



UQAC

UNIVERSITÉ DU QUÉBEC  
À CHICOUTIMI



THERMOCINÉTIQUE  
*Nantes*

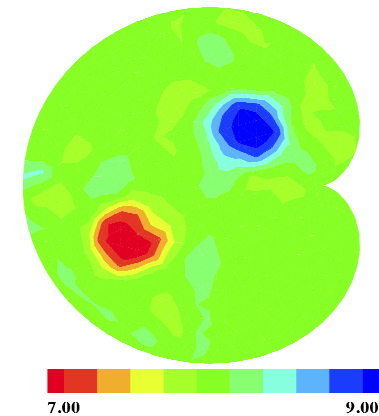
# DÉTERMINATION DE PROPRIÉTÉS OPTIQUES

O. BALIMA<sup>a,b</sup>, B. ROUSSEAU<sup>c</sup>, Y. FAVENNEC<sup>c</sup> et D. ROUSSE<sup>a</sup>

<sup>a</sup>*Chaire T3E, École de Technologie Supérieure*

<sup>c</sup>*DSA Université du Québec à Chicoutimi*

<sup>c</sup>*LTN Nantes - La Chantrerie*





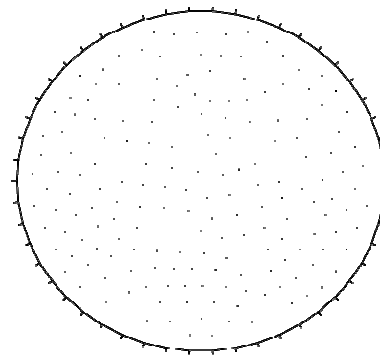
# MÉTHODES DIRECTES ET INVERSES

## Méthodes directes

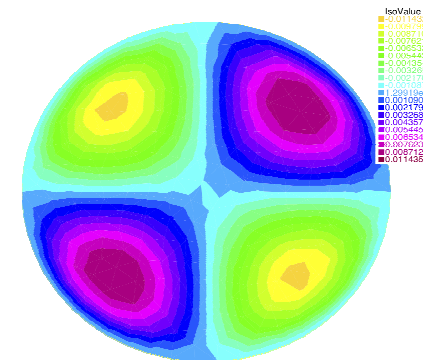
- **Déterminer** l'évolution d'un système physique, connaissant ses propriétés physiques et les sollicitations qu'il subit

### Exemple

$$\begin{aligned} -\Delta u(x, y) &= xy & \forall (x, y) \in \Omega \\ u(x, y) &= 0 & \forall (x, y) \in \partial\Omega \end{aligned}$$



Géométrie  $\Omega$



Solution  $u(x, y)$



# MÉTHODES DIRECTES ET INVERSES

## Méthodes directes

## Caractéristiques

- **Déterminer** l'évolution d'un système physique, connaissant ses propriétés physiques et les sollicitations qu'il subit

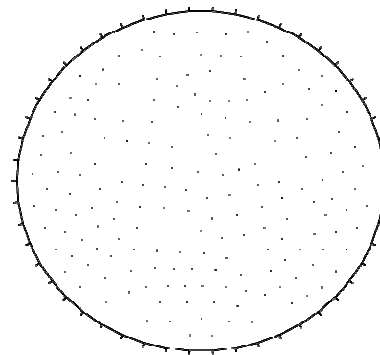
- **Problème bien posé**
  1. **Existence** d'une solution
  2. **Stabilité** de la solution
  3. **Unicité** de la solution

Madamard

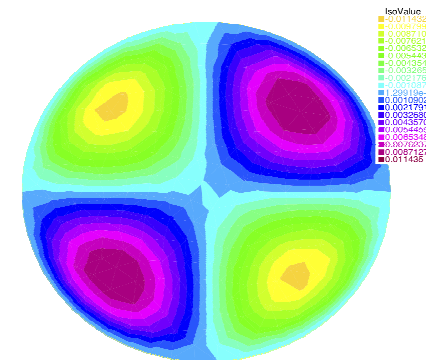
### Exemple

$$-\Delta u(x, y) = xy \quad \forall (x, y) \in \Omega$$

$$u(x, y) = 0 \quad \forall (x, y) \in \partial\Omega$$



Géométrie  $\Omega$



Solution  $u(x, y)$

Source: FreeFem++



## MÉTHODES DIRECTES ET INVERSES

### Méthodes inverses

- **Connaissant l'évolution** d'un système, certains des propriétés et sollicitations, **retrouver quelques unes** de ses propriétés, ou unes des sollicitations **inconnues** qu'il subit





## MÉTHODES DIRECTES ET INVERSES

### Méthodes inverses

- **Connaissant l'évolution** d'un système, certains des propriétés et sollicitations, **retrouver quelques unes** de ses propriétés, ou unes des sollicitations **inconnues** qu'il subit

**Il s'agit de trouver la meilleure solution, stable au mieux !**

### Caractéristiques

- Problème **mal posé**
  - **Non unicité**
  - **Stabilité ?** (sensibles aux bruits)
  - **Existence?**(pas toujours)

**Physiques**

**Optimisation**

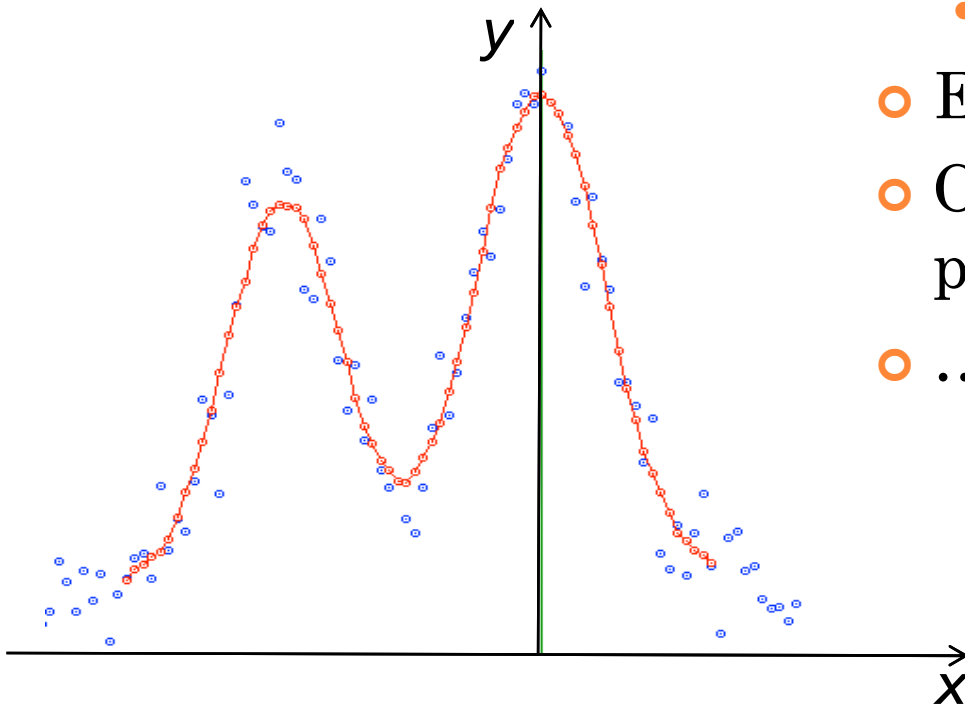
**Modélisation**



## DOMAINES D'APPLICATION

### Lissage de courbes

- Lissage d'une évolution expérimentale



### Identifier des paramètres

- Propriétés physiques
  - Ex. conductivité
  - Vitesse de réaction
- Estimation de flux, de source
- Optimisation de géométries paramétrées
- ...



## DOMAINES D'APPLICATION

### Modélisation réduite

- Identification de modèle numérique à faible DDL
- Matrice de transfert d'un modèle
- ...

### Contrôle commande

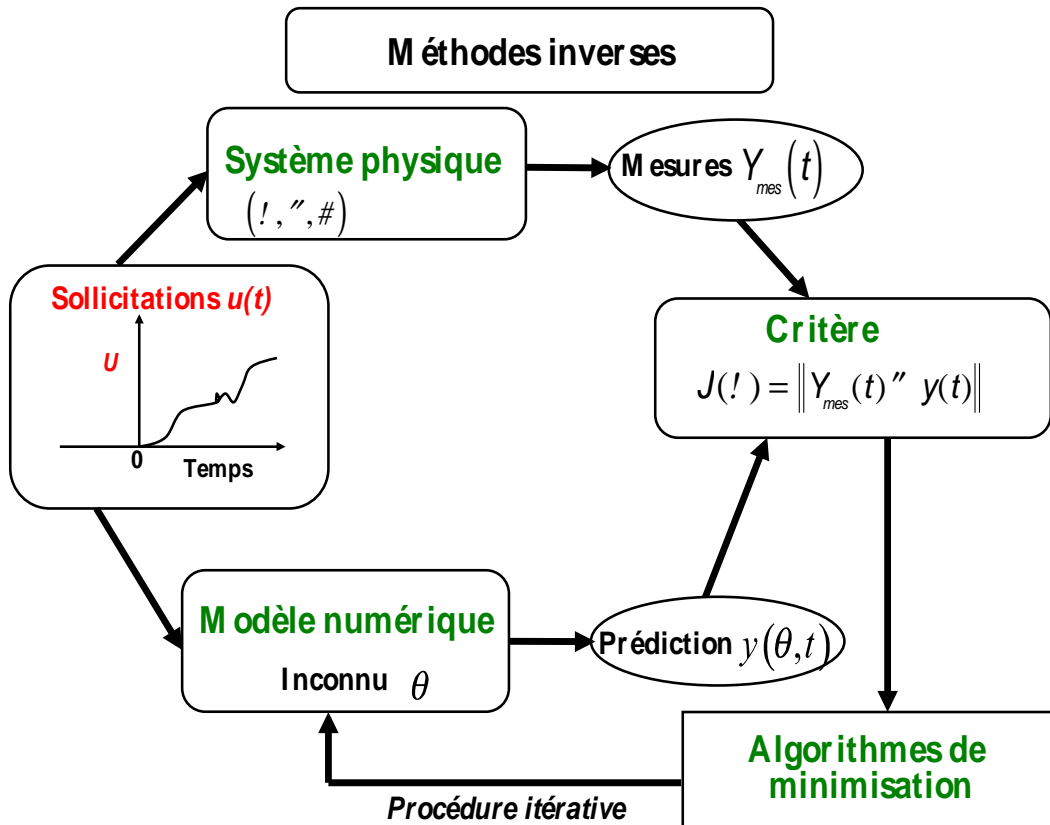
- Rechercher la commande permettant d'obtenir un état désiré du système
- ...



## PLAN

- **RÉSOLUTION DU PROBLÈME INVERSE**
  - Principe
  - Techniques
  - Calcul du gradient
  - Algorithme
- **APPLICATIONS : TOMOGRAPHIE OPTIQUE**
  - Reconstruction coefficients d'absorption et de diffusion
  - Reconstruction de l'indice de réfraction
- **DÉVELOPPEMENTS EN COURS**
- **CONCLUSION ET PERSPECTIVES**

# RÉSOLUTION DU PROBLÈME INVERSE



## o Principe

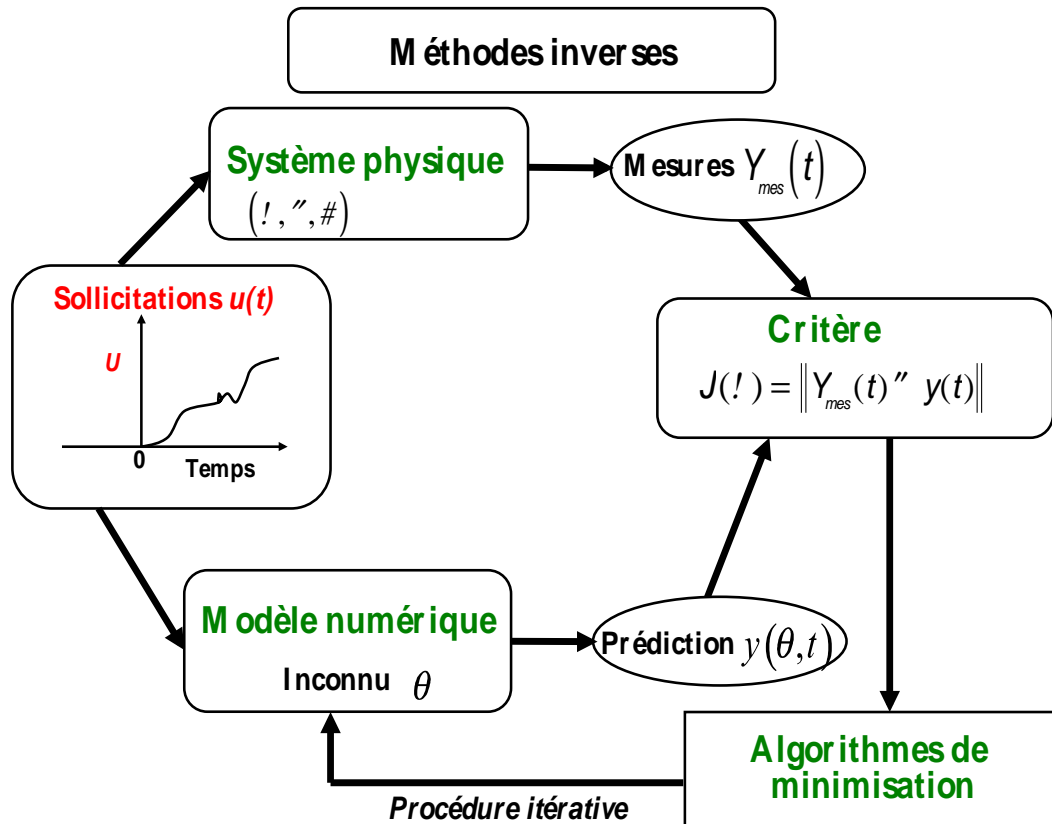
- **Minimisation** d'écart entre les prédictions et les mesures observées

## o Techniques

- Stochastiques (CPU)
- Déterministes
  - o Ordre 0 (J seule)
  - o Ordre 1 (J et dJ)
  - o Ordre 2 (J, dJ, H)

**Ordre 1 meilleur compromis  
(complexité et performance)**

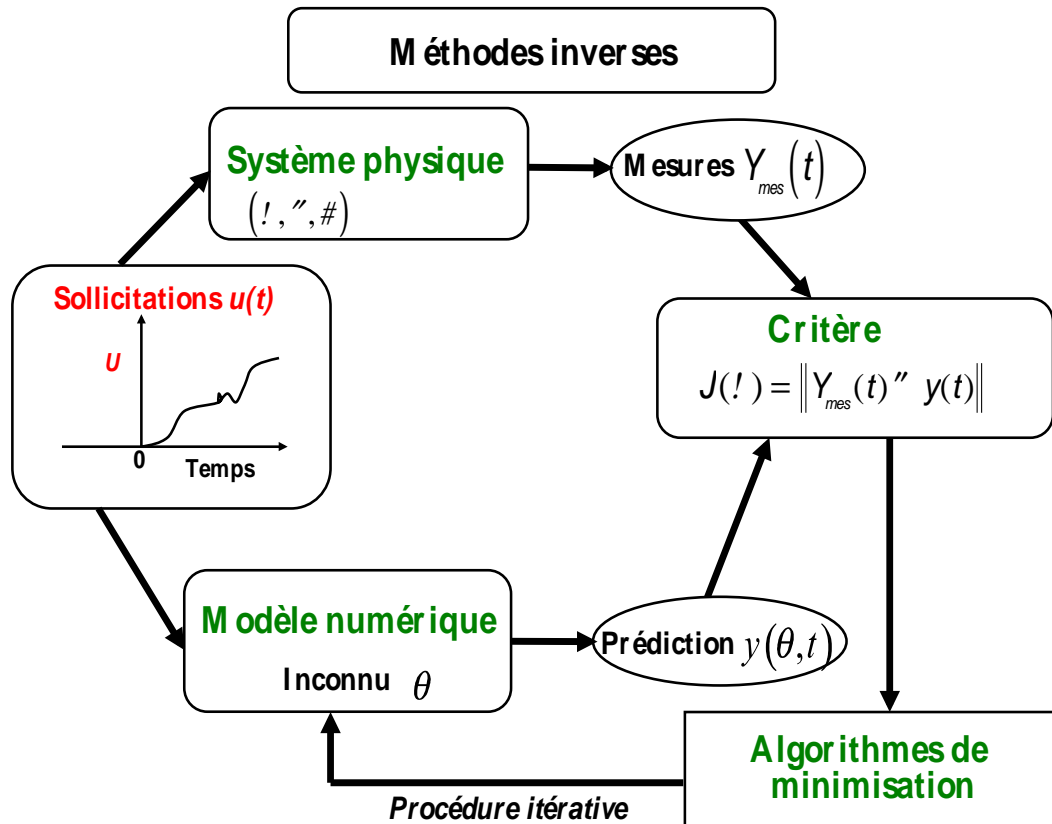
# RÉSOLUTION DU PROBLÈME INVERSE



## Calcul du gradient

- Différences finies
- Différentiation inverse
- Différentiation automatique
- **Méthode adjointe**

# RÉSOLUTION DU PROBLÈME INVERSE



## Méthode adjointe

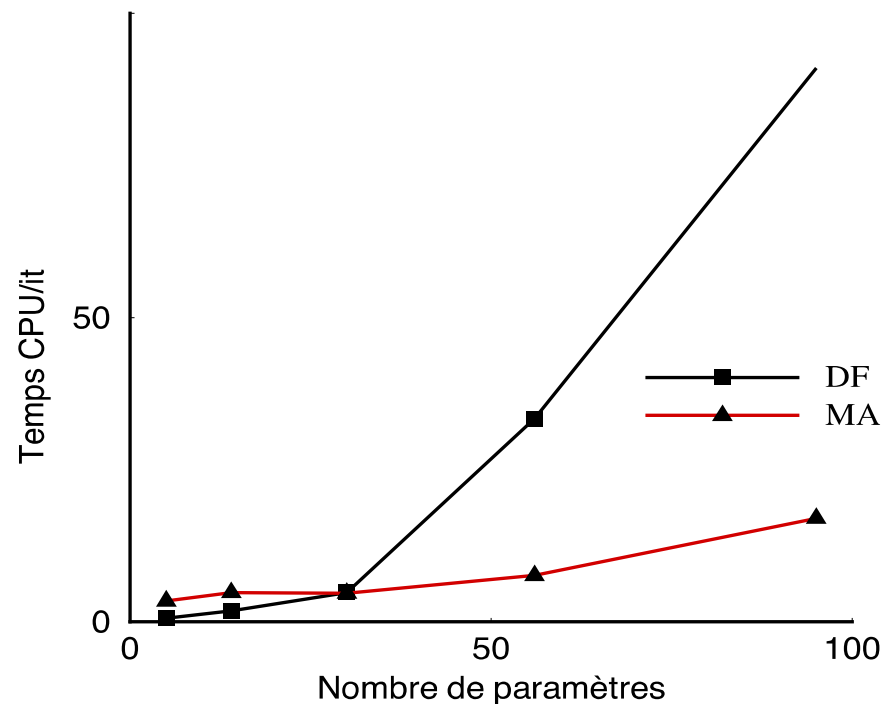
- Introduit une équation additionnelle (**adjointe**)
- Gradient à travers un produit scalaire





# RÉSOLUTION DU PROBLÈME INVERSE

Favennec & al



**Comparaison Différence Finie (DF) et Méthode Adjointe (MA)**

## Méthode adjointe

- Introduit une équation additionnelle (**adjointe**)
- Gradient à travers un produit scalaire



## PLAN

- **RÉSOLUTION DU PROBLÈME INVERSE**
  - Principe
  - Techniques
  - Calcul du gradient
  - Algorithme
- **APPLICATIONS : TOMOGRAPHIE OPTIQUE**
  - Reconstruction coefficients d'absorption et de diffusion
  - Reconstruction de l'indice de réfraction
- **DÉVELOPPEMENTS EN COURS**
- **CONCLUSION ET PERSPECTIVES**



## DÉFINITIONS

### **Tomographie**

Tout procédé d'imagerie médicale qui permet d'obtenir des vues d'un organe selon des plans de coupe déterminés

### **Tomographie optique (diffuse)**

Méthode d'exploration des milieux semi-transparentes à l'aide du rayonnement visible /proche infrarouge



# TECHNIQUES D'IMAGERIE MÉDICALE

	Type de rayonnement	Traceur radioactif	Coût de l'installation	Résolution spatiale	Fréquence des mesures
<b>TI-Rayons X</b>	Rayons X (ionisant)	NON	ÉLEVÉ	GRANDE	--
<b>IRM</b>	Radiofréquences (et champ magnétique) (non ionisant)	NON	ÉLEVÉ	GRANDE	FAIBLE
<b>TEP</b>	Rayons (ionisant)	OUI	ÉLEVÉ	GRANDE	FAIBLE
<b>TI Émission photon unique</b>	Rayons (ionisant)	OUI	ÉLEVÉ	GRANDE	FAIBLE
<b>TO</b>	Visible/Proche IR (600-900 nm) (non ionisant)	NON	FAIBLE (Relativement)	FAIBLE (~1 cm)	GRANDE (>1000Hz)

**TI – Tomographie informatisée**

**IRM – Imagerie par résonance magnétique**

**TEP – Tomographie par émission de positrons**

**TO – Tomographie optique**

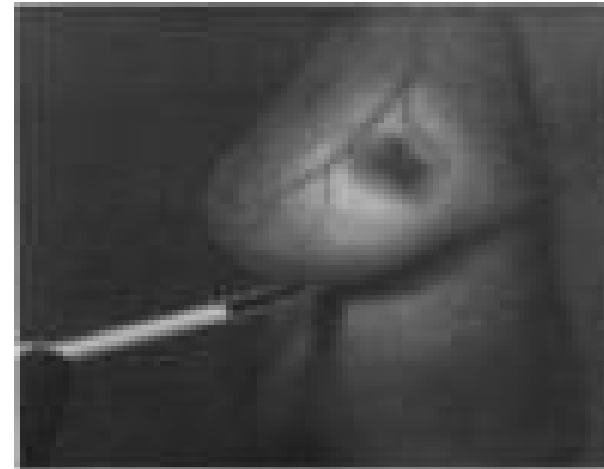


## APPLICATIONS

- **Reconstruction de coefficients d'absorption et de diffusion**
  - Propriétés optiques liées à l'état **physiologique** et **pathologie** des tissus biologique
- Exemple : tomographie infrarouge



**Contrôle du taux d'oxygénation**



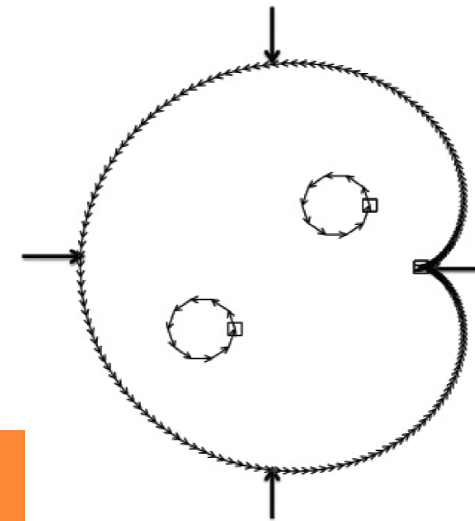
**Mammographie**



## APPLICATIONS NUMÉRIQUES

Balima & al.  
IHTC-14

- **Reconstruction de coefficients d'absorption et de diffusion (  $\kappa$  et  $\sigma_s$  )**
- Exemple
  - Milieu absorbant et diffusant
  - Facteur anisotropique  $g = 0.9$
  - 4 sources lasers



**Géométrie, positions des sources laser**

	Fond	Inclusion 1	Inclusion 2
$\kappa$	0.5 cm <sup>-1</sup>	0.4 cm <sup>-1</sup>	0.6 cm <sup>-1</sup>
$\sigma_s$	80 cm <sup>-1</sup>	70 cm <sup>-1</sup>	90 cm <sup>-1</sup>

**Modèle : ETR domaine fréquentiel**

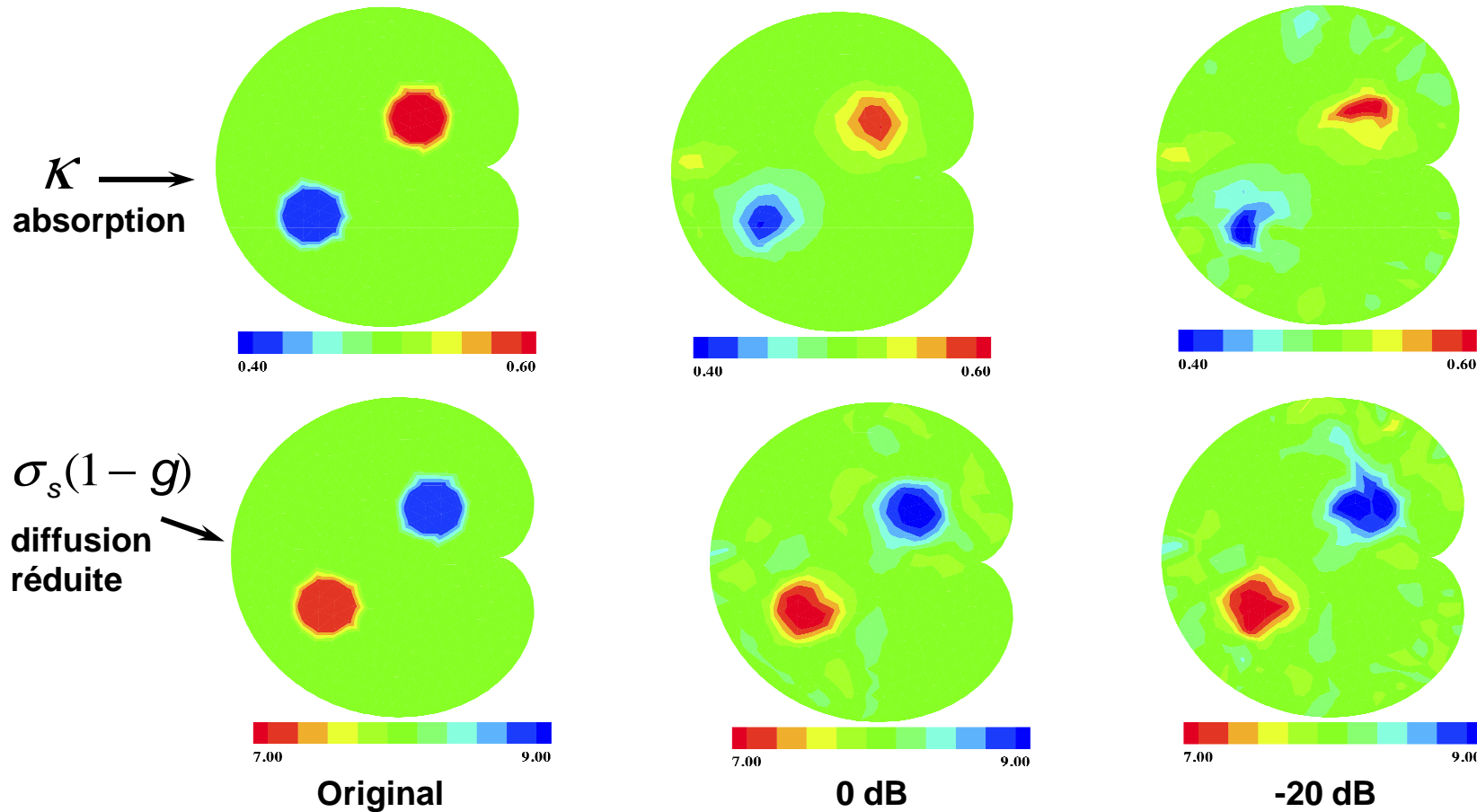
$$\nabla \cdot (\vec{\Omega} \cdot I) + \left( \kappa + \sigma_s + \frac{i\omega n}{c} \right) I = \frac{\sigma_s}{4\pi} \int_{4\pi} d\Omega \Phi(\vec{\Omega}, \vec{\Omega}) I + S$$



# APPLICATIONS NUMÉRIQUES

Balima & al.  
IHTC-14

- Reconstruction de  $(\sigma_s \text{ et } K) \sigma_s$







## APPLICATIONS NUMÉRIQUES

- **Reconstruction de l'indice de réfraction ( )  $n$**
- Influence la trajectoire de la lumière
  - Les modèles de rayonnement pour la tomographie optique s'appuient habituellement sur **un indice constant**
- Paramètre optique fonctionnel
  - Masse volumique de l'air
  - Ex. : Taux de glucose en solution,  
$$n = .2015*[C]+1.3292$$





## APPLICATIONS NUMÉRIQUES

Boulangier & al.  
JQSRT -2011

- Reconstruction de l'indice de réfraction
- Introduit des **termes supplémentaires** dans l'ETR qui correspondent à un flux d'énergie dans l'espace angulaire (courbure du rayon)

**Modèle : ETR à indice variable**

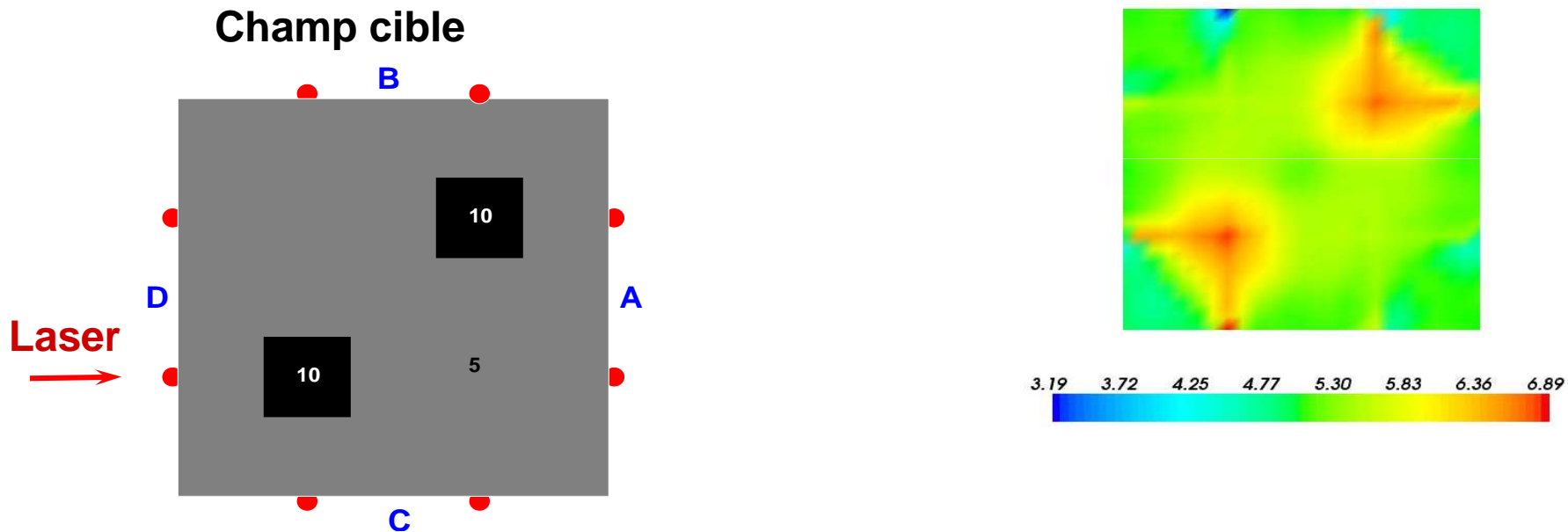
$$\frac{n}{c_o} \frac{\partial I(\vec{r}, \vec{\Omega}, t)}{\partial t} + \vec{\Omega} \cdot \vec{\nabla} I(\vec{r}, \vec{\Omega}, t) + \frac{1}{n} \vec{\nabla} n \cdot \vec{\nabla}_{\vec{\Omega}} I(\vec{r}, \vec{\Omega}, t) - \frac{2}{n} (\vec{\Omega} \cdot \vec{\nabla} n) I(\vec{r}, \vec{\Omega}, t) + (\kappa + \sigma_s) I(\vec{r}, \vec{\Omega}, t) - \sigma_s \int_{4\pi} d\Omega \Phi(\vec{\Omega}' \rightarrow \vec{\Omega}) I(\vec{r}, \vec{\Omega}', t) = f(\vec{r}, \vec{\Omega}, t)$$



## APPLICATIONS NUMÉRIQUES

Boulanger & al.  
JQSRT -2011

- Reconstruction de l'indice de réfraction
- Démonstration conceptuelle



La tomographie digitale basée sur l'ETR complète est utilisée pour reconstruire le champ d'indice de réfraction. **Utilise des schémas simples et une résolution assez pauvre.**



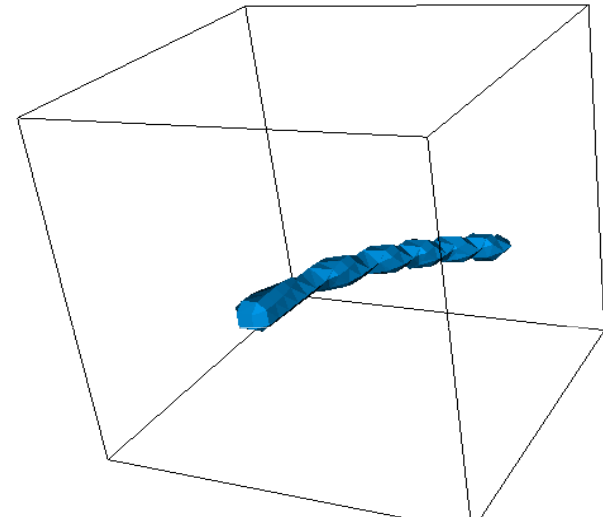
## PLAN

- **RÉSOLUTION DU PROBLÈME INVERSE**
  - Principe
  - Techniques
  - Calcul du gradient
  - Algorithme
- **APPLICATIONS**
  - Reconstruction coefficients d'absorption et de diffusion
  - Reconstruction de l'indice de réfraction
- **DÉVELOPPEMENTS EN COURS**
- **CONCLUSION ET PERSPECTIVES**



## DÉVELOPPEMENTS EN COURS

- **Reconstruction de l'indice de réfraction**
- **Amélioration en cours**
- Solutionneur Lagrangien de tracé de rayon courbe pour la méthode des ordonnées discrètes modifiée opérationnel
- Implantation de la méthode en ligne pour faciliter l'adoption de schémas numériques de haute précision en cours



**Energie injectée sur la grille Eulérienne par le solutionneur Lagrangien**



## DÉVELOPPEMENTS EN COURS

Balima & al.  
IMECE 2011

### ○ Fonction coût intégrale

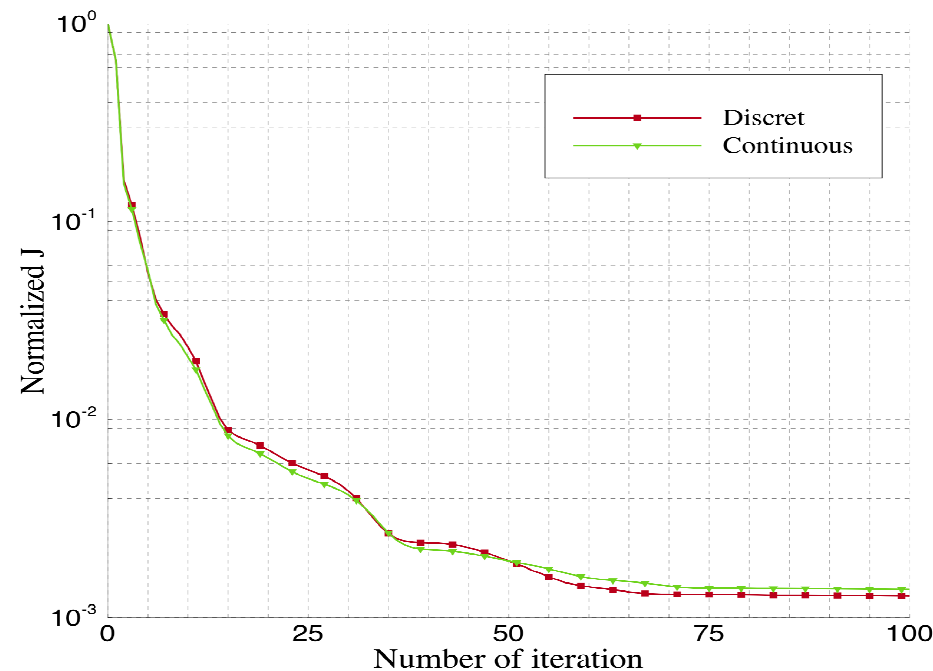
- Effet lissant les bruits
- Prise en compte de la surface des capteurs

### Fonction coût discrète

$$J(\theta) = \sum_{i=1}^M (Y_{mes,i} - y_i(\theta))^2$$

### Fonction coût intégrale

$$J(\theta) = \int_{\partial\Omega_i} (Y_{mes,i} - y_i(\theta))^2 ds$$



### Évolution comparative

14èmes journées du GDR, Nancy 2011



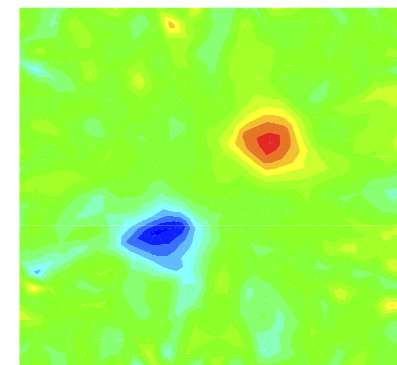
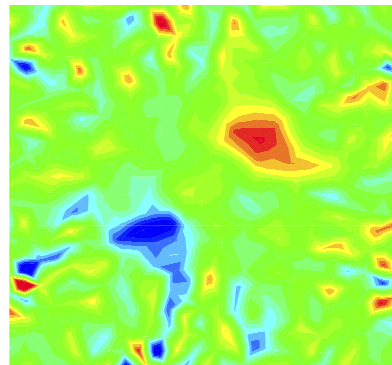
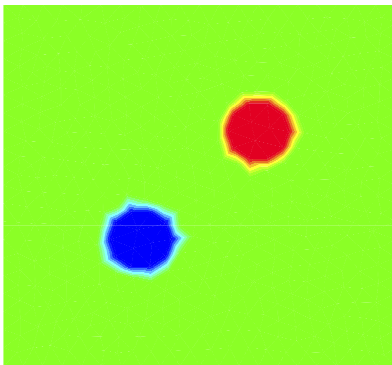
# DÉVELOPPEMENTS EN COURS

Balima & al.  
IMECE 2011

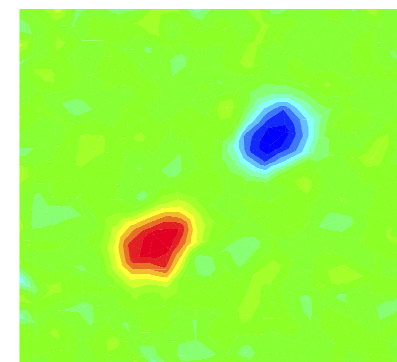
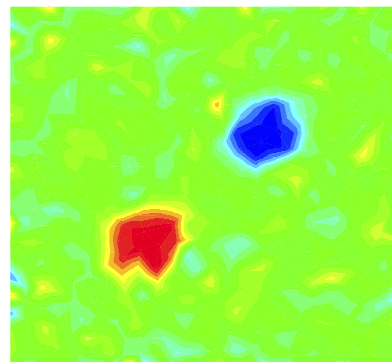
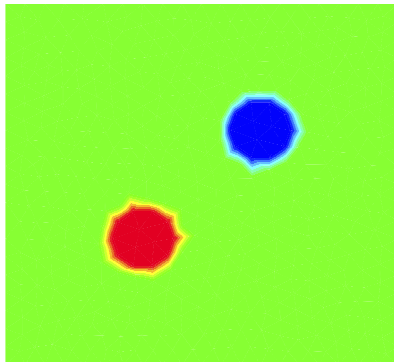
- Lissage du gradient

Contraste et contours  
plus nets

$K$  →  
absorption



$\sigma_s(1-g)$   
diffusion réduite ↘



Original

-20 dB, sans lissage

-20 dB, avec lissage





## CONCLUSION ET PERSPECTIVES

- Caractérisation des propriétés optiques par méthodes inverses
  - Utilisation de l'ETR complète
  - Introduction à reconstruction de l'indice de réfraction
- Amélioration en cours
  - Solveur lagrangien (milieu à indice variable)
  - Fonction coût intégrale
  - Régularisation par lissage du gradient
  - Modèle ETR
- Suite à venir ...



## CONCLUSION ET PERSPECTIVES

- Thèse en cotutelle **ETS-Nantes** (F. Dubot)
  - Modèle de Rayonnement
  - Calcul // (Décomposition de domaine) FEM-DG
  - Couplage Angle-spatial
  - Amélioration des techniques d'optimisation
- Applications expérimentales
  - En collaboration (LTN Nantes, Columbia H. Kim)
  - **Autres ...**



## REMERCIEMENTS

- Mes collaborateurs
  - **Pr A. Charette (émérite UQAC)**
  - **Dr J. Boulanger**
  - **Dr Hyun Keol Kim** (Laboratoire de biophotonique et de radiologie optique, Columbia University, New York)
  
- Subventions
  - Département des sciences appliquées **UQAC**
  - Chaire T3E, **ETS (www.t3e.info)**



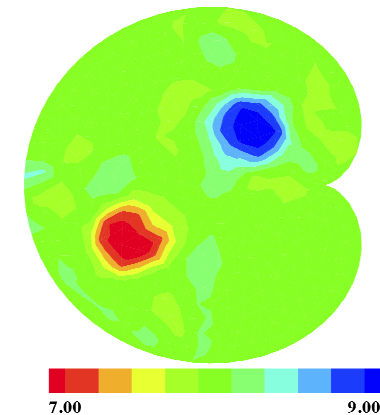
**UQAC**  
UNIVERSITÉ DU QUÉBEC  
À CHICOUTIMI



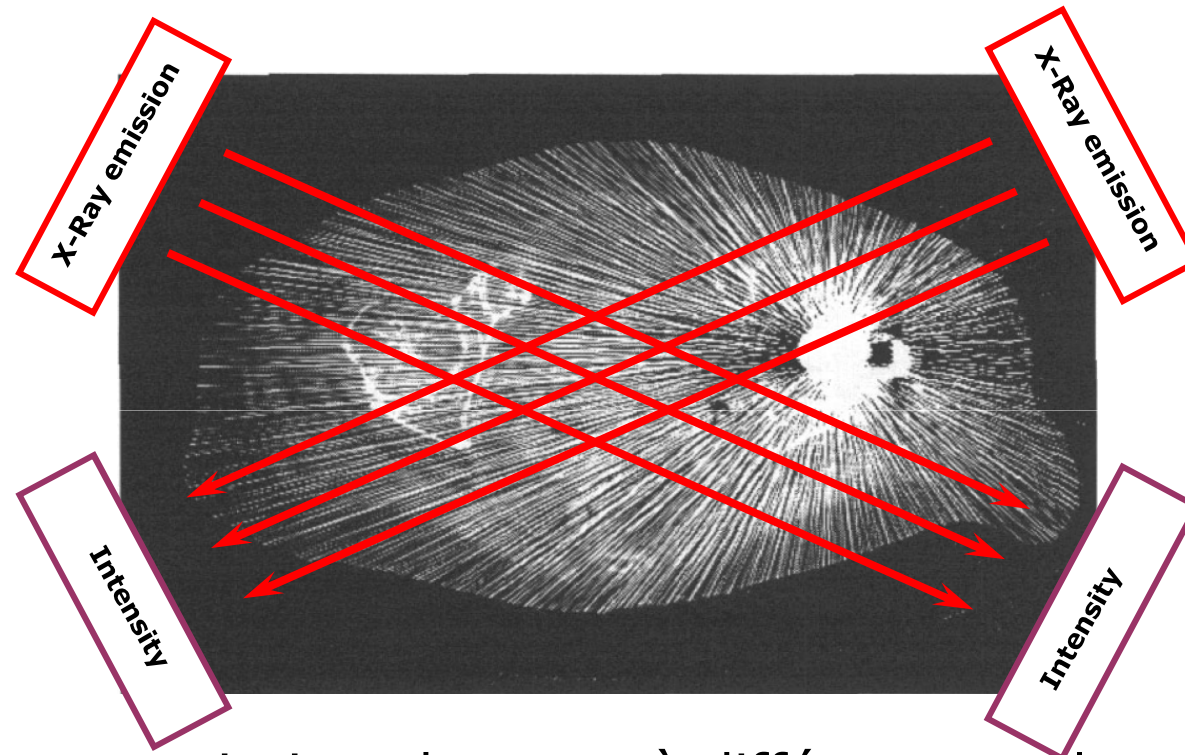
## DÉTERMINATION DE PROPRIÉTÉS OPTIQUES

O. BALIMA<sup>a,b</sup>, B. ROUSSEAU<sup>c</sup>, Y. FAVENNEC<sup>c</sup> et D. ROUSSE<sup>a</sup>

Merci pour votre attention



## 1970: Tomographie par rayons X



Les valeurs de transmission obtenues à différents angles sont alimentées à un système informatisé pour reconstruire une tranche (Inversion de Radon)



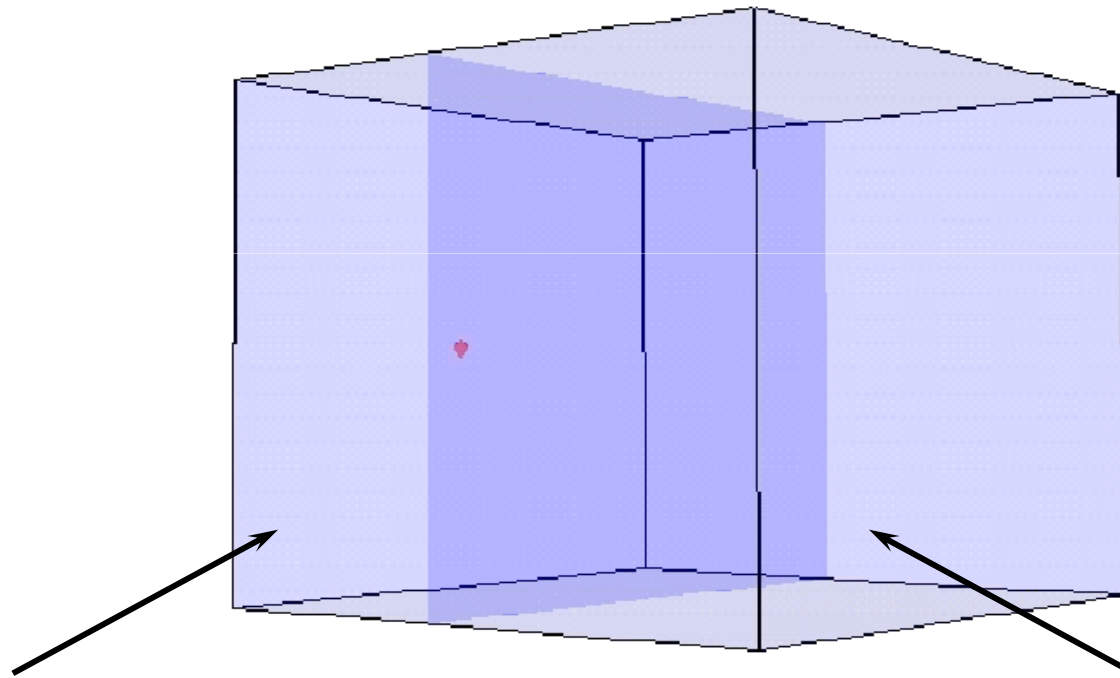
## Principale difficulté : Milieu diffusant

- Valeurs typiques du coefficient de diffusion dans les tissus biologiques :  $1000 - 10000 \text{ m}^{-1}$  (le coefficient d'absorption est deux ordres de grandeur inférieur)
- Trajectoire des rayons très diffuse (libre parcours moyen très court de sorte que les photons ont un mouvement de type brownien)



# Illustration

Boulanger & al.



**Région de trajectoire  
balistique**

**Région d'évolution  
diffuse**





## Stratégie d'imagerie

- Le rayonnement émergent hautement diffus n'est pas directement adapté à l'imagerie
- Toutefois, la solution d'un problème inverse permet d'exploiter l'information voilée dans le signal brouillé
- Objectif : cartographier les propriétés optiques ( et ) du milieu.

$$\sigma_s \quad \kappa$$



## Équation de transport à résoudre :

$$\frac{n}{c} \frac{\partial I}{\partial t} + \nabla \cdot (\vec{\Omega} \cdot I) + \beta I = \frac{\sigma_s}{4\pi} \int_{4\pi} d\Omega' \Phi(\vec{\Omega}', \vec{\Omega}) I + S$$

Propagation le long  
de la direction  $\vec{\Omega}$

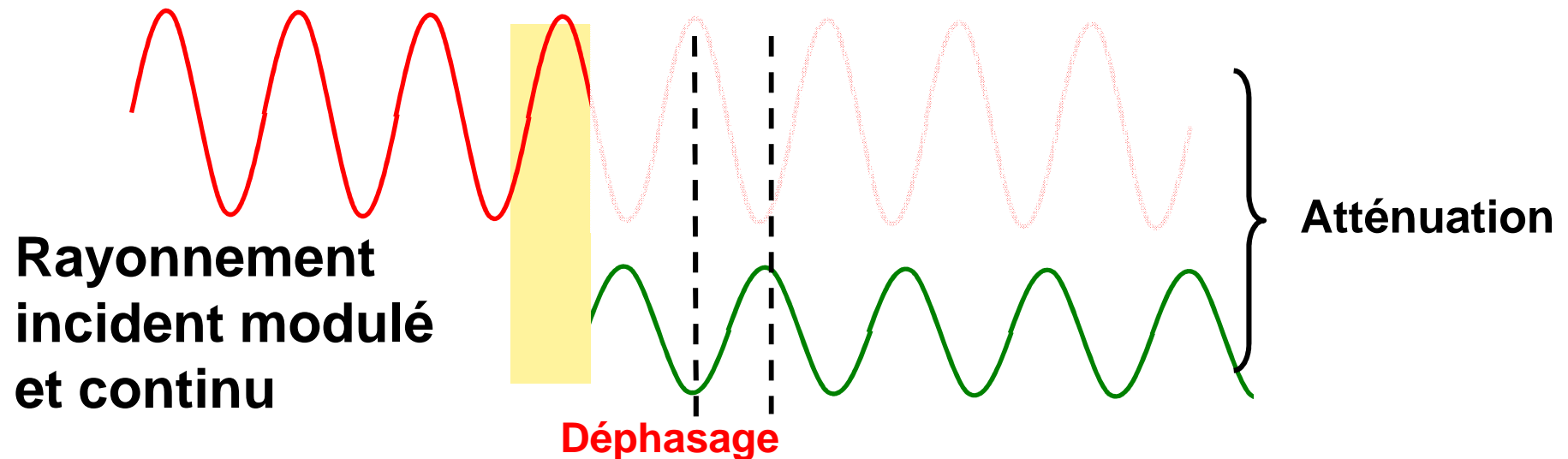
Extinction

Contribution par  
diffusion venant de  
toutes les directions

Source

## Domaine fréquentiel

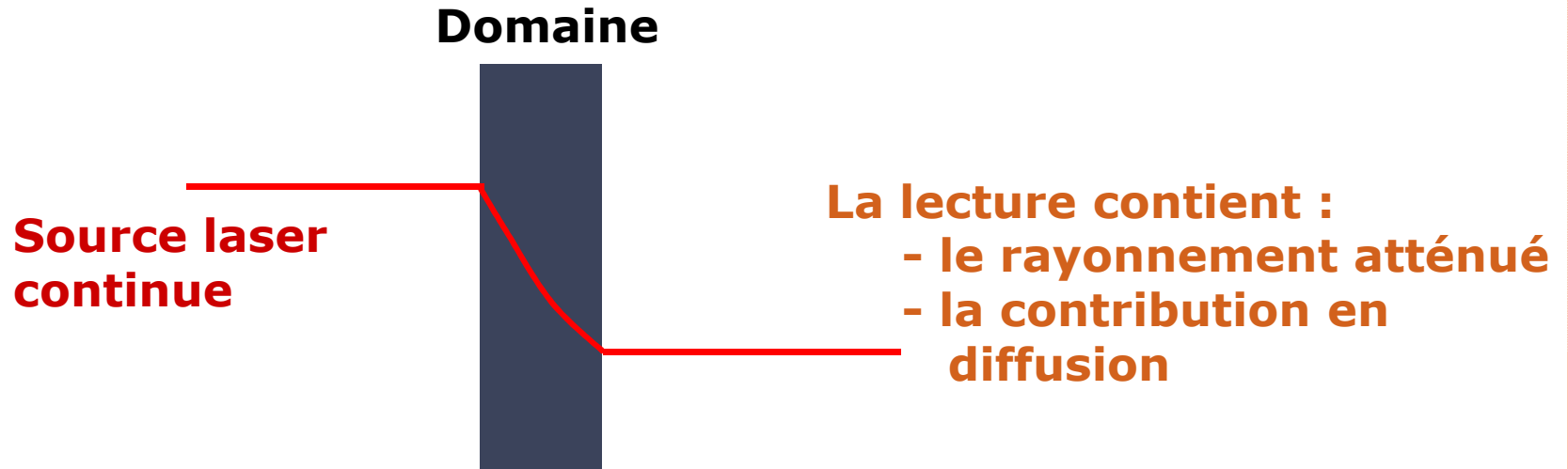
Fréquence typique de modulation : 100 – 1000 MHz



ETR adaptée au domaine fréquentiel

$$\nabla \cdot (\vec{\Omega} I) + \left( \kappa + \sigma_s + \frac{i\omega n}{c} \right) I = \frac{\sigma_s}{4\pi} \int_{4\pi} d\Omega' \Phi(\vec{\Omega}', \vec{\Omega}) I + S$$

## Régime établi



$$\nabla \cdot (\vec{\Omega} \cdot I) + \beta I = \frac{\sigma_s}{4\pi} \int_{4\pi} d\Omega' \Phi(\vec{\Omega}', \vec{\Omega}) I + S$$

- Mesure unique par détecteur : précision limitée et difficulté d'effectuer l'inversion.
- Toutefois: compatible avec le monitoring en temps réel.