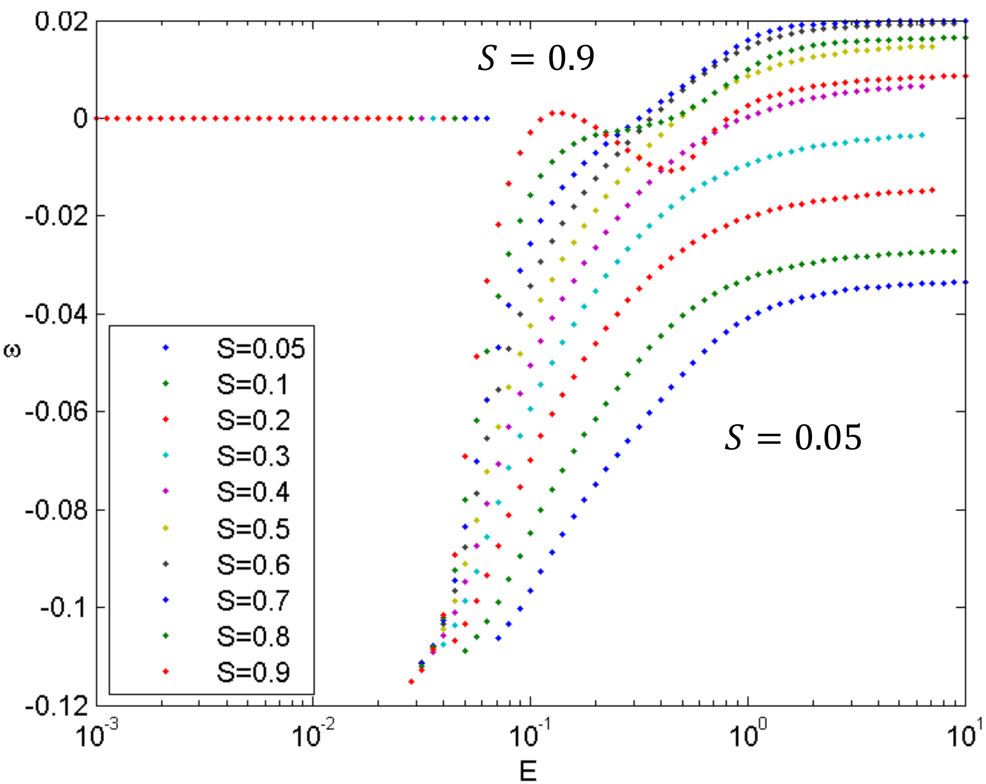
Valeurs critiques (Ta_c, E) pour S différent



Valeurs critiques (ω_c, E) et (q_c, E) pour S différent

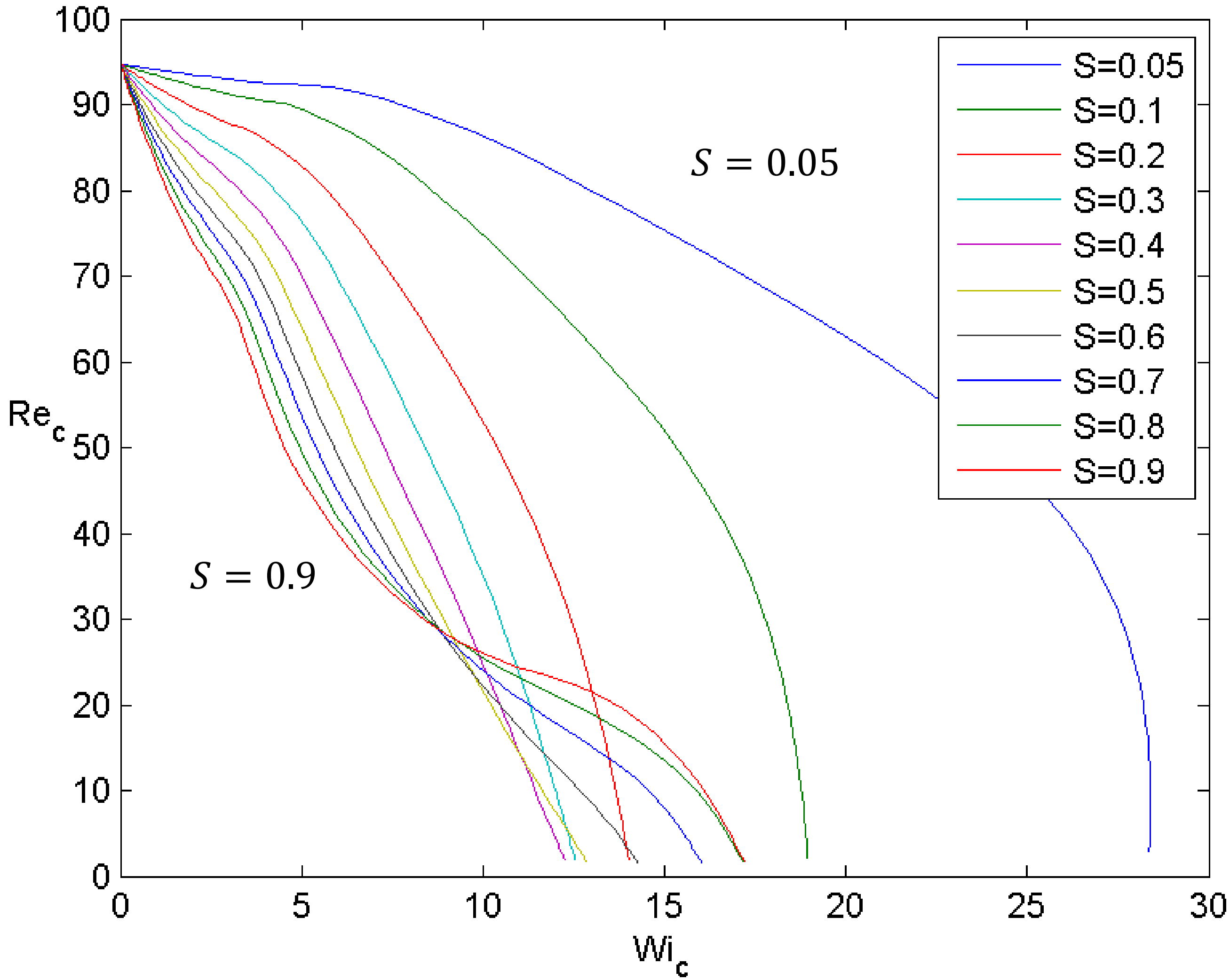
- ❑ $q_c \nearrow E \nearrow$
- ❑ $q_c \nearrow$ rapidement pour $S \geq 0.4$, $E > 0.5$





- ❑ $\omega_c = 0$, E petit
  $\omega_c \neq 0$, E grande
- ❑ ω_c change de signe au grand E pour $S \geq 0.6$

Valeurs critiques (Re_c, Wi_c) pour S différent



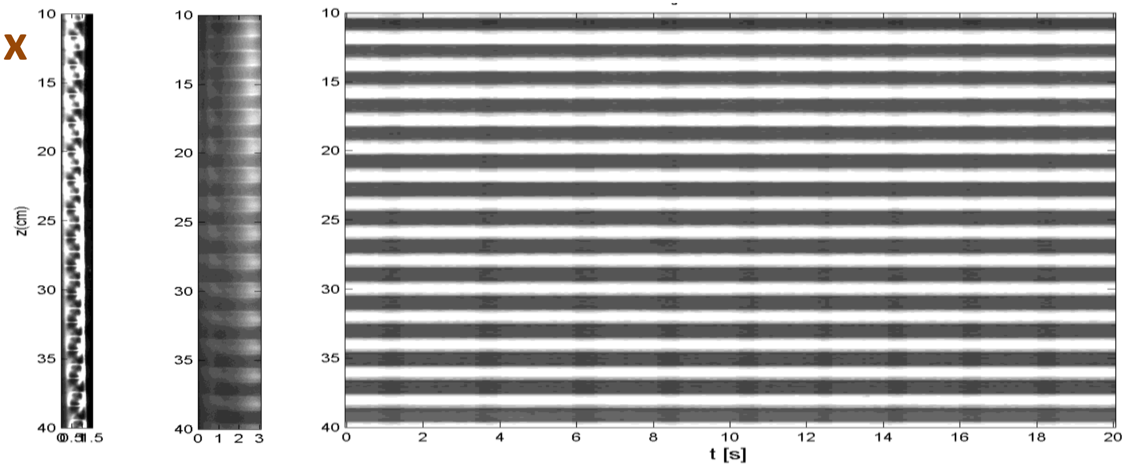
- $Re_c \searrow, Wi_c \nearrow$

Modes critiques expérimentaux

Vortex de Taylor

PEG2.5%, POE 1000ppm

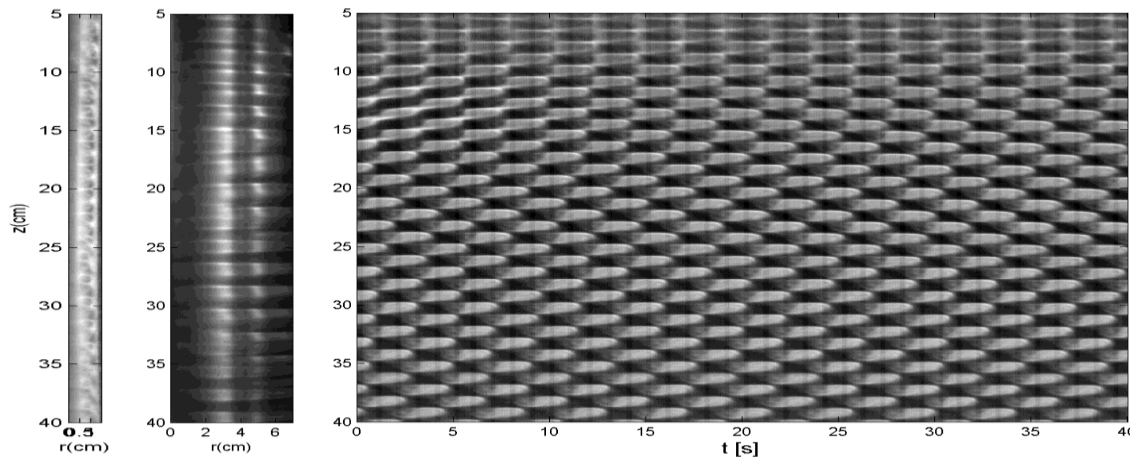
- $Ta_c = 28.8$
- $E_m = 0.011$
- $S = 0.87$



Modes des rubans

PEG 5%, POE 1000ppm

- $Ta_c = 28.4$
- $E_m = 0.0168$
- $S = 0.81$



Mode désordonné

PEG15%, POE 1000ppm

- $Ta_c = 12.1$
- $E_m = 0.131$
- $S = 0.61$

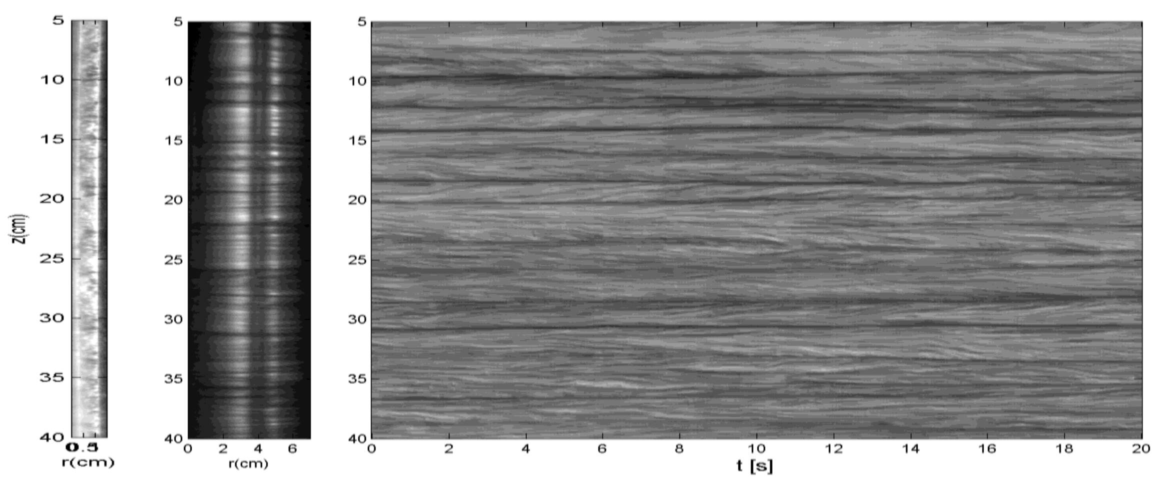
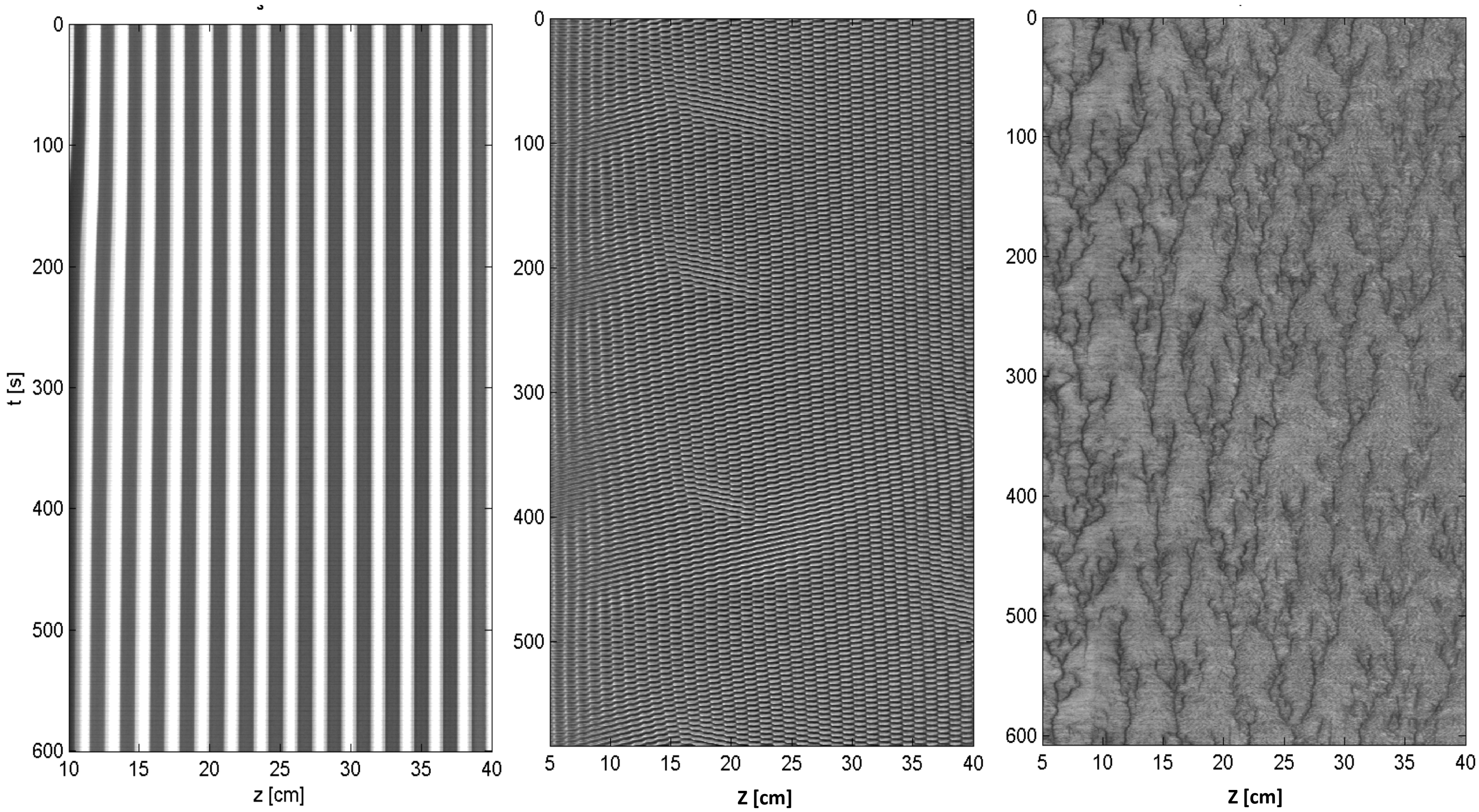


Diagramme de spatial-temporelle de 10min pour les trois modes critiques

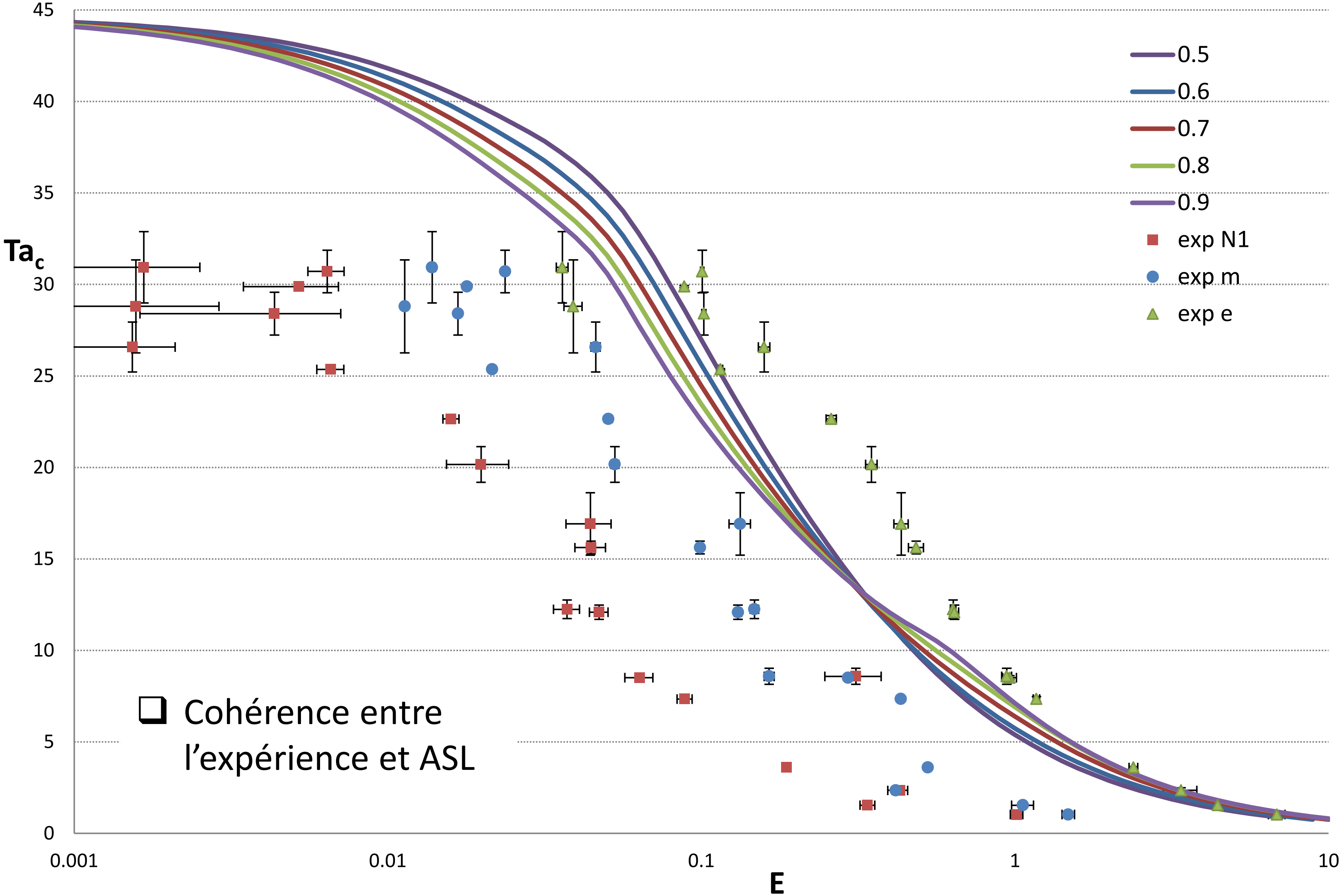
Vortex de Taylor

Mode des Rubans

Mode désordonné



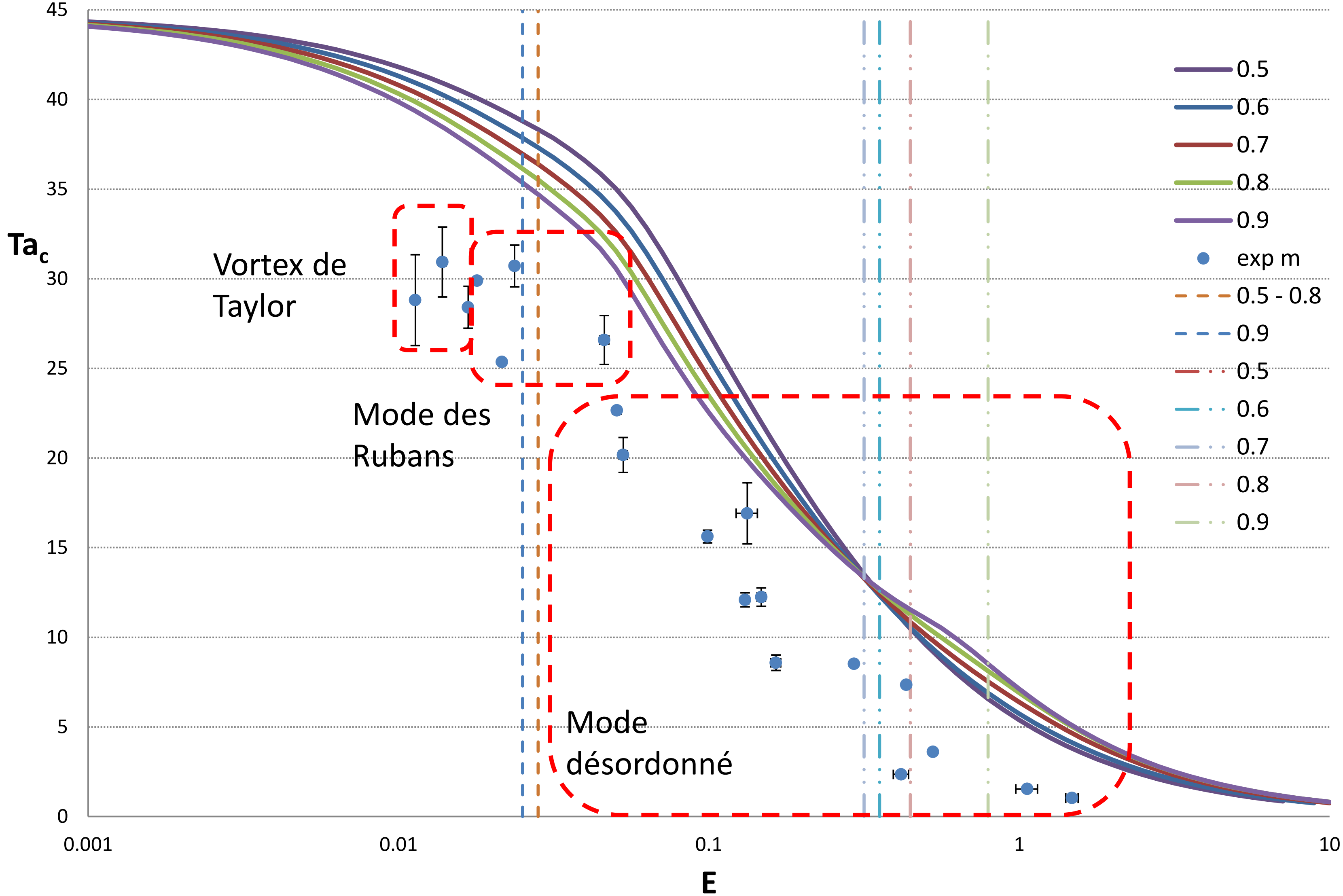
Valeurs critiques (Ta_c, E) expérimentaux + ASL



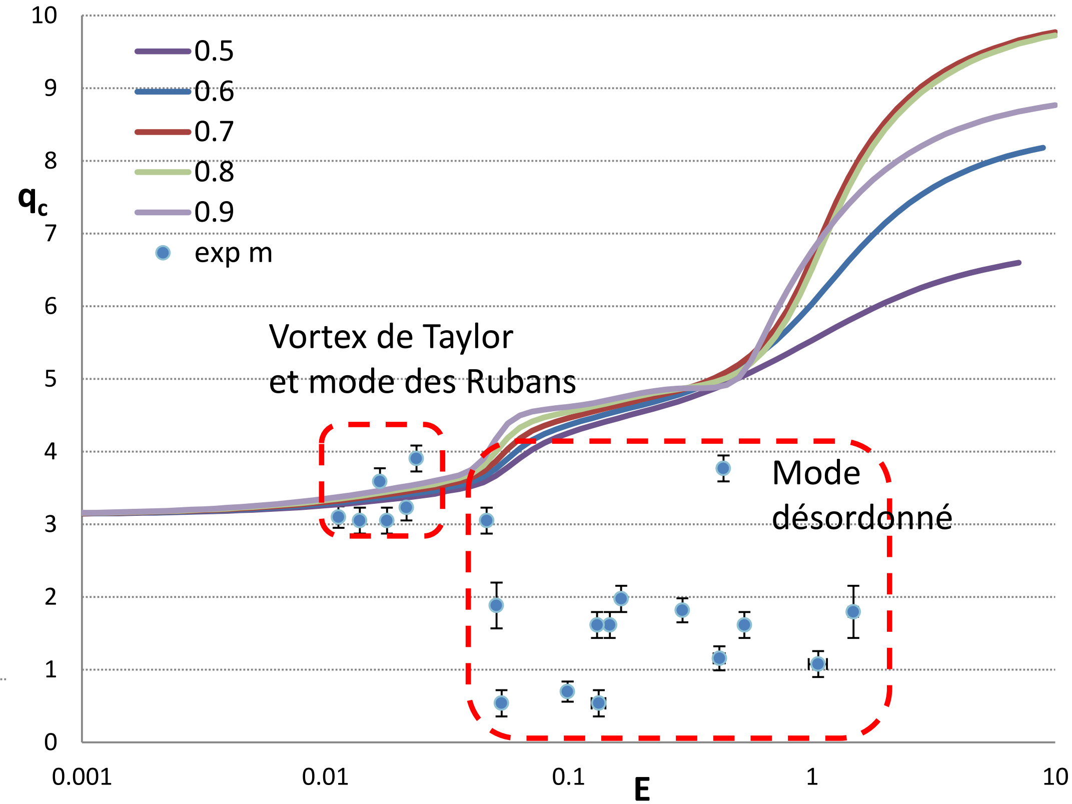
- Cohérence entre l'expérience et ASL

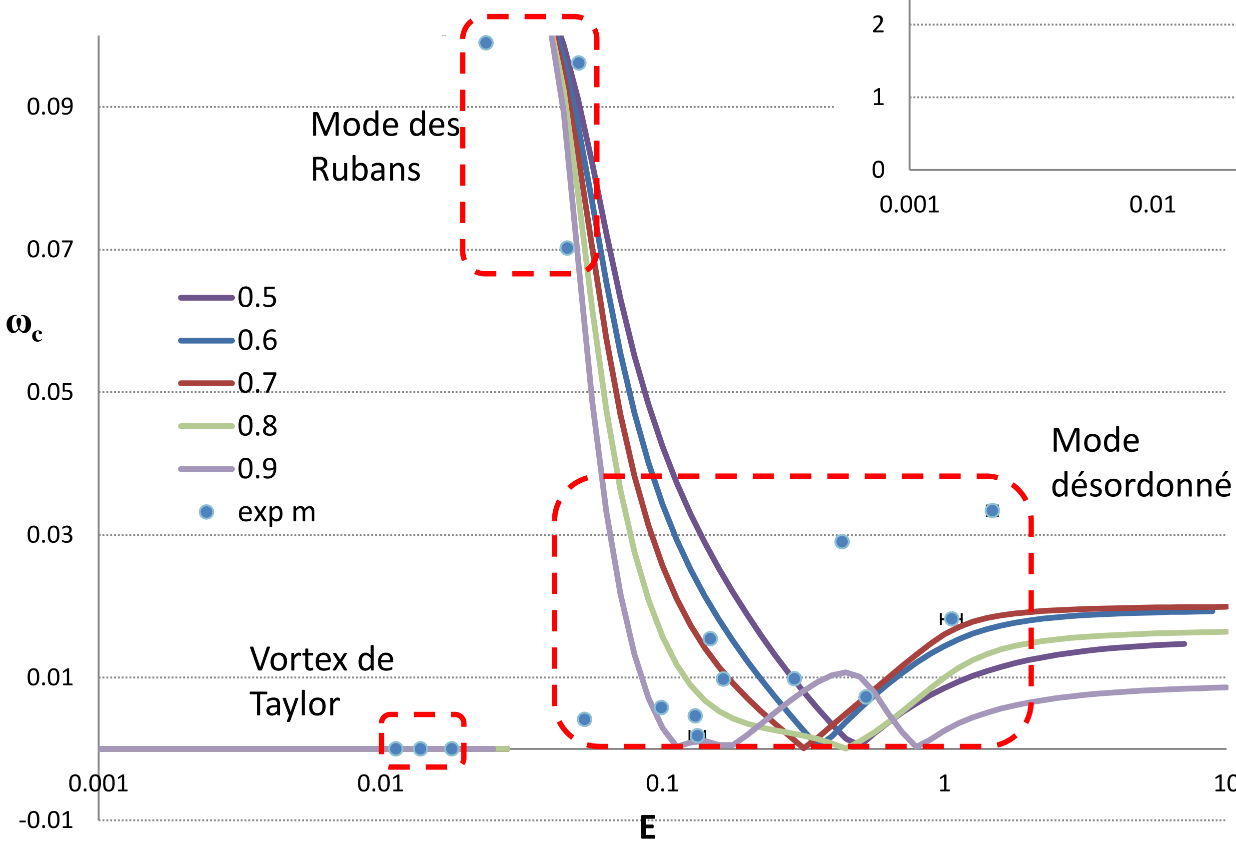
Valeurs critiques (Ta_c, E_m) et modes different

Modes critiques ASL : $m_c = 0, \omega_c = 0$ $m_c = 1, \omega_c < 0$ $m_c = 1, \omega_c > 0$



Valeurs critiques (ω_c, E_m) et (q_c, E_m) expérimentaux + ASL



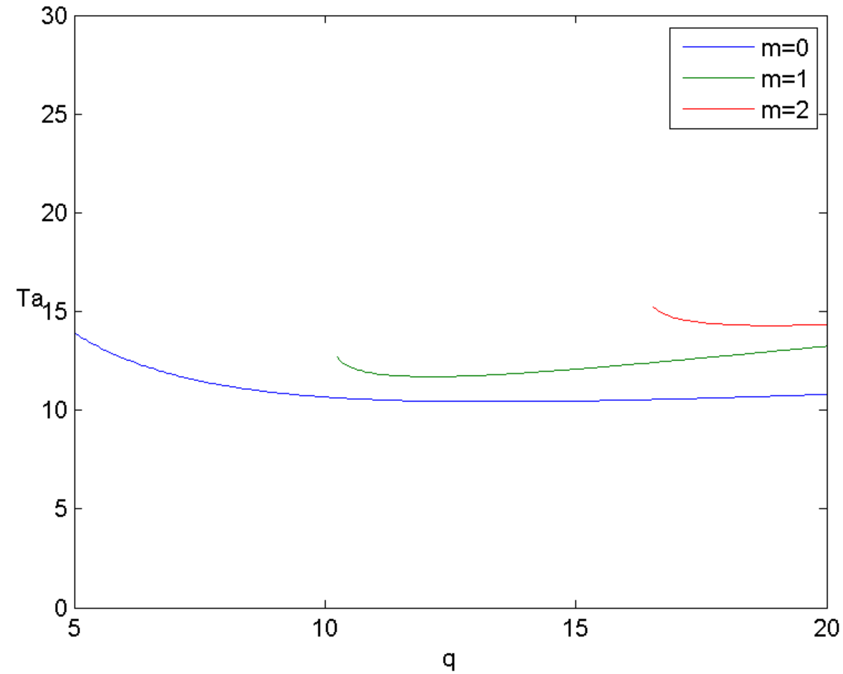


- Bonne cohérence entre expériences et ASL pour les modes Vortex de Taylor et Rubans

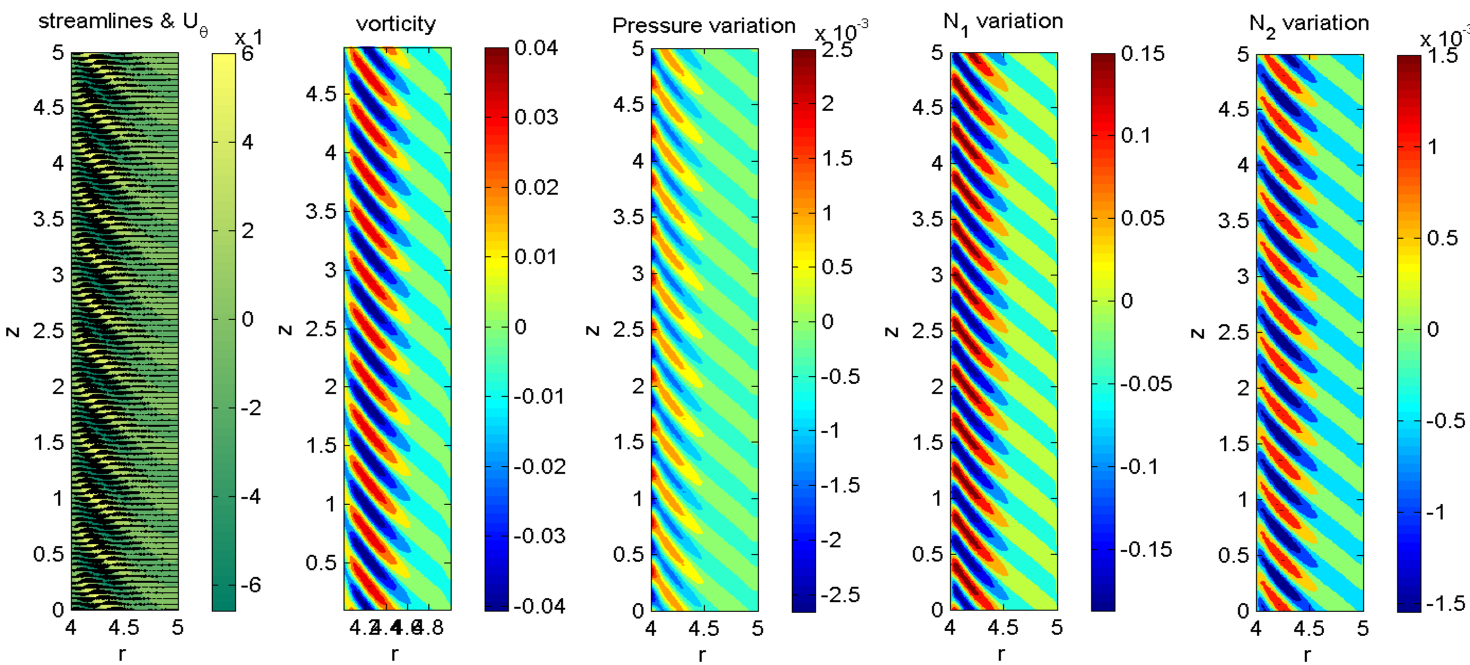
RÉSULTATS $\mu = \infty$

- Cylindre intérieur fixé, extérieur tourné $\mu = \infty$
  - ASL
  - Expériences

Mode critique ASL $\mu = \infty$
$S = 0.7, E = 1, Ta_c = 4.73,$
$m_c = 0, q_c = 14.4, \omega_c = 0.05$

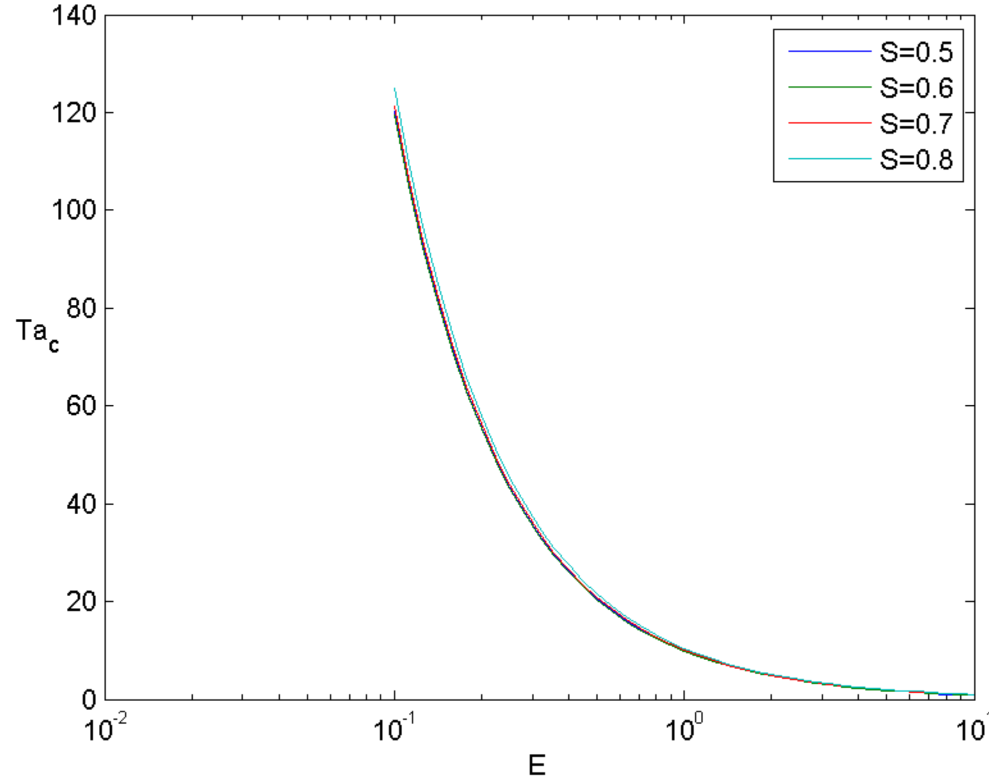


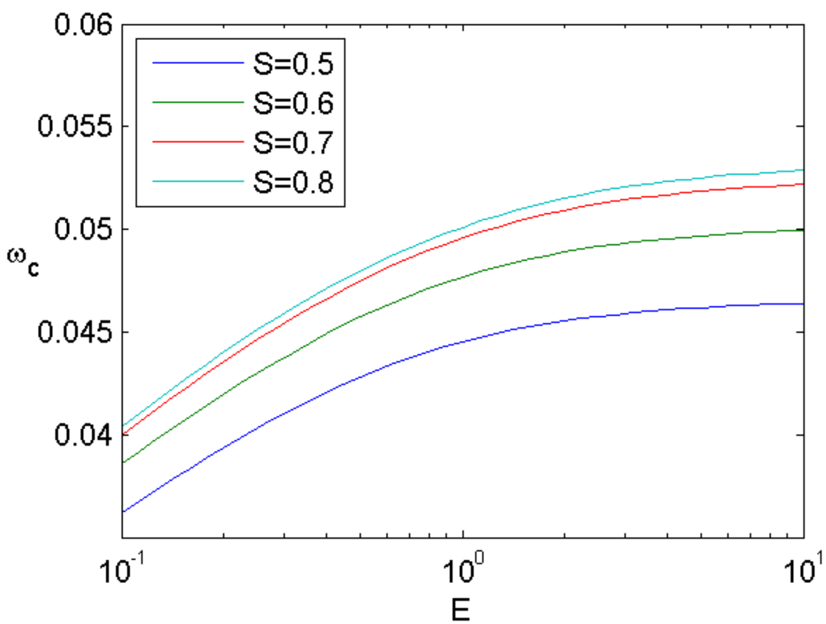
- Courbe marginal plat → plusieurs q_c intervient → mode désordonné
- Mode axisymétrique et oscillant

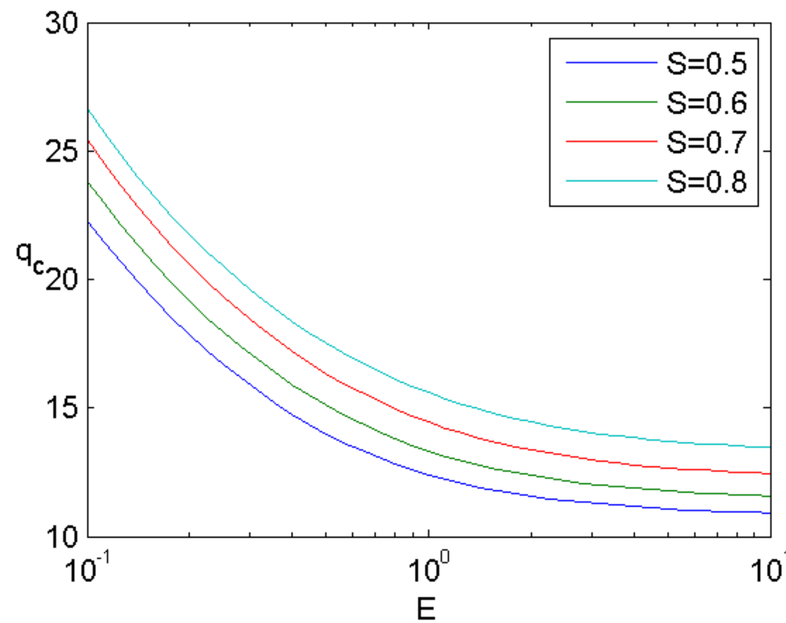


Valeurs critiques (Ta_c, E) , (ω_c, E) et $q_c, E)$ pour S différent

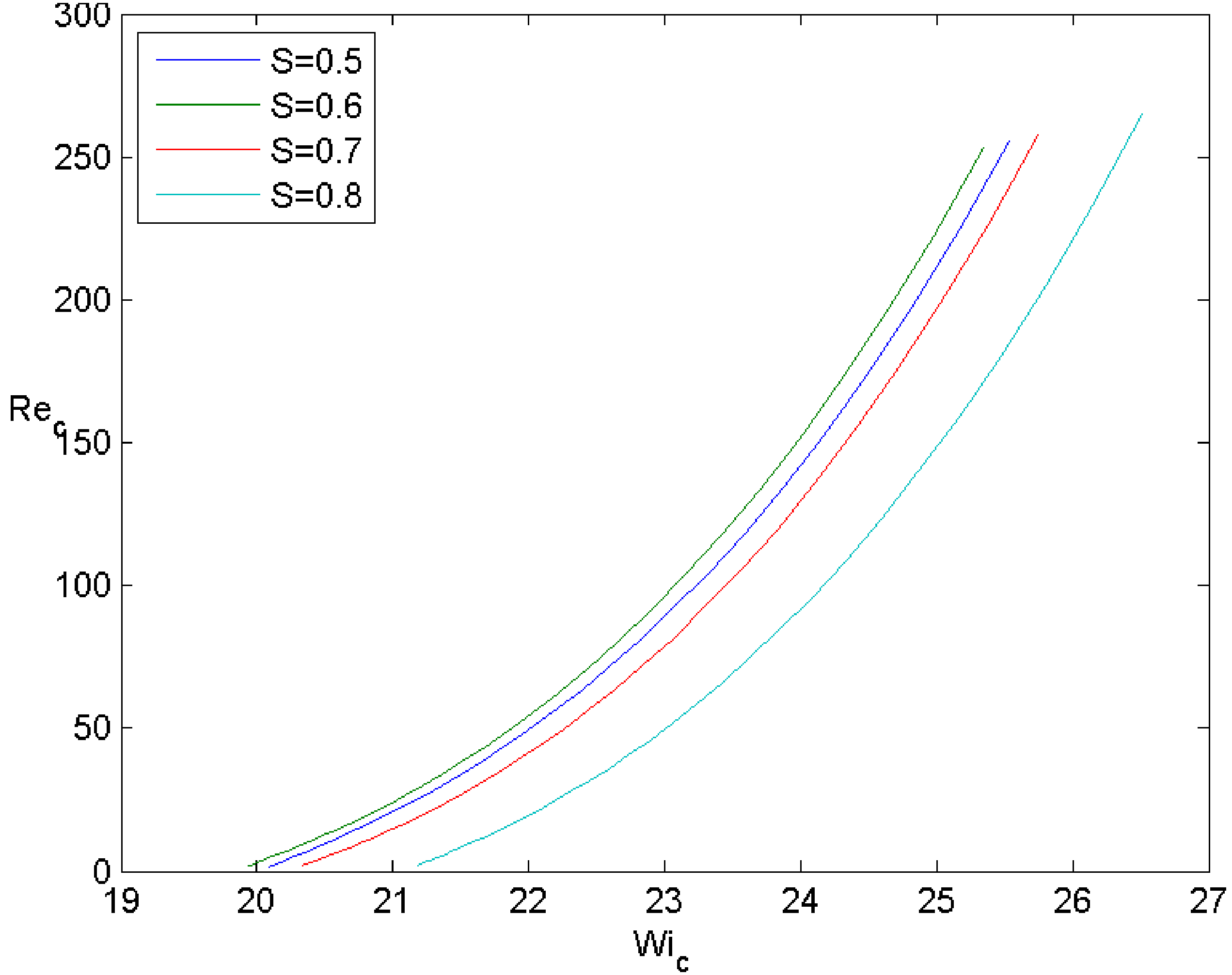
- Courbes critiques (Ta_c, E) converge pour tous les S
- $\omega_c \nearrow E \nearrow$, $\omega_c \nearrow S \nearrow$
- $q_c \searrow E \nearrow$, $q_c \nearrow S \nearrow$







Valeurs critiques (Re_c, Wi_c) pour S différent

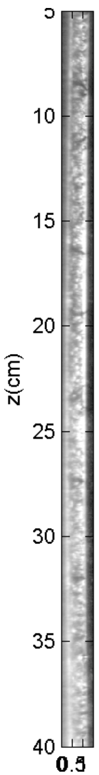


- $Re_c \nearrow Wi_c \nearrow$

Modes critiques expérimentaux pour PEG15%, POE1000ppm

$$Ta_c = 15.4, E_m = 0.131, S = 0.61$$

Vue de gap avec laser



Vue de face

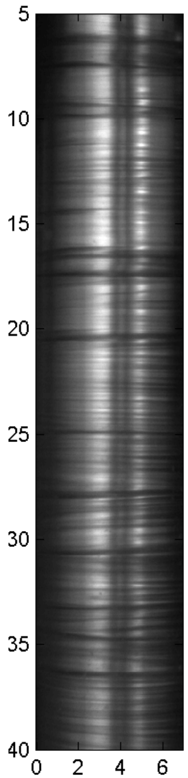
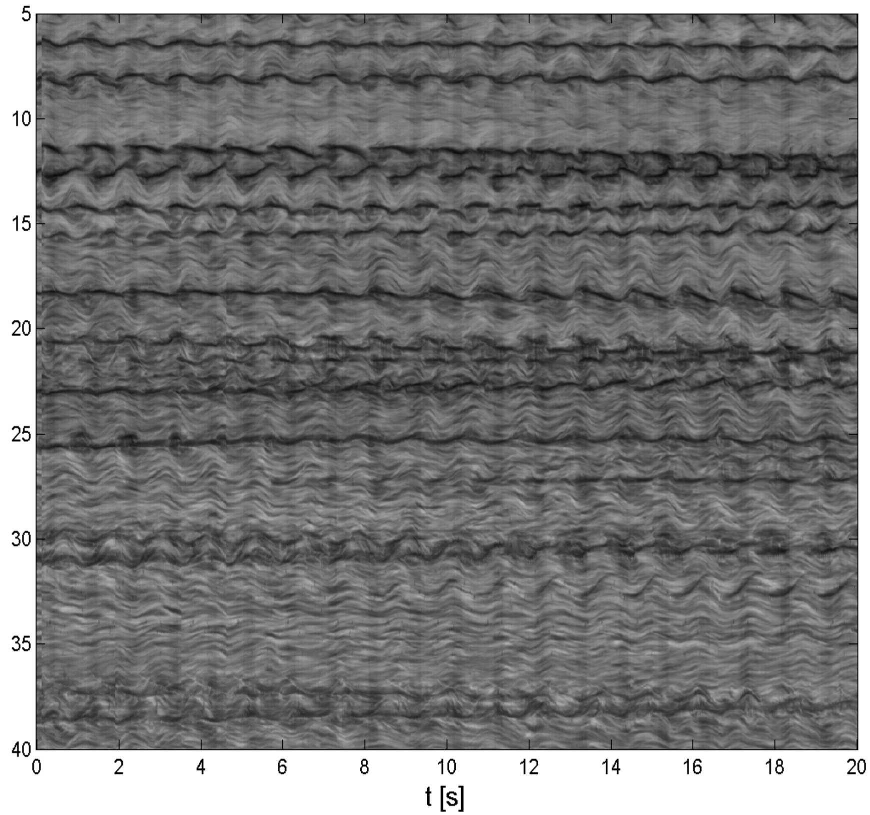
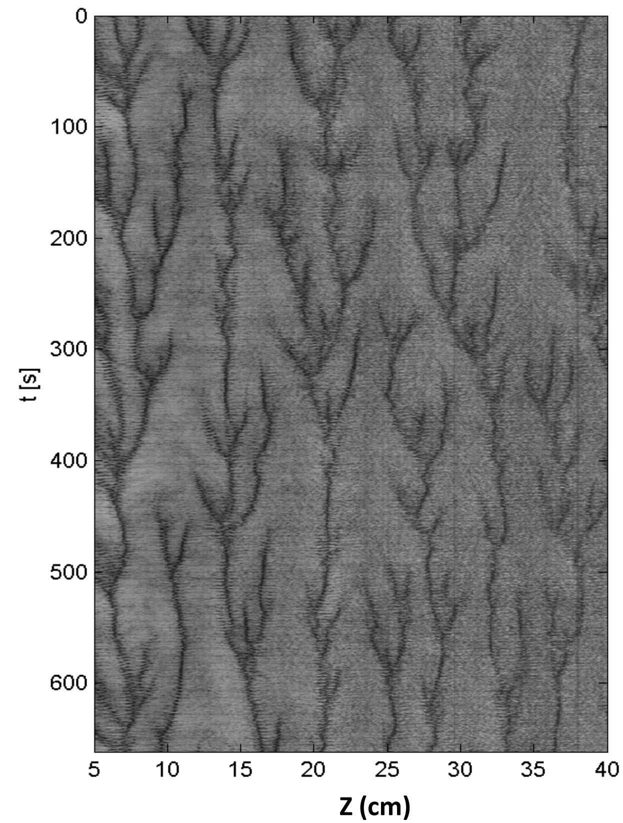


Diagramme spatio-temporelle (DST) de 20s

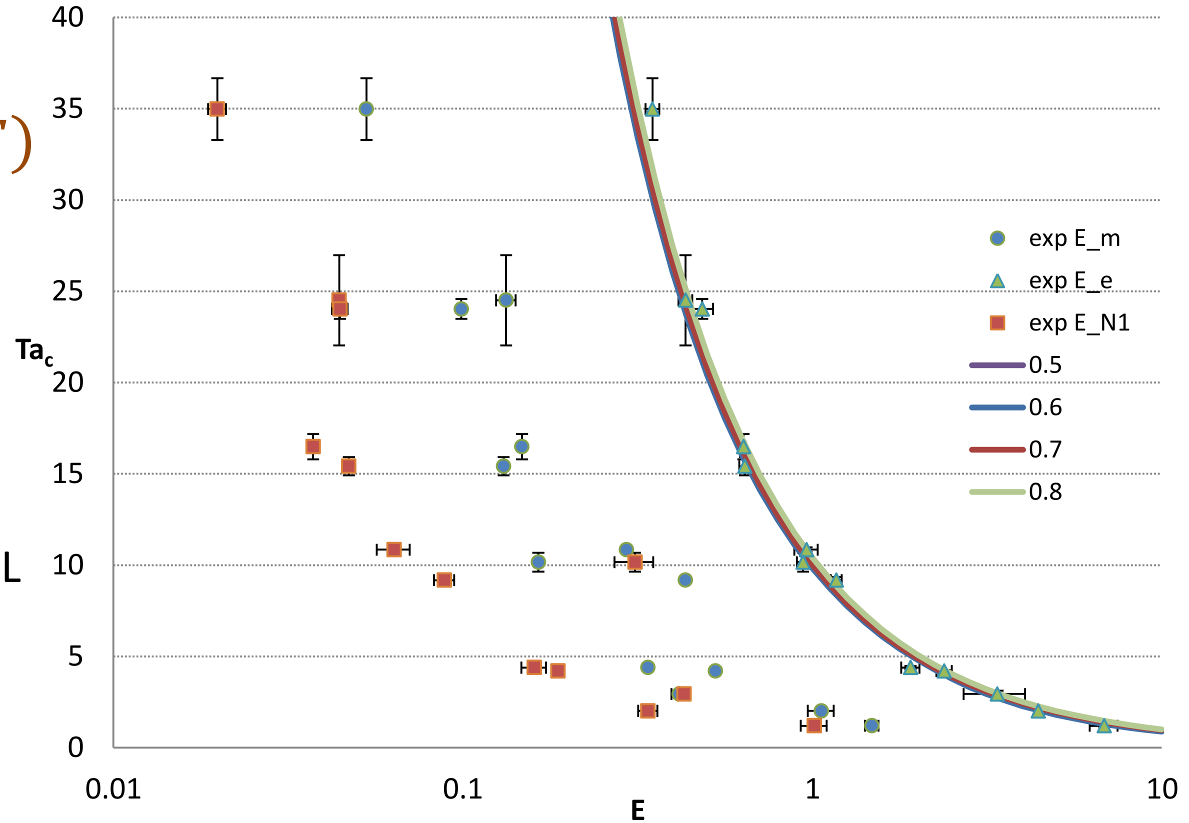


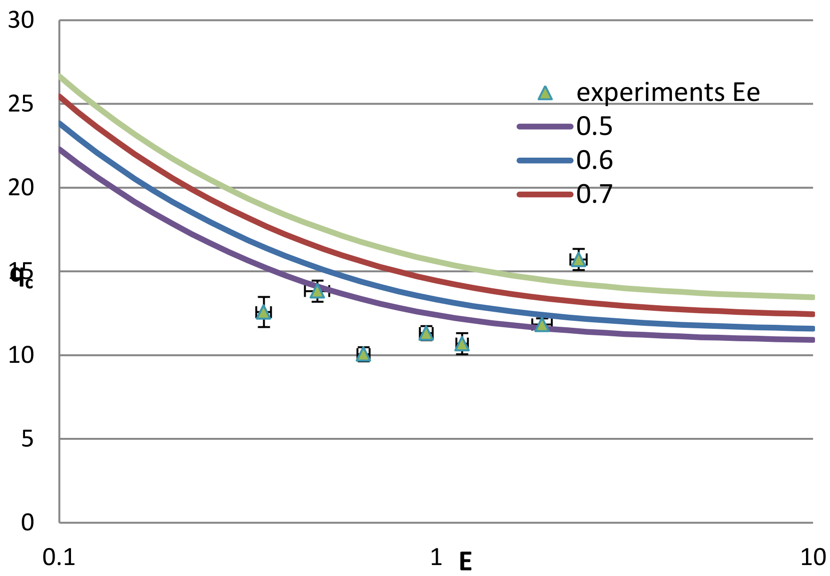
DST de 10min

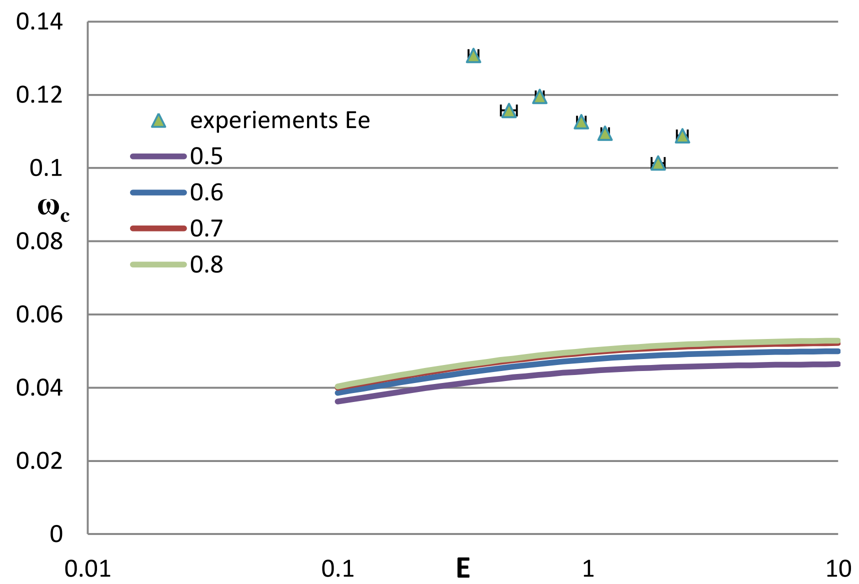


Valeurs critiques $(\mathrm{Ta}_c, \mathrm{E}), (\omega_c, E)$ et (q_c, E) expérimentaux + ASL

- Bonne cohérence sur (Ta_c, E_e) expérimental et ASL







Conclusion

- Fluide viscoélastique du modèle d'Oldroyd-B
- En tournant le cylindre intérieur, fixant le cylindre extérieur
  - 3 modes critiques ont été observés : Vortex de Taylor pour des solutions de faible élasticité; Mode des rubans formés d'ondes stationnaires pour des solutions d'élasticité intermédiaire; Mode désordonné pour de solutions de forte élasticité.
  - Les résultats expérimentaux en accord avec ceux de l'ASL.
- En tournant le cylindre extérieur, fixant le cylindre intérieur
  - seul le mode désordonné est observé au seuil
  - Courbes critiques de ASL (Ta_c, E) cohérent parfaitement avec expériences définit par temps de relaxation extensionnel.

Merci de votre écoute

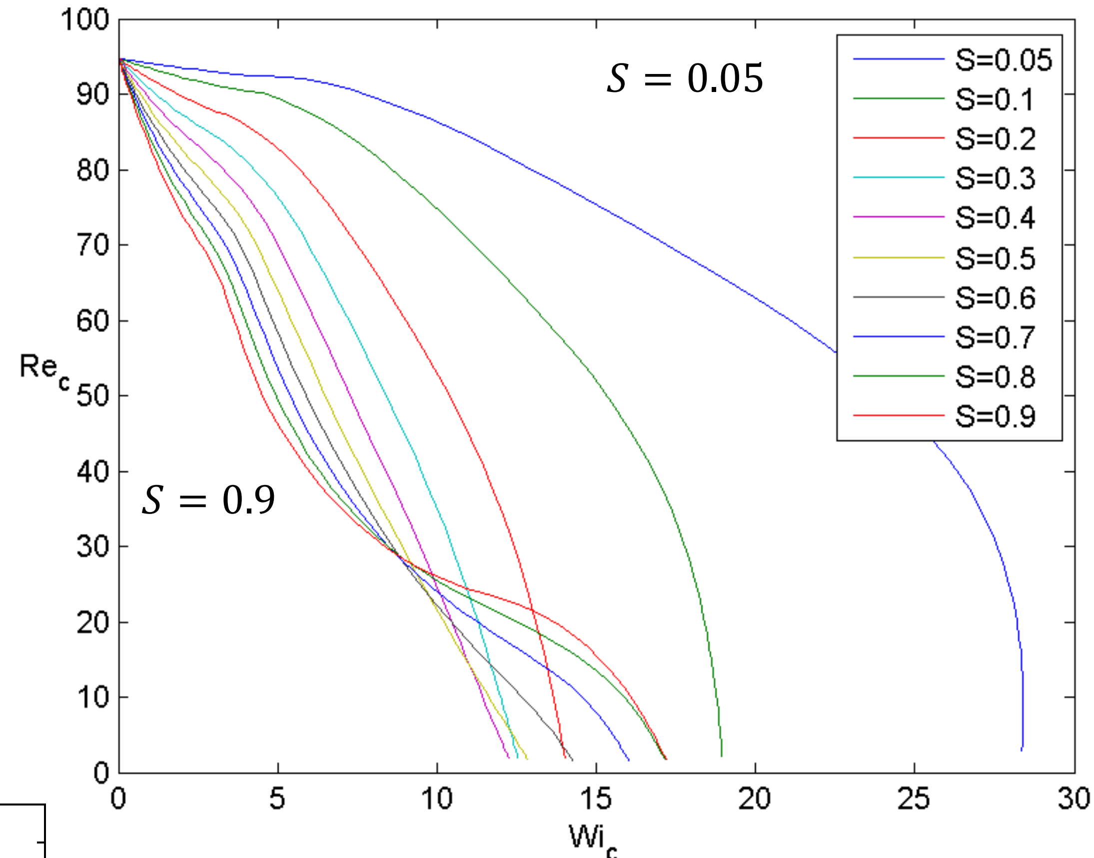
ANNEXE

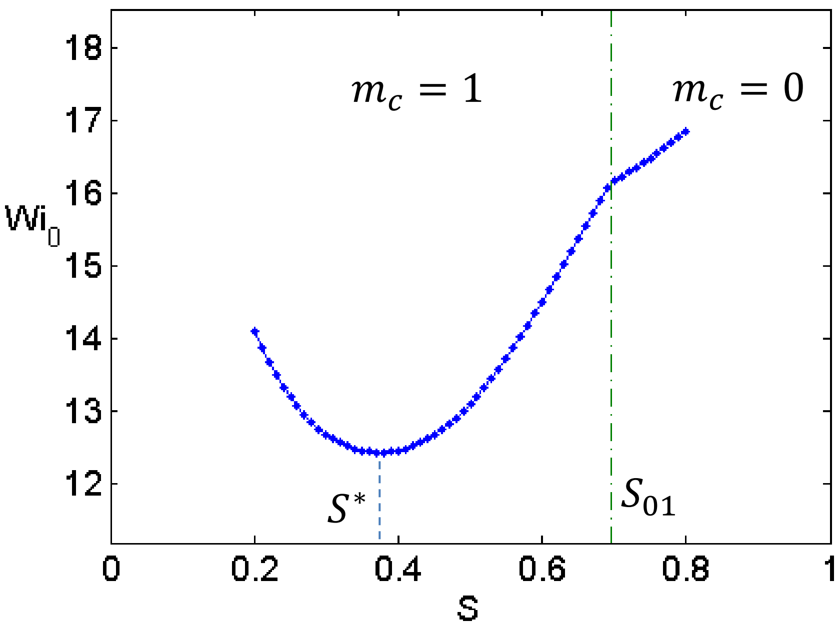
Résumé

- Un fluide Newtonien est déstabilisé dans un système de Couette-Taylor quand la force de centrifuge domine la force visqueuse. Par contre, si le fluide est viscoélastique, la force élastique intervient et renforce l'instabilité centrifuge (instabilité elasto-rotationnelle). Elle peut aussi induire l'instabilité purement élastique pour des cisaillements très faibles.
- On a étudié théoriquement et expérimentalement des modes critiques de l'instabilité viscoélastique dans un système de Couette-Taylor. L'analyse de stabilité linéaire (ASL) est faite en utilisant le modèle d'Oldroyd-B, les valeurs critiques et des modes critiques ont été déterminés. Des expériences ont été réalisées avec des solutions de polymères de polyéthylène oxyde (POE) dans un mélange aqueux polyéthylène glycol(PEG). Les tests de rhéologie ont confirmé que nos solutions de différentes concentrations de polymère sont proches de modèle d'Oldroyd-B. Le rôle du rapport des viscosités du polymère et de la solution a été bien analysé.
- En tournant le cylindre intérieur et fixant le cylindre extérieur, 3 modes critiques ont été observés en fonction des valeurs de l'élasticité des solutions. Les résultats expérimentaux sont en accord avec ceux de l'ASL. Ces modes critiques sont des vortex de Taylor pour des solutions de faible élasticité; des rubans formés d'ondes stationnaires pour des solutions d'élasticité intermédiaire et un mode désordonné pour de solutions de forte élasticité. L'autre part, en tournant le cylindre extérieur et fixant le cylindre intérieur, seul le mode désordonné est observé au seuil.

Valeurs critiques (Re_c, Wi_c) pour S différent

- ❑ $Re_c \searrow, Wi_c \nearrow$



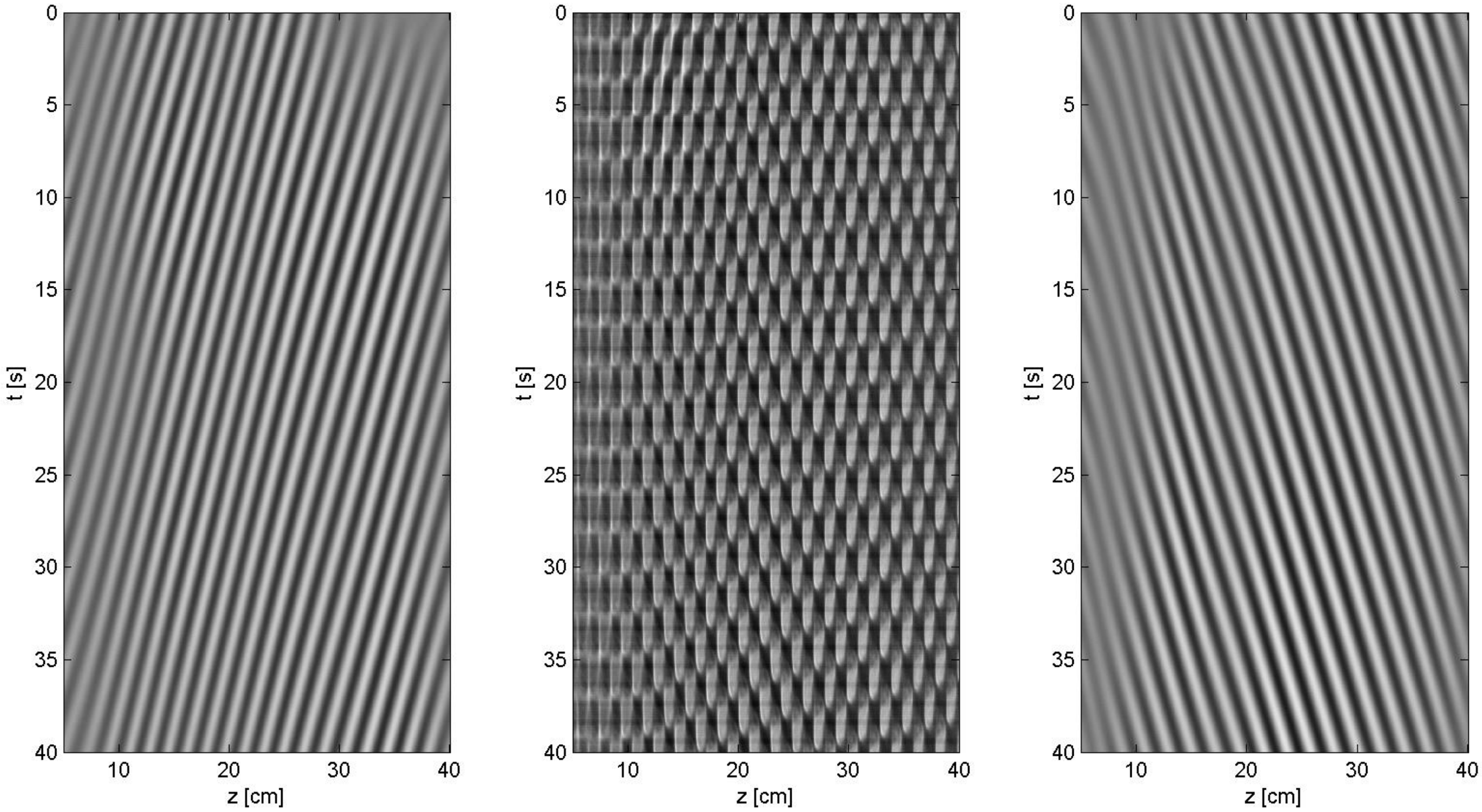


Valeurs critiques (Wi_0, S) pour la limite purement élastique $Re = 0$ ou $E = \infty$

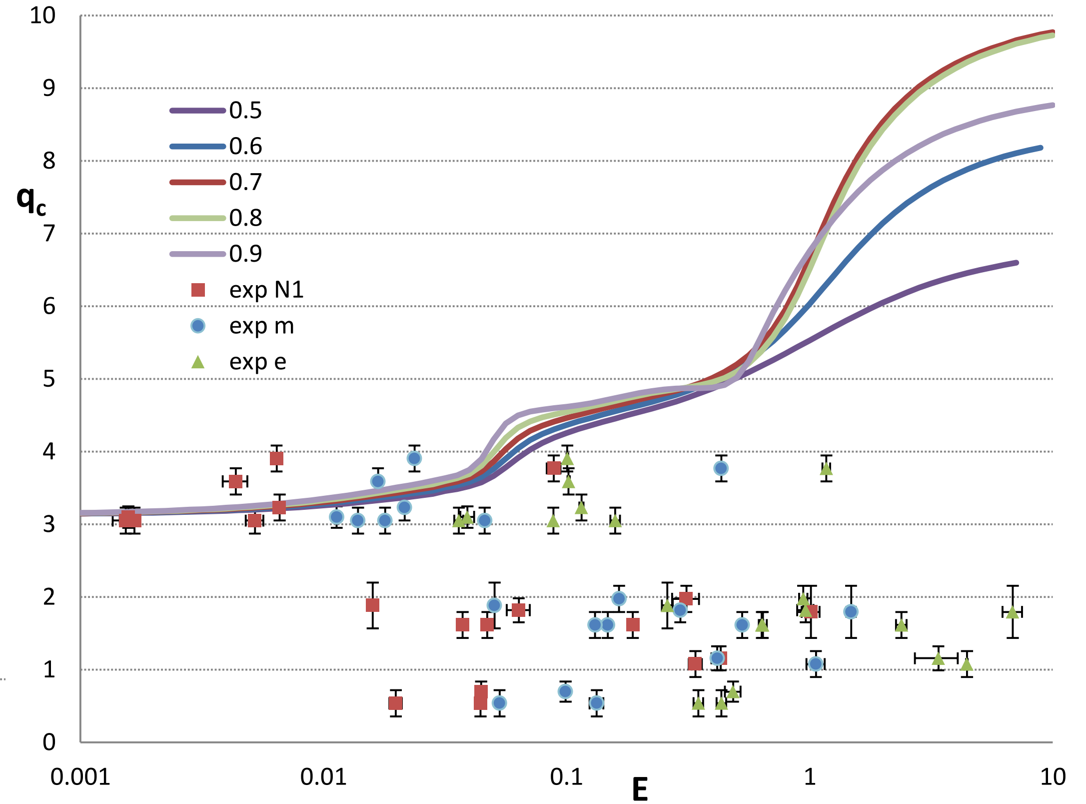
- ❑ $Wi_0 \equiv Wi(Re = 0)$
- ❑ $S^* \equiv S(\min(Wi_0)) = 0.375$
- ❑ $S_{01} = 0.695$: séparer le mode axisymétrique et non-axisymétrique

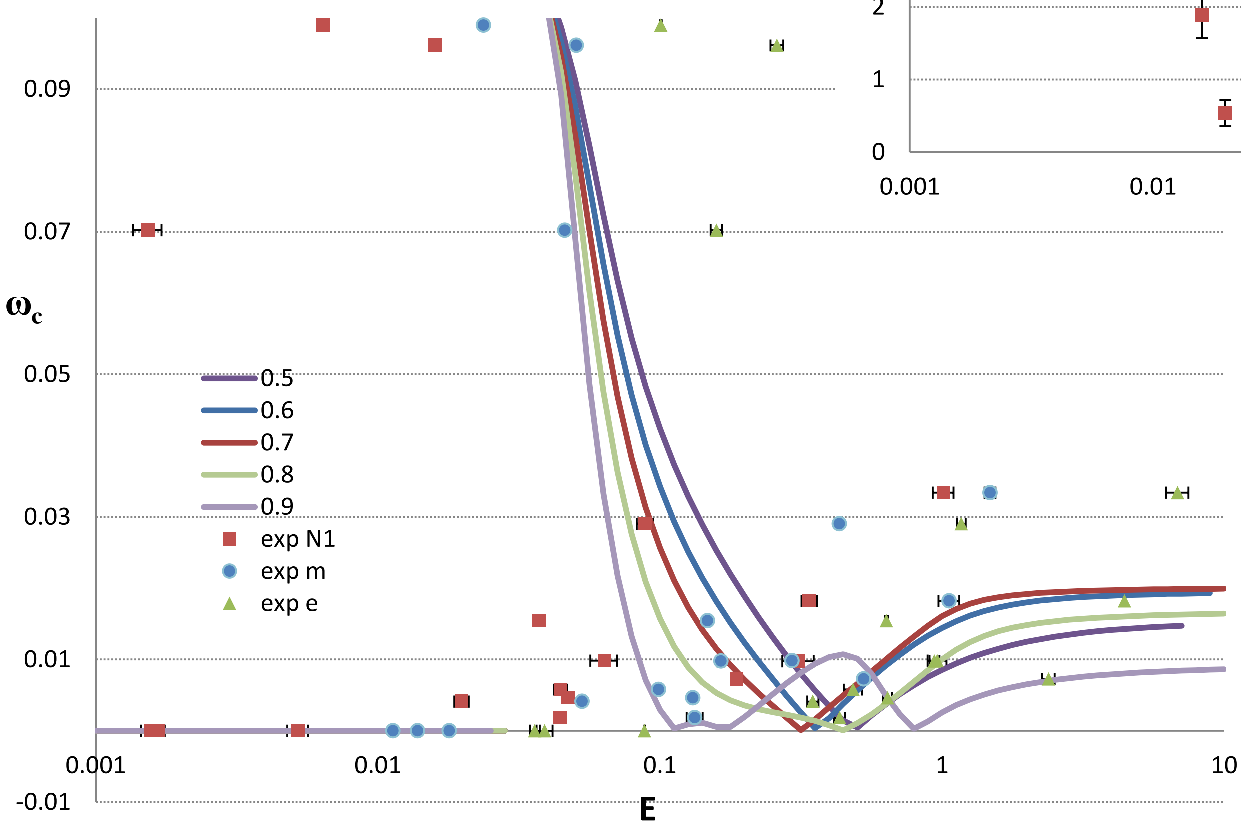
Démodulation du mode Ribbons, PEG 5% POE1000ppm

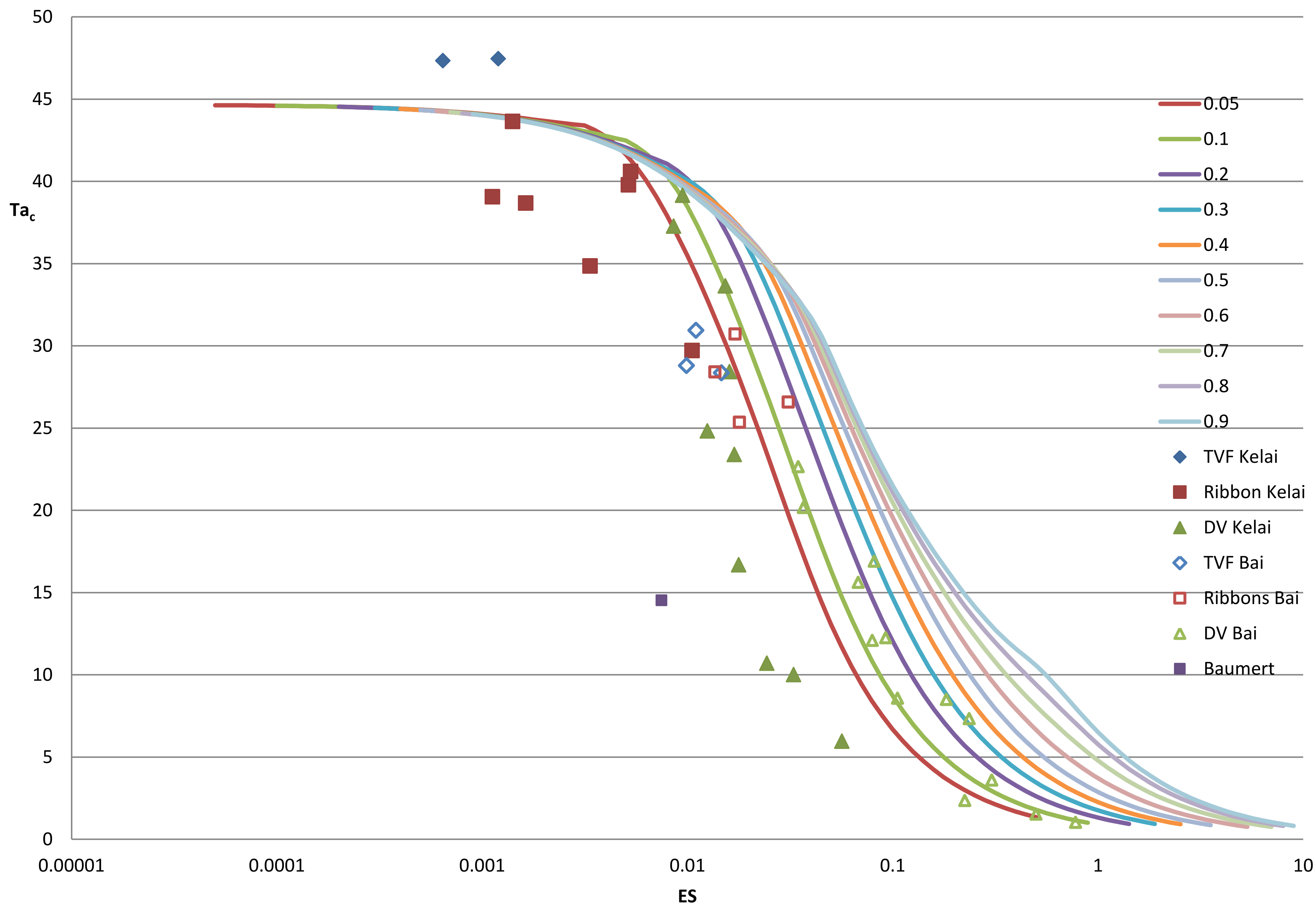
$$Ta_c = 28.4\ E_m = 0.0168\ S = 0.81$$



Valeurs critiques (ω_c, E) et (q_c, E) expérimentaux + ASL







50
45
40
35
30
25
20
15
10
5
0
Ta_c
0.00001
0.0001
0.001
0.01
0.1
1
10
ES
0.05
0.1
0.2
0.3
0.4
0.5
0.6
0.7
0.8
0.9
TVF Kelai
Ribbon Kelai
DV Kelai
TVF Bai
Ribbons Bai
DV Bai
Baumert

Generalized Rayleigh's discriminant

- A Newtonian flow in curved geometry is potentially unstable

  if $$\Phi_N(r) = \frac{1}{r^3}\frac{d(r^2\Omega)^2}{dr} < 0$$

- For a viscoelastic flow we have extended this contdition to

$$\boxed{\Phi_{ve}(r) = \Phi_{\mathrm{N}}(r) + \frac{1}{\rho r}\frac{dN_1}{dr}\bigg|_r < 0}$$

- N_1 is The first normal stress difference : $N_1 \equiv T_{\theta\theta} - T_{rr}$

- In dimensionless and explicit form : $\Phi_{ve}(r) = \Omega^2 \widehat{\Phi}_{ve}(r)$

$$\widehat{\Phi}_{ve}(r) = \underbrace{\frac{4(\eta^2-\mu)^2}{(\eta^2-1)^2}\left[1 + \frac{1-\mu}{\mu-\eta^2}\left(\frac{\eta}{1-\eta}\right)^2 \hat{r}^{-2}\right]}_{\text{Centrifugal force contribution}} \underbrace{- 32ES\frac{(\mu-1)^2}{(\eta^2-1)^2}\left(\frac{\eta}{1-\eta}\right)^4 \hat{r}^{-6}}_{\text{Elastic force contribution}}$$