

Développement et optimisation d'une méthode de caractérisation thermique de couches minces par technique électrothermique sur données synthétiques

Christophe RODIET^{1,2}, Yvan CUMINAL¹, Alain FOUCARAN¹

¹ Institut d'Électronique et des Systèmes (IES – UMR 5214, CNRS)
Université de Montpellier-2, 860 Rue St - Priest, 34090 Montpellier

² EPF Montpellier
21 boulevard Berthelot, 34000 Montpellier

^{*}(auteur correspondant : christophe.rodiet@epf.fr)

Résumé - Dans ce papier, une méthode de Monte Carlo est utilisée pour comparer deux modèles d'estimations de conductivités thermiques de couches minces qui permettent de prendre en compte la forme temporelle de l'excitation. Dans le premier modèle les résistances d'interfaces ne sont pas prises en compte, alors que dans le second la résistance d'interface entre le ruban et le film est prise en compte. L'originalité du travail réside principalement dans la mise en place d'un critère simple permettant de déterminer l'intervalle temporel optimal d'estimation permettant de minimiser l'écart-type sur les valeurs estimées, et d'améliorer ainsi la précision et la robustesse de la méthode d'estimation.

1. Introduction

Les couches minces sont largement utilisées pour la conception de composants électroniques, optoélectroniques, de cellules photovoltaïques, ou encore comme revêtements à haute résistance mécanique. La connaissance de leurs propriétés thermiques joue alors un rôle important pour la détermination de la fiabilité, de l'optimisation des performances, et de la gestion/contrôle thermique de nombreux systèmes.

Le contexte de cette étude est celui de la caractérisation thermique de couches minces intervenant dans la conception de cellules photovoltaïques à haute concentration solaire tel que les matériaux quaternaires du type $\text{Ga}_\alpha\text{Al}_\beta\text{As}_\delta\text{Sb}_\gamma$ qui présentent des gaps adaptés et des perspectives de rendement supérieures aux technologies actuelles des panneaux photovoltaïques (PV) si les effets thermiques parasites peuvent être maîtrisés.

En effet, les propriétés électriques et thermiques (et par conséquent le rendement) des cellules PV sont fortement dépendantes de leur température. Il est ainsi essentiel de maîtriser l'échauffement de ces dernières ; or pour cela il est indispensable de parfaitement connaître, voire prédire, les propriétés thermiques de ces cellules.

Malheureusement, la caractérisation thermique de couches minces mène à de nombreuses difficultés, car leurs propriétés thermiques sont fortement corrélées à leur microstructure et dépendent de la température. De plus, il peut y avoir présence potentielle d'effets expérimentaux non idéaux (du point de vue de la simplicité de modélisation) tels que : semi-transparence de la couche mince [1, 2], résistances thermiques d'interfaces (entre film/substrat/capteur) pouvant devenir non négligeables [3, 4], rapport signal sur bruit pouvant être dégradé, voire, un changement de régime thermique diffusif en régime balistique (films nanométriques)... Par ailleurs, les films minces ayant des temps de réponse thermique extrêmement faibles, il est nécessaire de mettre en place des méthodes spécifiques afin de pouvoir les caractériser.

Sur le plan expérimental, il existe globalement deux grandes classes de méthodes utilisées pour la caractérisation thermique de couches minces : les méthodes photothermiques (modulées ou non) [5, 6, 7] et les méthodes électriques [8, 9, 10].

Contrairement au contexte de la caractérisation de matériaux opaques « massifs », celui de la caractérisation de couches minces n’implique plus nécessairement que les méthodes optiques soient moins intrusives que les méthodes électriques (par contact). Cela notamment à cause du possible caractère semi-transparent des couches minces, impliquant généralement de devoir les recouvrir d’un film opaque afin d’absorber et d’émettre l’énergie en surface.

C’est donc dans ce contexte qu’une méthode de caractérisation thermique hybride basée sur un principe d’excitation optique (laser) et de mesure électrothermique va être présentée dans ce papier (section 2). Le modèle thermique utilisé repose sur une modélisation quadripolaire (section 3). Deux modèles d’estimation conjointement utilisés avec un critère de détermination d’intervalle temporel optimal d’estimation minimisant l’écart-type sur les valeurs estimées (section 4), améliorant ainsi la précision et la robustesse des méthodes d’estimation, seront comparées numériquement (section 5) sur des données bruitées et non bruitées afin de mettre en évidence l’importance de la prise en compte de la résistance d’interface entre le ruban et le film.

2. Présentation du Problème

Il s’agit ici d’améliorer une méthode de caractérisation développée dans de précédents travaux [4, 3], notamment en prenant en compte la forme temporelle de l’excitation, la résistance d’interface entre le ruban et le film, et en définissant un critère pour le choix optimal de l’intervalle temporel d’estimation et de la température de référence pour l’adimensionnement des thermogrammes. Les résultats numériques obtenus à l’aide de la méthode proposée, ainsi que des représentations schématiques du banc expérimental et de la cellule de mesure, sont données respectivement en Figure 1, Figure 2 et Figure 3.

La méthode de mesure consiste à déposer un ruban métallique (aluminium, d’épaisseur $e_r=100nm$) par pulvérisation magnétron sur le film (couche mince de cellule PV, d’épaisseur $e_f=2\mu m$) à caractériser, puis à relier ce ruban (faisant office de résistance électrique) au sein d’un pont de Wheatstone équilibré (cf. Figure 2). La thermo-dépendance de la résistance électrique du ruban (1) servira de transducteur afin de déterminer la variation de température de surface du matériau (2). La méthode expérimentale consiste alors à chauffer le ruban à l’aide d’une excitation laser brève (20ns), puis à déterminer sa variation de température ΔT induite par diffusion dans le matériau.

En supposant que l’élévation de température du ruban est faible (élévation de température inférieure à 10K), la thermo-dépendance de la résistance électrique du ruban peut être définie (de même que celle des autres résistances du pont) par :

$$R_i(T_i) = R_0(1 + k_i \cdot \Delta T_i) = R_0 + \Delta R_i(T_i) \quad ; \quad \Delta T_i = T_i(t) - T_i(t=0) \quad (1)$$

De plus, afin de simplifier la présentation du problème, si l’on suppose que le pont de Wheatstone est initialement équilibré (i.e $R_i = R_0, \forall i \in \{1;4\} \Rightarrow V = 0$), et que durant toute la phase de mesure les résistances (autres que le ruban) ont des variations négligeables (faible auto-échauffement par effet Joule et $k_i \ll k_4, \forall i \in \{1;3\}$) devant celle du ruban, alors la variation ΔV de la tension de déséquilibre du pont est donnée en 1^{ère} approximation par :

$$\Delta V \underset{\Delta R_4 \ll R_0}{\simeq} \frac{\Delta R_4}{4R_0} U = \frac{k_4 U}{4} \Delta T \equiv \gamma \Delta T, \quad \gamma = \text{cste} \quad (2)$$

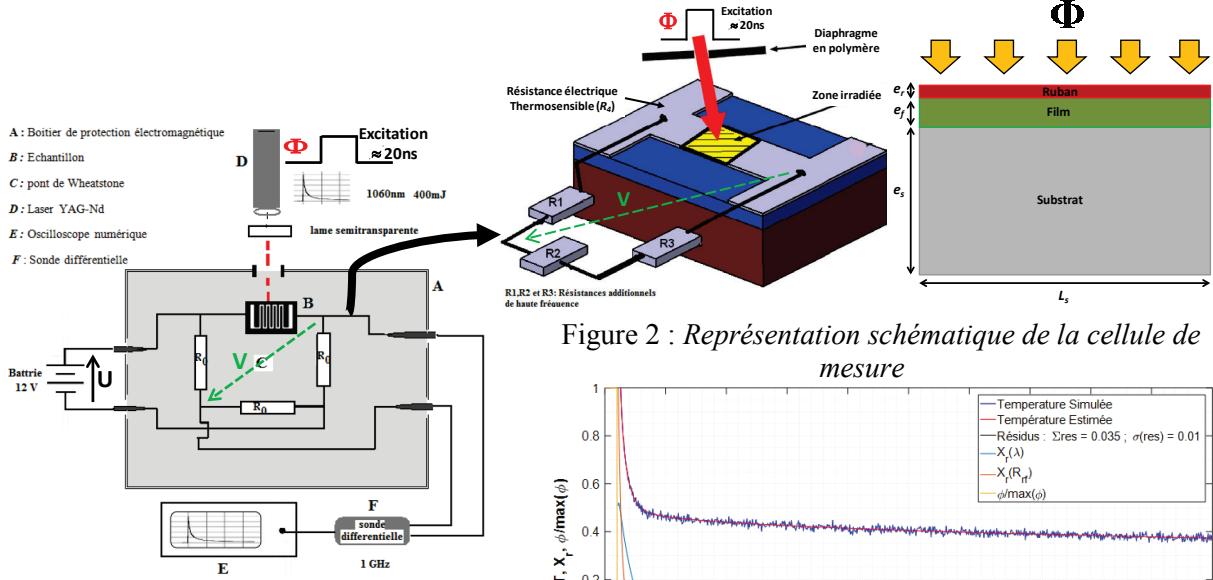


Figure 1 : Représentation schématique du banc expérimental

Figure 2 : Représentation schématique de la cellule de mesure

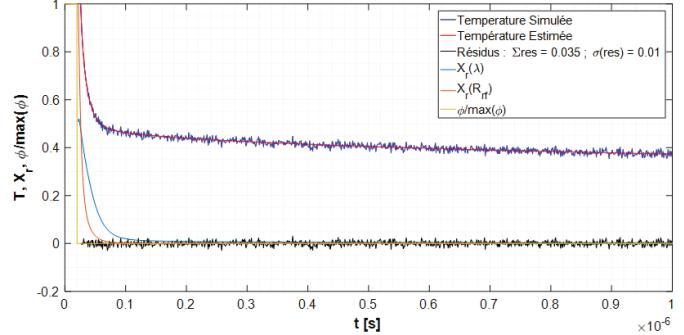


Figure 3 : Thermogrammes réduits simulés et estimés, Sensibilités réduites à λ et R_{rf} , et flux normalisé

3. Modélisation et Simplification du Problème

Il reste alors à modéliser le transfert de chaleur responsable de la variation ΔT de la température du ruban. Pour cela, on supposera que le transfert de chaleur est 1D instationnaire et purement diffusif (grande largeur du ruban et durée de mesure très courte ($\sim 1\mu\text{s}$) vis-à-vis du temps diffusif dans le plan). Les extensions latérales du problème 1D sont celles du ruban (supposé intégralement irradié et de façon uniforme par un faisceau laser de l'ordre du cm^2), et la diffusion a lieu suivant l'épaisseur du tricouche {ruban/film/substrat} (cf. Figure 2).

Dans ce cas, une modélisation par quadripôles thermiques est possible [11] et consiste à décrire le problème dans l'espace de Laplace sous la forme schématique de la Figure 4.

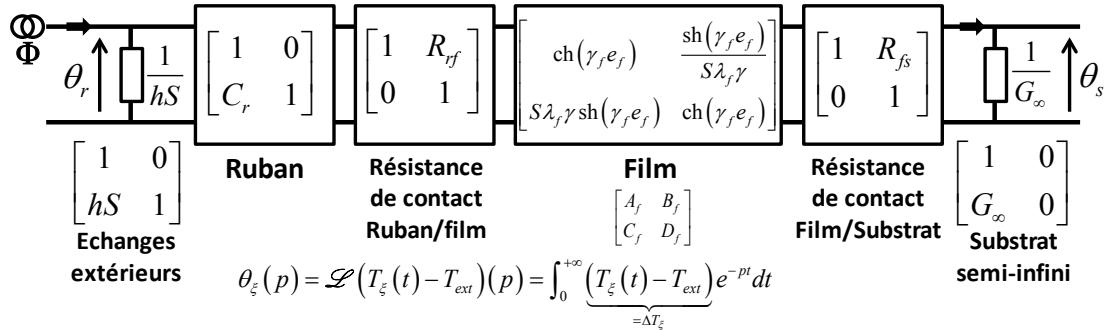


Figure 4 : Représentation quadripolaire du transfert de chaleur au sein du tricouche

Dans cette représentation quadripolaire, le ruban a été modélisé par une capacité thermique pure ($C_r = \rho_r c_r e_r = 2,4\text{e}6 \text{ J.m}^{-3}.\text{K}^{-1}$) en vertu d'un temps de diffusion ($0,1\mu\text{s}$) très court vis-à-vis des autres couches ; et le substrat a été modélisé par un milieu semi-infini (d'admittance

$G_\infty = \sqrt{\lambda_s \rho_s c_s} \sqrt{p} = 1406\sqrt{p}$) compte tenu de son grand temps de diffusion (isolant thermique de « grande » épaisseur : $e_s=1,1mm$ et $\lambda_s = 1,09 W.m^{-1}.K^{-1}$).

Par ailleurs, compte tenu de la faible émissivité ($\epsilon_r < 0,1$) du ruban métallique (ainsi que $\Delta T < 10K$) et de la faible durée de mesure totale ($1\mu s$) (due au faible temps de réponse du film), on négligera les échanges par radio-conducto-convection avec le milieu extérieur. De plus, on négligera également les échanges par transfert radiatif au sein du tricouche (conductivité radiative du film $\lambda_r \leq 0,015 W.m^{-1}.K^{-1}$).

Ainsi, en prenant pour hypothèse que le flux est négligeable en face-arrière du substrat, la température de la face-avant du film a pour expression dans l'espace de Laplace (cf. Figure 4) :

$$\theta_r(p) = \frac{[A_f + (A_f R_{fs} + B_f)G_\infty + R_{rf}[C_f + (C_f R_{fs} + D_f)G_\infty]]\Phi(p)}{(hS + C_r)[A_f + (A_f R_{fs} + B_f)G_\infty] + [(hS + C_r)R_{rf} + 1][C_f + (C_f R_{fs} + D_f)G_\infty]} \quad (3)$$

Enfin, compte tenu du « faible » temps d'estimation ($1\mu s$) et du caractère isolant du substrat, une analyse de sensibilités montre que l'on peut s'affranchir de la prise en compte de la résistance d'interface entre le film et le substrat. On se propose alors de comparer deux modèles. Le 1^{er} ne prenant en compte aucune résistance d'interface (cf. (4)), et le 2nd prenant en compte la résistance d'interface ruban/film (cf. (5)).

$$\textbf{Modèle 1} : \theta_{r1}(p) = \frac{A_f + B_f G_\infty}{\underbrace{A_f C_r + C_f + (B_f C_r + D_f)G_\infty}_{H(p)}} \Phi(p) = H(p)\Phi(p) \quad (4)$$

$$\textbf{Modèle 2} : \theta_{r2}(p) = \frac{[A_f + B_f G_\infty + R_{rf}[C_f + D_f G_\infty]]\Phi(p)}{(hS + C_r)[A_f + B_f G_\infty] + [(hS + C_r)R_{rf} + 1][C_f + D_f G_\infty]} \quad (5)$$

Puis par inversion numérique de Laplace (basée sur l'algorithme de De Hoog [12]), on obtient alors le champ de température théorique dans le domaine temporel :

$$\Delta T_{ri}(t) = T_{ri}(t) - T_{ext} = \mathcal{L}^{-1}(\theta_{ri}(p))(t) = h_{ri}(t) \otimes Q\varphi(t), \quad \forall i \in \{1;2\} \quad (6)$$

Notons qu'expérimentalement, une photodiode permet de déterminer la forme temporelle de l'excitation.

4. Méthodes d'Estimation

Tout d'abord, notons que le modèle (3) est en l'état inadapté à l'estimation simultanée de l'ensemble des paramètres apparaissant dans le modèle car ces derniers sont corrélés entre eux et rendent donc le problème fonctionnel mal posé au sens d'Hadamard [13] et par conséquent également numériquement mal conditionné.

Une solution consiste alors à réduire le modèle et/ou réduire le nombre de paramètres à estimer en supposant les autres comme étant connus, car mesurés par des méthodes annexes réputées robustes et précises, par exemple. Cela a pour effet de régulariser le problème initial, de diminuer la variance sur les paramètres estimés, mais également d'augmenter potentiellement le biais, comme cela sera mis en évidence en section 5.

Dans cette idée de réduction du nombre de paramètres à estimer, bien que cela puisse induire un biais pouvant devenir non négligeable si les méthodes d'estimation de ces grandeurs ne sont pas suffisamment précises, on supposera connu (avec suffisamment de précisions) les

propriétés thermiques du ruban métallique, du substrat et la capacité calorifique du film. Par ailleurs, afin d'alléger les notations, on englobera le produit $\gamma.Q$ (cf. (2) et (6)) dans le paramètre à estimer Q (représentant normalement uniquement la puissance absorbée par le ruban).

Ainsi, pour le modèle (4) il ne reste à estimer que les paramètres Q et λ_f (conductivité du film), alors que pour le modèle (5) il faut rajouter la résistance d'interface ruban/film notée R_{rf} .

Les méthodes/modèles d'estimations proposées sont basées sur la méthode des moindres carrés, associée à un algorithme de descente de type Levenberg-Marquardt régularisé [14] consistant, ici, à minimiser dans le domaine temporel l'écart quadratique entre la température mesurée expérimentalement (2) et la température calculée ((4) ou (5)). En nommant, $\Delta T_{exp} = T_{exp} - T_{ext}$ la température mesurée expérimentalement, les fonctions coûts à minimiser et associées aux deux modèles proposés, s'écrivent respectivement (β_i représentant le vecteur paramètre à estimer) :

$$R_i(\beta_i) = \sum_{k=k_1}^{k_2} \left(\frac{T_{exp,k}(t_k)}{\max(T_{exp}(t_k))} - \frac{\Delta T_{ri}(t_k, \beta_i)}{\underbrace{\max(\Delta T_{ri})}_{\equiv T_{ri}^*(t_k, \beta_i)}} \right)^2 \Rightarrow \hat{\beta}_i = \arg \min_{t \in [t_{k_1}; t_{k_2}]; \beta_i} (R_i(\beta_i)) ; \quad \begin{aligned} \beta_1 &= \lambda_f \\ \beta_2 &= (\lambda_f; R_{rf}) \end{aligned} \quad (7)$$

Notons que l'on s'est affranchit de l'estimation du paramètre Q en travaillant en température réduite $T_{ri}^*(t) = \Delta T_{ri}(t)/\max(\Delta T_{ri}(t))$. Cela a pour avantages de réduire la variance sur les paramètres estimés et d'améliorer la robustesse de la méthode d'estimation. Cependant, en contrepartie cela induit un biais dû au bruit de mesure.

Au voisinage de la convergence, et pour un bruit supposé additif, non corrélé, de moyenne nulle et d'écart-type constant (σ_{noise}), les expressions approchées des matrices de variance-covariances pour chacun des modèles, sont définies par :

$$\text{cov}(\beta_1) \equiv \sigma_\lambda^2 = (\mathbf{X}_1^t \mathbf{X}_1)^{-1} \sigma_{noise}^2 ; \quad \mathbf{X}_1 = \left[\frac{\partial T_{r1,1}^*}{\partial \lambda} \quad \dots \quad \frac{\partial T_{r1,N}^*}{\partial \lambda} \right]^T \quad (8)$$

$$\text{cov}(\beta_2) = \begin{bmatrix} \sigma_\lambda^2 & \text{cov}(\lambda, R_{rf}) \\ \text{cov}(\lambda, R_{rf}) & \sigma_{R_{rf}}^2 \end{bmatrix} = (\mathbf{X}_2^t \mathbf{X}_2)^{-1} \sigma_{noise}^2 ; \quad \mathbf{X}_2 = \left[\frac{\partial \Delta T_{r2,k}^*}{\partial \beta_j} \right] = \begin{bmatrix} \frac{\partial \Delta T_{r2,1}^*}{\partial \lambda} & \frac{\partial \Delta T_{r2,1}^*}{\partial R_{rf}} \\ \vdots & \vdots \\ \frac{\partial \Delta T_{r2,N}^*}{\partial \lambda} & \frac{\partial \Delta T_{r2,N}^*}{\partial R_{rf}} \end{bmatrix} \quad (9)$$

Reste alors à définir l'intervalle temporel optimal $[t_{k_1}; t_{k_2}]$ d'estimation des paramètres pour chacune des méthodes (10). On supposera qu'il y a N mesures temporelles $\Rightarrow k_i \in [1; N]$.

$$(\hat{t}_{k_1}, \hat{t}_{k_2}) = \arg \min_{[t_{k_1}; t_{k_2}] \subseteq [t_f; t_{\max}]} (\sigma_\lambda(\beta_i, t_{k_1}, t_{k_2})) \quad ; \quad i \in \{1; 2\} \quad (10)$$

Afin de rester dans le cadre (de la modélisation) du transfert 1D, de pertes négligeables et du milieu semi-infini pour le substrat (ce qui permettra de limiter les biais de modèle), on limitera la durée maximale d'exploitation du signal expérimental à $t_{\max} = 1\mu s \ll \tau_{cd}^s/10$; ($\tau_{cd}^s = e_s^2/a_s$: temps de diffusion du substrat).

D'autre part, le temps initial d'estimation commencera après la fin t_f de l'excitation, car expérimentalement le signal est inexploitable durant la période $[0; t_f]$.

La méthode consiste alors à déterminer l'intervalle temporel $[t_{k_1}; t_{k_2}] \subseteq [t_f; t_{\max}]$ minimisant l'écart-type σ_λ de la conductivité estimée (cf. (8) et (9)).

5. Validation Numérique

Afin de comparer les deux modèles proposés ((4) et (5)), des simulations numériques à l'aide d'un code aux éléments finis (permettant ainsi de s'affranchir d'un « crime inverse ») ont été réalisées pour différentes valeurs de résistance d'interface ruban/film et pour une résistance d'interface film/substrat $R_{fs}=1e-8 \text{ K.W}^{-1}$.

Pour chacun des cas, des simulations numériques non bruitées (section 5.1), et bruitées par méthode de Monte-Carlo (section 5.2) ont été réalisées. Pour la méthode de Monte-Carlo, 100 vecteurs de température bruités ont été générés, avec un bruit gaussien, de moyenne nulle et d'écart-type constant (égal à 1% du maximum du champ de température non bruité). La méthode de Monte-Carlo a pour but d'étudier les vraies performances des méthodes d'estimation proposées.

Les propriétés thermiques des différents matériaux ainsi que les valeurs des résistances de contact ont été choisies en accord avec la littérature. Pour l'ensemble des simulations, la conductivité thermique cible est $\lambda_f = 100 \text{ W.m}^{-1}\text{K}^{-1}$.

5.1. Simulations Non Bruitées

	Valeurs Simulées de Rrf [K.W ⁻¹]	Conductivité Estimée λ [W.m ⁻¹ .K ⁻¹]	Erreur Absolue (ou relative) de λ [W.m ⁻¹ .K ⁻¹]	Ecart-type MC λ [W.m ⁻¹ .K ⁻¹]	Résistance de contact Estimée Rrf [K.W ⁻¹]	Erreur Absolue Rrf [K.W ⁻¹]	Ecart-type MC Rrf [K.W ⁻¹]
Modèle 1	0	100.68	0.68				
	1e-9	97.92	2.08				
	5e-9	86.16	13.84				
	1e-8	68.80	31.20				
Modèle 2	0	100.20	0.20		2.04e-10	2.04e-10	
	1e-9	100.57	0.57		9.73e-10	2.67e-11	
	5e-9	100.56	0.56		4.97e-9	2.83e-11	
	1e-8	100.53	0.53		9.97e-9	3.46e-11	

Tableau 1 : Estimation de conductivité et de résistance de contact ruban/film sur données non bruitées pour $R_{fs}=1e-8 \text{ K.W}^{-1}$, $\lambda_f=100 \text{ W.m}^{-1}\text{K}^{-1}$ et $t \in [t_{k_1}; t_{k_2}]$

Analyse du Tableau 1 : Tout d'abord, remarquons que les erreurs d'estimations obtenues dans le cas $R_{rf} = 0$ sont dues à un biais de modèle (non prise en compte de R_{fs} par (4) et (5)).

D'autre part, on note qu'il devient essentiel de prendre en compte la résistance d'interface ruban/film dès lors que cette dernière devient supérieure à $1e-9 \text{ [K.W}^{-1}\text{]}$.

Enfin, les résultats obtenus mettent également en évidence la performance de la méthode d'estimation associée au modèle 2, permettant d'estimer simultanément la conductivité thermique avec une erreur relative inférieure à 1% et la résistance d'interface ruban/film avec une erreur relative inférieure à 3%.

Cependant, afin d'évaluer la réelle performance des méthodes d'estimation proposées, il convient également de tenir compte des performances/robustesse de l'algorithme d'estimation utilisé en présence de données bruitées. Cette analyse est réalisée à l'aide de la méthode de Monte-Carlo, dont l'analyse des résultats fait l'objet de la section 5.2 suivante.

5.2. Simulations Bruitées

	Valeurs Simulées de Rrf [K.W ⁻¹]	Conductivité Estimée λ [W.m ⁻¹ .K ⁻¹]	Erreur Absolue (ou relative) de λ [W.m ⁻¹ .K ⁻¹]	Ecart-type MC λ [W.m ⁻¹ .K ⁻¹]	Résistance de contact Estimée Rrf [K.W ⁻¹]	Erreur Absolue Rrf [K.W ⁻¹]	Ecart-type MC Rrf [K.W ⁻¹]
Modèle 1	0	101.04	1.04	2.38			
	1e-9	97.87	2.13	2.59			
	5e-9	86.24	13.77	1.79			
	1e-8	69.03	30.97	1.52			
Modèle 2	0	100.52	0.52	5.37	2.14e10	2.14e-10	3.18e-9
	1e-9	100.50	0.50	1.77	9.16e-10	8.45e-11	4.58e-10
	5e-9	100.74	0.74	1.72	4.99e-9	7.2e-12	3.23e-10
	1e-8	100.74	0.74	1.83	9.97e-9	2.71e-11	3.84e-10

Tableau 2 : Estimation de conductivité et de résistance de contact ruban/film sur données bruitées par méthode de Monte-Carlo (1000 échantillons). $\sigma_{bruit} = \max(\Delta T)/100$ [K] et $t \in [t_{k_1}; t_{k_2}]$

Analyse du Tableau 2 : On remarque que les méthodes d'estimation proposées (tenant compte de l'algorithme d'estimation) semblent robustes, car les valeurs de conductivités estimées sont très peu différentes de celles obtenues en l'absence de bruit, et que les écart-types sur la conductivité restent faibles (globalement de l'ordre 2%). De plus, on observe une certaine stabilité/constance sur les erreurs et les écart-types quelles que soient les valeurs de résistance d'interface ruban/film.

Notons en particulier, que malgré un nombre de paramètres plus important à estimer, la méthode 2 d'estimation obtient de meilleurs résultats sur la conductivité que la méthode 1.

En revanche, on note que les écart-types sur les valeurs estimées de la résistance d'interface ruban/film peuvent être relativement élevés (de l'ordre de 50% pour les faibles valeurs de résistance).

Les résultats des Tableaux 1 et 2 mettent ainsi en lumière l'importance conjointe du choix de l'algorithme, du critère sur l'intervalle temporel optimal, et du modèle utilisé pour l'estimation de paramètres. Dans notre cas, une préférence va donc à la méthode-2 permettant d'avoir à la fois de faibles erreurs, et de plus faibles écart-types qu'avec la méthode-1.

6. Conclusion et Perspectives

Dans ce papier, deux modèles d'estimation de conductivités thermiques transverses de couches minces, et prenant en compte la forme temporelle de l'excitation, ont été présentées et comparées numériquement sur des simulations de type Monte-Carlo. Le 1^{er} ne prend en compte aucune résistance d'interface, alors que le 2nd permet de prendre en compte celle entre le ruban et le film. Les méthodes d'estimation associées sont basées sur le rapport de température, permettant ainsi de diminuer le nombre de degrés de liberté du problème, en s'affranchissant de la connaissance du flux absorbé et du coefficient de température du ruban. Les deux méthodes/modèles ont été utilisés conjointement à une méthode de détermination d'intervalle temporel optimal pour l'estimation de la conductivité thermique, ce qui a permis de minimiser l'écart-type sur les valeurs estimées, et ainsi améliorer la robustesse et la précision des méthodes d'estimation.

Les perspectives sont d'appliquer la méthode à des données expérimentales et de développer un modèle permettant d'estimer les conductivités longitudinales et transverses de films minces orthotropes.

Références

- [1] A. Salazar, A. Mendioroz, *et al.*, “Extending the flash method to measure the thermal diffusivity of semitransparent solids,” *Measurement Science and Technology*, vol. 25, no. 3, p. 035604, 2014.
- [2] M. Lazard, S. André, *et al.*, “Diffusivity measurement of semi-transparent media: model of the coupled transient heat transfer and experiments on glass, silica glass and zinc selenide,” *International journal of heat and mass transfer*, vol. 47, no. 3, pp. 477–487, 2004.
- [3] A. Lahmar, T. Nguyen, *et al.*, “Experimental investigation on the thermal contact resistance between gold coating and ceramic substrates,” *Thin Solid Films*, vol. 389, no. 1, pp. 167–172, 2001.
- [4] S. Orain, Y. Scudeller, *et al.*, “Use of genetic algorithms for the simultaneous estimation of thin films thermal conductivity and contact resistances,” *International journal of heat and mass transfer*, vol. 44, no. 20, pp. 3973–3984, 2001.
- [5] J.-L. Battaglia, V. Schick, *et al.*, “Global estimation of thermal parameters from a picoseconds thermoreflectometry experiment,” *International Journal of Thermal Sciences*, vol. 57, pp. 17–24, 2012.
- [6] J.-L. Battaglia, A. Kusiak, *et al.*, “Photothermal radiometric characterization of a thin deposit using a linear swept-frequency heat flux waveform,” *International journal of thermal sciences*, vol. 45, no. 11, pp. 1035–1044, 2006.
- [7] A. Kusiak, J. Martan, *et al.*, “Using pulsed and modulated photothermal radiometry to measure the thermal conductivity of thin films,” *Thermochimica Acta*, vol. 556, pp. 1–5, 2013.
- [8] D. G. Cahill, H. E. Fischer, *et al.*, “Thermal conductivity of thin films: measurements and understanding,” *Journal of Vacuum Science & Technology A*, vol. 7, no. 3, pp. 1259–1266, 1989.
- [9] C. Duquenne, M.-P. Besland, *et al.*, “Thermal conductivity of aluminium nitride thin films prepared by reactive magnetron sputtering,” *Journal of Physics D: Applied Physics*, vol. 45, no. 1, p. 015301, 2011.
- [10] B. Belkerk, M. Soussou, *et al.*, “Measuring thermal conductivity of thin films and coatings with the ultra-fast transient hot-strip technique,” *Journal of Physics D: Applied Physics*, vol. 45, no. 29, p. 295303, 2012.
- [11] J. C. Batsale, D. Maillet, *et al.*, “Thermal quadrupoles: solving the heat equation through integral transforms,” 2000.
- [12] F. R. De Hoog, J. Knight, *et al.*, “An improved method for numerical inversion of laplace transforms,” *SIAM Journal on Scientific and Statistical Computing*, vol. 3, no. 3, pp. 357–366, 1982.
- [13] J. Hadamard, “Sur les problèmes aux dérivées partielles et leur signification physique,” *Princeton university bulletin*, vol. 13, no. 49-52, p. 28, 1902.
- [14] P. E. Gill and W. Murray, “Algorithms for the solution of the nonlinear least-squares problem,” *SIAM Journal on Numerical Analysis*, vol. 15, no. 5, pp. 977–992, 1978.